



APUNTES

# HORMIGÓN ARMADO

4º CURSO  
ARQUITECTURA  
ESCUELA POLITÉCNICA SUPERIOR DE ALICANTE

DE FRUTOS LLORENTE, Elena  
GARCÍA ALDAVE, Santiago  
GONZÁLEZ ESCOLANO, Ivan  
NOVAU MAÑOGIL, Julia  
PICAZO SÁNCHEZ, José David

# ÍNDICE GENERAL.

Lección 1. Introducción y presentación de la asignatura

Lección 2. El hormigón armado y pretensado como material de construcción.

Lección 3. El hormigón armado y pretensado como material de construcción durable.

Lección 4. El hormigón armado y pretensado como material del proyecto estructural arquitectónico.

Lección 5. Las tensiones normales: Análisis y dimensionamiento de secciones de hormigón sometidas a solicitaciones normales.

Lección 6. Las tensiones tangenciales en el hormigón: El estudio del cortante y el punzonamiento.

Lección 7. Los soportes de hormigón armado.

Lección 8. Las vigas y forjados unidireccionales.

Lección 9. Los forjados reticulares (las losas macizas)

Lección 10. La cimentación.

Lección 11. Nociones sobre el hormigón pretensado.

## **LECCIÓN 2.**

# **EL HORMIGÓN ARMADO Y PRETENSADO COMO MATERIAL DE CONSTRUCCIÓN**

**INDICE:**

1. El hormigón como material estructural
2. Hormigón armado
  - 2.1 Estructuras de hormigón en masa
  - 2.2 Estructuras de hormigón armado ejecutadas “in situ”
  - 2.3 Estructuras de hormigón prefabricado
3. Constituyentes del hormigón : Cementos
  - 3.1 Conglomerantes hidráulicos
  - 3.2 Conglomerantes hidráulicos.Componentes de los cementos
  - 3.3 Conglomerantes hidráulicos.Clasificación y denominación
  - 3.4 Prescripciones físicas y químicas de los cementos,
    - 3.4.1 Fraguado
    - 3.4.2 Expansión
    - 3.4.3 Finura de molido
    - 3.4.4 Resistencia mecánica
  - 3.5 Pórtland
  - 3.6 Cementos especiales
  - 3.7 Criterios de utilización de los cementos
4. Agua, áridos y aditivos
  - 4.1 El agua en el hormigón
  - 4.2 Áridos. Tipología y granulometria
  - 4.3 Aditivos del hormigón
5. Dosificación, preparación y puesta en obra del hormigón.
  - 5.1 Dosificación del hormigón
  - 5.2 Preparacion y puesta en obra del hormigón



- 5.2.1 Amasado
  - 5.2.2 Transporte
  - 5.2.3 Puesta en obra
  - 5.2.4 Compactación
  - 5.2.5 Juntas de hormigonado
  - 5.2.6 Hormigonado en frío
  - 5.2.7 Hormigonado en tiempo caluroso
  - 5.2.8 Curado
  - 5.2.9 Encofrados, moldes y puntuales
  - 5.2.10 Descimbrado, desencofrado
  - 5.2.11 Acabado de superficies y uniones de continuidad
  - 5.2.12 Inyección
6. Armaduras pasivas y activas en el hormigón armado y pretensado. Propiedades y ensayo
- 6.1 Armaduras pasivas
    - 6.1.1 Barras corrugadas
    - 6.1.2 Mallas electrosoldadas
    - 6.1.3 Armaduras básicas soldadas en celosía
  - 6.2 Armaduras activas
  - 6.3 Propiedades
    - 6.3.1 Diagrama tensión deformación
    - 6.3.2 Relajación
    - 6.3.3 Fatiga
    - 6.3.4 Doblado
    - 6.3.5 Adherencia
    - 6.3.6 Soldabilidad

7. El hormigón armado. Generalidades

7.1 Disposición de armaduras

7.2 Distancia entre armaduras

7.3 Recomendaciones adicionales en cuanto a disposición de armaduras

7.3.1 Adherencia y anclaje de las armaduras

7.3.2 Empalme de armaduras

# 1. El hormigón como material estructural

El hormigón es un material polifásico formado por mezcla de áridos aglomerados mediante un conglomerante hidráulico como es el cemento.

## Características del hormigón:

- Resistencia razonable a compresión pero mala a tracción.
- Poca corrosión.
- Buen comportamiento a fatiga.
- Costo bajo y posibilidad de mejora importante de sus características mecánicas con costo reducido.
- Masivo y rígido (buen comportamiento dinámico).
- Excelente comportamiento a fuego.
- No necesita de mantenimiento.
- El tiempo necesario para la ejecución de las estructuras de hormigón es largo en comparación con la estructura metálica.
- Imposible de desmontar y menos posibilidades de formas que la estructura Metálica.

Forma de solventar la característica más desfavorable como es la de su escasa resistencia a tracción: incorporar armaduras metálicas en la zona traccionada

## 2. Hormigón armado

Es posible también TENSAR estas armaduras para imponer una precompresión al hormigón antes de carga HORMIGÓN PRETENSADO (HORMIGÓN PREFABRICADO) ó POSTENSADO (“in situ” o en central).

### Características reológicas del hormigón:

- Comportamiento muy complejo que se trata de aproximar simplificando.
- Material viscoelastoplástico.
- Comportamiento de fluencia fuerte a corto plazo y menos acusado a largo plazo.
- Influencia muy importante del proceso de fisuración en la zona traccionada en el comportamiento no lineal del hormigón.

### 2.1 Estructuras de hormigón en masa

Concepto: obras de hormigón en masa o con armado muy ligero para evitar la fisuración.

Soleras, dolos, postes y en general elementos de poca responsabilidad estructural.

Concepto: estructuras de nudos rígidos ejecutadas “in situ”.

Estructuras de edificación (edificios de viviendas, oficinas, públicos, naves industriales, etc.)

Obra civil (puentes, presas, diques, muros y pantallas, túneles, etc.)

## 2.2 Estructuras de hormigón armado ejecutadas “in situ”

Concepto: estructuras de nudos rígidos ejecutadas “in situ”.

Estructuras de edificación (edificios de viviendas, oficinas, públicos, naves industriales, etc.)

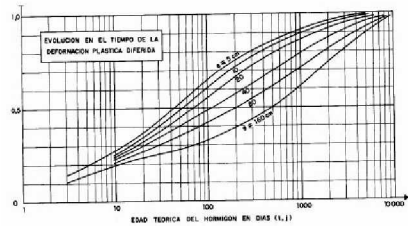
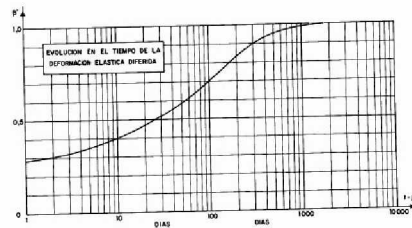
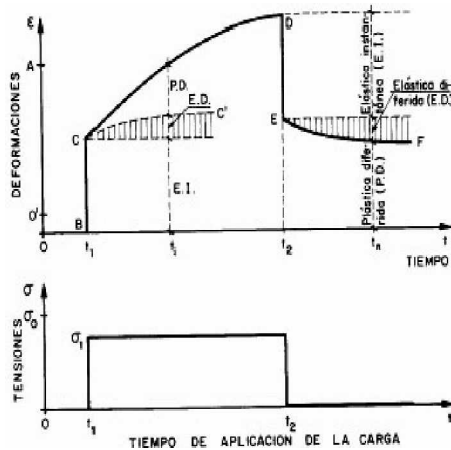
Obra civil (puentes, presas, diques, muros y pantallas, túneles, etc.)

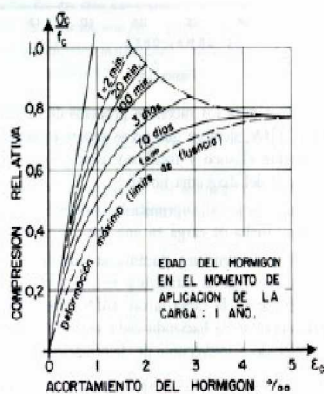
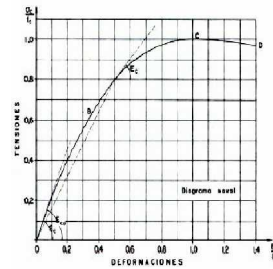
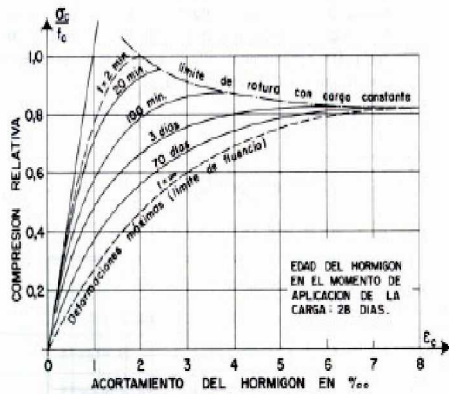
## 2.3 Estructuras de hormigón prefabricado

Concepto: estructuras modulares con un mejor control de fabricación aunque menos posibilidades de formas para mantener el costo reducido.

Estructuras de edificación (edificios de viviendas, oficinas, públicos, naves industriales, etc.)

Obra civil (puentes, presas, diques, muros y pantallas, túneles, etc.)





### 3. Constituyentes del hormigón I: Cementos

#### 3.1 Conglomerantes hidráulicos

Conglomerantes hidráulicos son productos que amasados con agua fraguan y endurecen, tanto expuestos al aire como sumergidos en agua. Los más importantes son los cementos.

La normativa española de cementos se incluye en el "Pliego de recepción de cementos RC 97" y en las Normas UNE relativas a cementos (de hecho el RC 97 es un resumen de dichas Normas UNE).

#### 3.2 Conglomerantes hidráulicos. Componentes de los cementos

Clínker portland: resultado de la calcinación hasta fusión parcial de mezclas muy íntimas de calizas y arcillas.

Clínker aluminoso: igual que el clínker portland pero sustituyendo parcialmente las arcillas por bauxita que da lugar a un porcentaje mayor del 30% de alúmina.

Escorias siderúrgicas (S): material procedente del enfriado brusco de la ganga procedente de altos hornos.

Puzolanas naturales (P): rocas tobáceas o volcánicas finamente divididas.

Cenizas volantes (V): residuos sólidos obtenidos por precipitación electrostática de las cenizas de centrales de carbón.

Humo de sílice (D): resultado de la reducción de sílice de alta pureza con carbón en hornos de arco eléctrico.

Filleres calizos (L): carbonato cálcico y calizas en porcentajes superiores al 85%.

Reguladores de fraguado como el sulfato cálcico

Aditivos de cementos

### **3.3 Conglomerantes hidráulicos. Clasificación y denominación de los cementos**

Clasificación de los cementos en cementos Portland y cementos especiales.

Clasificación de los cementos Portland por TIPO según el RC 97: se refiere esencialmente a la composición o mejor al porcentaje relativo de los distintos elementos que lo componen.

Clasificación de los cementos especiales.

Clasificación de cementos por CLASE incluyendo los especiales: se refiere a la clasificación según su resistencia mecánica.

Denominación de los cementos: TIPO CLASE NORMA

Ejemplos: CEM I 42.5R UNE 80301:96, CEM II/A 32.5 UNE 80301:96, BL V 22.5 UNE 80305:96

### **3.4 Conglomerantes hidráulicos. Prescripciones físicas y químicas de los cementos**

Prescripciones químicas: Son las limitaciones impuestas por la normativa referentes a las limitaciones en porcentaje de los distintos componentes y sobre todo de algunos elementos agresivos.

#### **Prescripciones físicas y mecánicas de los cementos**

##### **3.4.1 Fraguado.**

Se mide con la Aguja de Vicat. Una descripción del ensayo más detallada se encuentra en Montoya.

Las curvas de fraguado indican la evolución del fraguado. Una curva típica de fraguado.

El RC-97 indica que los cementos de resistencia muy alta suelen tener un tiempo de fraguado del orden de  $45' < t_F < 12 \text{ h.}$ , mientras que los de resistencia media y baja cumplen aproximadamente  $1 \text{ h.} < t_F < 12 \text{ h.}$

Cuidado con que no comience el fraguado antes de llegar a obra (inclusión de retardadores).

Agentes que modifican el fraguado: finura de molido que lo incrementa, la materia orgánica que lo disminuye, la cantidad de agua y la humedad que lo disminuyen.

### 3.4.2 Expansión

Se mide con las agujas de le Chatelier. Una descripción del ensayo más detallada se encuentra en el texto de Montoya de la Bibliografía.

Debe ser menor de 10 mm.

### 3.4.3 Finura de molido.

El cemento debe estar finamente molido pero no en exceso.

Se mide por la superficie específica de Blaine, debiendo estar entre 2500 y 4000  $\text{cm}^2/\text{gr.}$

### 3.4.4 Resistencia mecánica.

Se mide en mortero normalizado con una arena de granulometría normalizada y una relación  $A/C=0.5$ . La probeta es prismática de  $4 \times 4 \times 16$  y se ensaya a flexotracción a 2.7 días y compresión posterior de los trozos resultantes a 28 días.

Recordar la clasificación según clase de cualquier forma, la mejor medida de la calidad y características de un cemento es la resistencia característica del hormigón resultante.

## 3.5 Cementos Pórtland

Clinker portland más regulador de fraguado más adiciones en porcentaje inferior al 5%.

Son habituales los cementos CEM I/32.5 y CEM I/42.5R. Este último para fraguado rápido.

Ejemplo de composición química habitual: CaO (62.5), SiO<sub>2</sub> (21), Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> (6.5), Fe<sub>2</sub>O<sub>3</sub> (2.5), SO<sub>3</sub> (2), MgO (2), estando los cuatro primeros combinados.

La cal libre producida en la hidratación es la responsable del alto pH que se obtiene durante el fraguado ( $\text{pH} \approx 12$ ) que protege las armaduras de la corrosión, pero cuidado con el CaOH si existe SO<sub>4</sub> pues puede producir sales (la sal de Candlot) que pueden arruinar el hormigón.

Los componentes potenciales o hidráulicos del cemento son el silicato tricálcico (SC3), el silicato bicálcico (SC2), el aluminato tricálcico (AC3), el aluminoferrito tetracálcico (AFC4), el yeso, la cal libre, la magnesia, álcalis, etc. Un ejemplo de composición tipo podría ser SC3 (40-50%), SC2 (20-30%), AC3 (10-15%), AFC4 (5-10%).

El SC3 es el responsable del endurecimiento rápido. Da lugar a altas resistencias iniciales y a un alto calor de fraguado, siendo necesario disminuir su porcentaje para grandes masas de hormigón.

El SC2 es el que otorga la resistencia a largo plazo. Tiene un bajo calor de hidratación y alta estabilidad, complementando, de alguna forma al anterior.

El AC3 tiene una velocidad altísima de fraguado, un muy alto calor de hidratación y da lugar a valores importantes de retracción.

Los cementos tipo II son los intermedios entre los I y los siderúrgicos o puzolánicos, permitiendo una gradación continua entre unos y otros.

Los cementos CEM III corresponden a cementos con un alto porcentaje de escoria siderúrgica que actúa, junto con el clinker de conglomerante hidráulico. Es barata pero fragua y endurece lentamente. Da lugar a bajas retracciones y bajos calores de

hidratación, siendo un buen cemento para grandes macizos pero está contraindicado

para ambientes con temperatura baja que retardan aún más el fraguado, no debiendo emplearse para  $T < 5$  °C. Da lugar a un color verdoso por lo que hay que tenerlo en cuenta para el hormigón visto. Necesitan humedad durante unas dos semanas siendo el calor y la sequedad sus grandes enemigos. Son pues bastante delicados en su tratamiento. Presentan una mayor resistencia a la difusión de cloruros que los CEM y CEM IV endurecen más lentamente que los I pero pueden alcanzar resistencias mayores a largo plazo. Son muy estables en ambientes agresivos y muy compactos por lo que se utilizan en pavimentos, canales, etc. Son oscuros por lo que, de nuevo, debe tenerse en cuenta en hormigones vistos. Presentan una mayor resistencia a la difusión de cloruros que los CEM I.

CEM V. Son hormigones lentos, de poca retracción y baja resistencia, no siendo aptos para el hormigón armado.

### 3.6 Cementos especiales

Cementos blancos (BL). Está normalizada la blancura del cemento para poder ser catalogado como tal.

Cementos de bajo calor de hidratación (BC). Suelen incorporar un alto porcentaje de SC2 y el calor de hidratación debe ser inferior a 64 calorías/gr. para poder ser denominados como tales.

Cementos resistentes al agua de mar (MR)

Cementos resistentes a los sulfatos (SR)

Cementos con aluminato de calcio.

Incorporan aluminato monocálcico en lugar del aluminato tricálcico del portland estándar. Los porcentaje de  $Al_2O_3$  se encuentran entre los límites del 36 y 55% si bien lo habitual es entre el 40 y 42%. El tiempo de fraguado es similar al del portland pero el endurecimiento es mucho más rápido. Las resistencias a corto plazo son mayores si bien las de largo plazo son inferiores como consecuencia del efecto de conversión (formación de aluminato de calcio hidratado que da lugar a una mayor porosidad). Es más estable ante aguas agresivas y de mar que el portland. Es necesario tener mucho más cuidado en la elección de los áridos y los aditivos que en el portland normal. Los recubrimientos pueden ser inferiores debido a la mayor protección contra la corrosión que proporciona la liberación de álcalis de



este cemento. El contenido de cemento mínimo en este caso es de 400 Kg/m<sup>3</sup> y A/C debe ser menor de 0.4.

### 3.7 Criterios de utilización de los cementos

Algunos criterios de utilización de los distintos tipos de cemento. Factores que intervienen en la configuración de los cuadro de utilización del Anejo 3 de la EHE.

La utilización del cemento con aluminato de calcio se encuentra definida en el Anejo 4 de la EHE ap. 8 estando prohibido para hormigón pretensado y no siendo indicado para hormigón estructural, en masa de grandes tamaños siendo conveniente en cambio para hormigón refractario, reparaciones de urgencia y temporales.

Ejemplo de utilización de algunos tipos de cemento según el Anejo 3 de la EHE.

#### **Suministro:**

Sacos de 25 y 50 Kg. o a granel. Debe incorporar en el saco el sello de homologación y la identificación completa.

#### **Almacenamiento.**

Es importante cuidar el ambiente sobre todo la humedad. El máximo periodo de almacenamiento es del orden de 3, 2 y 1 mes para cementos 32.5, 42.5 y 52.5 respectivamente. En caso contrario deben comprobarse las características del cemento frente al fraguado, si bien la característica fundamental es siempre la resistencia mecánica del hormigón resultante a los 28 días.

Si las características del cemento se deterioran, pueden compensarse aumentando la relación C/A, si bien manteniendo la dosificación máxima del cemento en 400 Kg/m<sup>3</sup> de hormigón o, en casos excepcionales y justificados, pudiendo llegarse a 500 kg/m<sup>3</sup>.

#### **Manipulación**

Debe intentar evitarse la manipulación para  $T > 70\text{ }^{\circ}\text{C}$  para manipulación mecánica y  $40\text{ }^{\circ}\text{C}$ .

Cuidado con el falso fraguado que se produce para temperaturas altas durante la molienda del cemento ( $T > 100\text{ }^{\circ}\text{C}$ ) que no debe confundirse con la aceleración natural del fraguado a altas temperaturas ( $T \approx 70\text{ }^{\circ}\text{C}$ ).

Tabla 1. Tipos de cemento y composiciones: proporción en masa<sup>1</sup>

TIPO DE CEMENTO	DENOMINACIÓN	DESIGNACIÓN	CLINKER K	ESCORIA DE HORNO ALTO S	HUMO DE SILICE D	PUZOLANAS NATURALES P	CENIZAS VOLANTES V	CALIZA L	COMPONENTES MINORITARIOS ADICIONES <sup>2</sup>
CEM I	Cemento portland	CEM I	95 - 100	-	-	-	-	-	0 - 5
CEM II	Cemento portland con escoria	CEM II/A-S	80 - 94	6 - 20	-	-	-	-	0 - 5
		CEM II/B-S	65 - 79	21 - 35	-	-	-	-	0 - 5
	Cemento portland con humo de sílice	CEM II/A-D	90 - 94	-	6 - 10	-	-	-	0 - 5
	Cemento portland con puzolana	CEM II/A-P	80 - 94	-	-	6 - 20	-	-	0 - 5
		CEM II/B-P	65 - 79	-	-	21 - 35	-	-	0 - 5
	Cemento portland con ceniza volante	CEM II/A-V	80 - 94	-	-	-	6 - 20	-	0 - 5
		CEM II/B-V	65 - 79	-	-	-	21 - 35	-	0 - 5
	Cemento portland con caliza	CEM II/A-L	80 - 94	-	-	-	-	6 - 20	0 - 5
	Cemento portland mixto <sup>3</sup>	CEM II/A-M	80 - 94	←----- 6 - 20 <sup>4,5</sup> -----→					
		CEM II/B-M	65 - 79	←----- 21 - 35 <sup>4,5</sup> -----→					
CEM III	Cemento de horno alto	CEM III/A	35 - 64	36 - 65	-	-	-	-	0 - 5
		CEM III/B	20 - 34	66 - 80	-	-	-	-	0 - 5
CEM IV	Cemento puzolánico	CEM IV/A	65 - 89	-	←----- 11 - 35 <sup>4</sup> -----→		-	-	0 - 5
		CEM IV/B	45 - 64	-	←----- 36 - 55 <sup>4</sup> -----→		-	-	0 - 5
CEM V	Cemento compuesto	CEM V/A	40 - 64	18 - 30	-	←----- 18 - 30 -----→		-	0 - 5

<sup>1</sup> Los valores de la tabla se refieren al núcleo de cemento, entendiéndose por tal el clínker y las adiciones, con exclusión del sulfato de calcio (regulador de fraguado) y de los aditivos.  
<sup>2</sup> Los componentes minoritarios adicionales pueden ser filler, o uno o más de los componentes principales, a menos que estén incluidos ya como tales en el cemento.  
<sup>3</sup> Cuando algún cemento portland mixto, en razón de su composición, se pueda incluir en alguno de los tipos II anteriores, deberá llevar la denominación y designación correspondientes a dicho tipo.  
<sup>4</sup> La proporción de humo de sílice se limita al 10%.  
<sup>5</sup> La proporción de filler se limita al 5%.  
<sup>6</sup> La proporción de caliza se limita al 20%.

Tabla 2. Prescripciones mecánicas y físicas de los cementos comunes

CLASE RESISTENTE	RESISTENCIA A COMPRESIÓN N/mm <sup>2</sup>				TIEMPO DE FRAGUADO		EXPANSIÓN mm
	RESISTENCIA INICIAL		RESISTENCIA NORMAL		PRINCIPIO	FINAL	
	2 días	7 días	28 días		minutos	horas	
32,5	-	≥16,0	≥32,5	≤52,5	≥60	≤12	≤10
32,5R <sup>1)</sup>	≥13,5	-					
42,5	≥13,5	-	≥42,5	≤62,5			
42,5R <sup>1)</sup>	≥20,0	-					
52,5	≥20,0	-	≥52,5	-	≥45		
52,5R <sup>1)</sup>	≥30,0	-					

<sup>1)</sup> R = Alta resistencia inicial.

CUADRO 1

APLICACIONES	CEMENTOS																			
	CEM															BL		ADICIONALES		
	I	II			III			IV			V			I	II	SR	MR	BC		
	A-S	B-S	A-D	A-P	B-P	A-V	B-V	A-L	A-M	B-M	A	B	A	B	A					
Hormigón en masa	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	
Hormigón armado	3	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	1	2	1	2	3	2	0	
Hormigón pretensado incluidos prefabricados estructurales (*)	3	♦	♦	3	♦	♦	♦	♦	♦	♦	♦	♦	♦	♦	♦	♦	♦	♦	♦	
Otros elementos estructurales prefabricados	3	2	1	3	2	1	2	1	2	2	1	1	0	2	1	1	3	2	0	
Prefabricados no estructurales (bordillos, etc.)	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	
Hormigón en masa o armado en grandes volúmenes	0	1	2	0	1	2	1	2	1	1	2	2	3	2	3	2	0	1	1	
Hormigón seco compactado con rodillo	0	1	2	0	1	2	1	2	1	1	2	2	2	2	3	2	0	1	1	
Hormigón de alta resistencia	3	0	0	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3	0	0
Cimentaciones de hormigón en masa	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	3	2	■	■	■	■	
Cimentaciones de hormigón armado	3	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	1	2	1	2	■	■	■	■	
Hormigón que contiene ándos potencialmente reactivos ▲	1	1	2	3	1	2	2	3	1	1	2	3	3	3	3	3	1	1	1	
Bases de carreteras tratadas con cementos	0	1	2	0	1	2	1	2	1	1	2	2	2	2	3	2	■	■	■	
Estabilización de suelos	2	3	2	1	2	2	3	2	2	2	2	2	2	2	2	■	■	■	■	
Firmes de hormigón para carreteras	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	1	3	2	■	■	■	■	■	
Solado de pavimentos	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	1	2	2	2	2	2	2	3	
Reparaciones rápidas de urgencia	2	1	0	2	1	0	1	0	1	1	0	0	1	0	0	2	2	0	0	
Hormigón para desencofrado y descimbrado rápido (*)	3	2	1	3	2	1	2	1	2	2	1	0	1	0	0	3	2	0	0	
Hormigón proyectado	3	2	1	3	2	1	2	1	2	2	1	1	2	1	1	3	2	1	0	

NOMENCLATURA

- 3: Muy adecuado
- 2: Adecuado
- 1: Utilizable con precauciones o técnicas especiales, o sin contraindicaciones especiales
- 0: No indicado
- ...: Aplicación para la cual la característica adicional no es determinante
- : Cemento no recomendable para la aplicación
- ♦: Prohibida su utilización (Artículo 26\*)
- ▲: Se recomienda limitar el contenido de alcalinos (ver nota en el texto)
- ▲▲: Mejora globalmente de forma importante la valoración previamente asignada
- ▲: Mejora globalmente la valoración previamente asignada
- (\*) Dentro de los tipos y subtipos de cementos elegidos en cada caso, se recomienda utilizar los de resistencias iniciales más altas

CUADRO 2

CIRCUNSTANCIAS DE HORMIGONADO	CEMENTOS																		
	CEM															BL		ADICIONALES	
	I	II			III			IV			V			I	II	SR	MR	BC	
	A-S	B-S	A-D	A-P	B-P	A-V	B-V	A-L	A-M	B-M	A	B	A	B	A				
Hormigonado en tiempo frío	3	2	1	3	2	1	2	1	2	2	1	1	1	2	1	1	3	2	0
Hormigonado en ambientes secos y sometidos al viento	2	2	1	2	2	1	2	1	2	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1
Insolación fuerte u hormigonado en tiempo caluroso	1	2	2	1	2	2	2	2	2	2	2	2	1	2	1	2	1	2	1

NOMENCLATURA

- 3: Muy adecuado
- 2: Adecuado
- 1: Utilizable con precauciones o técnicas especiales, o sin contraindicaciones especiales
- 0: No indicado
- ...: Aplicación para la cual la característica adicional no es determinante
- ▼: Empeora la valoración previamente asignada, pudiéndose llegar a ser no indicada

DESIGNACIÓN CLASE DE EXPOSICIÓN	TIPO DE PROCESO (Agresividad debida a)	CEMENTOS RECOMENDABLES	
		TIPOS Y SUBTIPOS	
I	Ninguno	Todos	
II	Corrosión de las armaduras de origen diferente de los cloruros	- CEM I, CEM II (Todos los del tipo, con adición L, S, V, P, D, M, preferentemente los CEM II/A) - BL I, BL II (si es necesario por condicionantes estéticos) - CEM III/A; CEM IV/A y CEM V	
III	IIIa	- CEM III, CEM I/S; CEM II/V (Preferentemente CEM III/B-V)	
	IIIb	- CEM III/P (Preferentemente CEM III/B-P)	
	IIIc	- CEM III/A-D - CEM IV (Preferentemente CEM IV/A) - CEM V - CEM I (Según los casos particulares con característica adicional MR)	
IV	Corrosión de las armaduras por cloruros de origen no marino	- CEM I; CEM III; CEM I/S; CEM II/V (Preferentemente CEM II/B-V) - BL I (si es necesario por condicionantes estéticos) - CEM III/P (Preferentemente CEM III/B-P) - CEM III/A-D - CEM IV (Preferentemente CEM IV/A) - CEM V	
Q	Qa	Todos los indicados para la clase de exposición III, con la característica adicional SR o MR según:	
	Qb	- En Qa MR	
	Qc	- En Qb SR - En Qc SR	
Q	Lixiviación del hormigón por aguas puras, ácidas, o con CO <sub>2</sub> agresivo	- CEM IV; CEM V; CEM III; CEM III/P; CEM II/V; CEM III/A-D y CEM I/S	
	Reactividad álcali-árido	- Cementos de bajo contenido en alcalinos (<= 0,60 Na <sub>2</sub> O equivalente) o con adición de puzolana, escoria o humo de sílice	

Nota: Cuando se especifica un cemento por su tipo, se entiende que comprende todos los subtipos del mismo, por ejemplo, el CEM III comprende CEM III/A y el CEM III/B; CEM I/S comprende CEM I/A-S y CEM I/B-S

## 4. Constituyentes del hormigón II: Agua, áridos y aditivos

### 4.1 El agua en el hormigón

#### Agua de amasado:

Tiene como objetivo la hidratación del cemento, así como aumentar la trabajabilidad del hormigón para una correcta puesta en obra. La cantidad debe ser la estrictamente necesaria (importante el control de la relación A/C) ya que un exceso de agua incrementa como consecuencia de la evaporación los huecos y capilares que disminuyen la resistencia del hormigón).

Por el contrario, un defecto de agua da lugar a una incorrecta hidratación del cemento, hormigones duros difíciles de poner en obra.

#### Agua de curado:

Evita la desecación superficial, mejora la hidratación del cemento e impide la retracción prematura.

#### Control y propiedades del agua en el hormigón

Ambas aguas deben ser adecuadas, si bien la de curado debe controlarse más al ser más peligrosa y continuada su acción.

La potabilidad es un buen índice de la calidad del agua por su aptitud para el hormigón. Una excepción es la de aguas muy puras de alta montaña que son agresivas al hormigón.

Hay que tener cuidado con agua ácidas ( $\text{pH} < 5$ ) y con aguas con un alto contenido orgánico (grasas, aceites, etc.) así como con aguas con finos en suspensión pues disminuyen la adherencia pasta-árido.

Los cloruros son muy peligrosos por su acción a largo plazo. Cuando existan debe aumentarse apreciablemente la dosificación de cemento  $C > 350 \text{ Kg/m}^3$ .

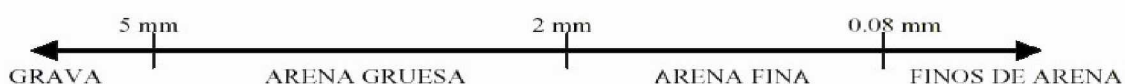
En lo posible no debe utilizarse agua de mar pues los iones  $\text{SO}_4^{2-}$  y  $\text{Cl}^-$  son peligrosos sobre todo en hormigón armado. Cuando el hormigón vaya a estar en contacto con el agua de mar es necesario amasar con agua dulce para impedir la aparición de fraguados inmediatos. (Conveniente también utilizar cementos especiales MR o AI)

### 4.2 Áridos. Tipología y granulometría

#### Tipología y características de los áridos

Arenas y gravas naturales o de machaqueo con propiedades mecánicas superiores a las del hormigón.

La gradación de tamaños es la siguiente:



Los mejores son los áridos silíceos o provenientes de rocas volcánicas debiendo tenerse cuidado con las calizas y demás rocas blandas.

Las gravas adecuadas se corresponden con aquellas que tienen una resistencia a la compresión  $> 50$  MPa y que no son rayadas por el latón.

Los áridos rodados aumentan la trabajabilidad y necesitan menos agua mientras que los de machaqueo dan lugar a mayores resistencias sobre todo a tracción y mayor estabilidad química.

La arena es el árido esencial y probablemente el componente con mayor influencia en el comportamiento final del hormigón. Las mejores arenas son las de río o de mar, lavadas con agua dulce. También los habituales las arenas de machaqueo provenientes de rocas volcánicas. De nuevo hay que tener cuidado con las arenas que provengan de rocas blandas.

Es conveniente limpiar los áridos para eliminar los finos que alteran la hidratación del cemento y sobre todo incrementan la retracción. Ésta disminuye cuando aumenta el tamaño de los áridos y también cuando los áridos son más resistentes.

Asimismo es necesario cuidar las condiciones de almacenamiento.

Los áridos no deben ser activos frente al cemento debiendo tenerse especial cuidado con los sulfuros oxidables que pasan a ácido sulfúrico y óxido ferroso con gran aumento de volumen. Además deben ser estables y no deben incluir materia orgánica.

### **Condiciones físico-químicas y mecánicas de los áridos recomendados.**

#### **Granulometría de los áridos**

Se realiza en base al cribado en una serie de tamices normalizados obteniéndose a denominada curva granulométrica.

Los valores más importantes derivados de una granulometría son:

El tamaño máximo de árido. Mayores tamaños máximos implican menor cantidad de agua y cemento para conseguir resistencias adecuadas pero está limitado por las disposiciones relativas a las distancias entre armaduras y dimensiones de los elementos estructurales.

La compacidad se mide como el volumen de sólido dividido por el volumen total. Se consigue con pequeños porcentajes de arena añadidos y, sobre todo con granulometría bien graduadas. Cuanto mayor es la compacidad menor cantidad de cemento para alcanzar resistencias elevadas pero, sin embargo, la trabajabilidad del hormigón resultante es menor, resultando pues adecuadas las granulometrías muy compactas para hormigones de alta resistencia para los que se dispone medios de vibrado adecuados.

El porcentaje de finos (granos de dimensiones menores de 0,25 mm. Son esenciales para conseguir hormigones trabajables y altas impermeabilidades (dimensiones pequeñas de piezas, altas densidades de armaduras, etc.).

Se define el tamaño máximo de árido D como el tamiz de la serie UNE 7050 por el que pasa más del 90% del árido en volumen.

Se define el tamaño mínimo de árido  $D_{\min}$  como el tamiz de la serie UNE 7050 que retiene más del 90% del árido en volumen. Las recomendaciones de granulometría limitan el tamaño máximo del árido según los siguientes parámetros:

$D <$

0,8 veces la distancia libre entre armaduras que no formen grupo o entre el borde de la pieza y una armadura que forma un ángulo mayor de  $45^\circ$  con la dirección de hormigonado.

1,25 veces la distancia entre el borde de la pieza y una armadura que forma un ángulo menor de  $45^\circ$  con la dirección de hormigonado.

0,25 veces la dimensión mínima de la pieza excepto 0,33 veces la anchura libre de los nervios de los forjados y otros elementos de pequeño espesor y

0,4 veces el espesor de la losa superior de los forjados.

También es conveniente limitar el porcentaje de finos de diámetro  $d < 0,08$  mm.

En concreto a valores menores del 1% en árido grueso y menor del 6% en árido fino.

La forma de los áridos también es importante debiendo tenerse cuidado con los áridos laminares y aciculares limitándose el coeficiente de forma.

Existen curvas granulométricas tipo que pueden intentarse conseguir mediante la mezcla de distintos áridos con granulometrías definidas.

Algunos autores indican que no es necesario ajustarse a una curva granulométrica sino que basta con igualar el módulo granulométrico óptimo.

Otros autores sitúan zonas donde según ellos deben situarse las curvas granulométricas definiendo los denominados dominios granulométricos.

### 4.3 Aditivos en el hormigón

Son componentes que se añaden al hormigón en general en porcentajes inferiores al 5% para modificar algunas de sus características.

Se clasifican en:

Aceleradores que adelantan el fraguado, el endurecimiento o ambos.

Acelerador de fraguado típico el  $\text{CaONa}_2$ .

$$\alpha = \frac{V_{\text{granos}}}{\frac{\pi}{6} d_{\text{granos}}^3} \quad \text{de la grava a valores no muy exigentes pero suficientes}$$

$\alpha > 0,15$ .

Otro factor de interés es el denominado módulo granulométrico definido como

$$m = \frac{p_{\text{retenidos}}(\text{serie de Tyler})}{100}$$

Aceleradores del endurecimiento el  $\text{ClNa}$ , el  $\text{Cl}_2\text{Ca}$ , el  $\text{Cl}_3\text{Al}$ ,  $\text{NaOH}$ ,  $\text{KOH}$ ,  $\text{N}_3\text{OH}$ , carbonatos y silicatos. Son importantísimos en hormigón prefabricado para disminuir el tiempo de desencofrado y también para hormigonado en frío para contrarrestar las temperaturas bajas.

El cloruro cálcico es el más eficaz y conocido de los aceleradores aunque fomenta la corrosión de las armaduras por lo que está prohibido en el hormigón pretensado.

Retardadores del fraguado que disminuyen la resistencia a 1-3 días pero no la definitiva. Suelen ser sustancias orgánicas, lignosulfatos o hidratos de carbono. Útiles en tiempo caluroso o con distancias grandes de transporte.

Plastificantes que aumentan la docilidad y trabajabilidad del hormigón. Permiten disminuir la cantidad de agua y con ello aumentar a resistencia o bien hormigonar en situaciones complicadas. Existen plastificantes físico-mecánicos que suelen ser polvos muy finos que además impermeabilizan el hormigón aunque con altas dosificaciones disminuyen la resistencia y aumentan la retracción.

Plastificantes físico-químicos o fluidificantes que suelen ser productos orgánicos de cadena larga tensoactiva como jabones de resina y lignosulfato sódico que lubrican y defloculan el cemento. Son más importantes que los anteriores. Disminuyen la tendencia a la segregación, aumentan la adherencia de las armaduras, aumentan la durabilidad y resistencia a la abrasión y disminuyen la velocidad de fraguado. Son muy útiles para hormigones secos o secoplásticos o para espesores pequeños, gran densidad de armaduras y hormigones vistos.

Aireantes que ocluyen burbujas de aire en el hormigón. Interceptan la red capilar y mejoran la resistencia a los ambientes agresivos. Son similares a los plastificantes fluidificantes. Aumentan la docilidad y la homogeneidad, dan lugar a un mejor aspecto exterior, los hormigones resultantes son más impermeables y menos absorbentes, aumentan grandemente la resistencia a las heladas al actuar las burbujas de aire como cámaras de expansión. Por el contrario, disminuyen la resistencia.

Plastificantes-aireantes: productos específicos con ambas funciones.

Impermeabilizantes: La permeabilidad aumenta con la relación A/C y también para cementos menos finamente molidos, peores granulometrías de áridos y curados cortos. Los impermeabilizantes son materias finas, sales de ácidos grasos y plastificantes en general. También las cenizas volantes que también son plastificantes. En general suelen aumentar la retracción y disminuir la resistencia.

Impermeabilizantes de superficie como resinas, siliconas, etc.

## 5. Dosificación, preparación y puesta en obra del hormigón

### 5.1 Dosificación del hormigón

Factores a considerar a la hora de definir la dosificación de un hormigón: resistencia, tipo de obra, agresividad y condiciones climáticas, tamaño de la sección y distancia entre barras, tipo de compactación, exigencias especiales de puesta en obra (bombeo), acabado superficial, asentamiento, susceptibilidad a la exudación, etc. Con ello se procede a determinar: el tipo de cemento, el tamaño máximo del árido, el tipo de áridos y la consistencia deseada para el hormigón. Estos factores son los que determinan la dosificación que consiste en definir: la relación agua/cemento, la cantidad de agua y la granulometría del árido.

Determinación de la resistencia media  $f_{cm}$  mediante ensayos adecuados o bien mediante la fórmula empírica conservadora  $f_{cm} = f_{ck} + 8 \text{ MPa}$ .

Definición del tipo de cemento tal como se comentó anteriormente

Definición del grado de consistencia

Determinación del tamaño máximo del árido:  $D <$

- 0,8 veces la distancia libre entre armaduras que no formen grupo o entre el borde de la pieza y una armadura que forma un ángulo mayor de  $45^\circ$  con la dirección de hormigonado.

-1,25 veces la distancia entre el borde de la pieza y una armadura que forma un ángulo menor de  $45^\circ$  con la dirección de hormigonado.

-0,25 veces la dimensión mínima de la pieza excepto 0,33 veces la anchura libre de los nervios de los forjados y otros elementos de pequeño espesor y 0,4 veces el espesor de la losa superior de los forjados.

Determinación de la relación agua/cemento. En la Tabla 37.3.2. De la EHE se indica la máxima relación A/C y el mínimo contenido en C para distintas clases de exposición (según tabla 37.3.2a de la EHE) a cumplir.

Para iniciar se puede utilizar la fórmula empírica  $C/A = k f_{cm} + 0.5$  con  $f_{cm}$  en  $\text{Kp/cm}^2$  y  $k$  el valor indicado mediante los datos siguientes:

Cemento	Áridos redondeados	Áridos machaqueo
1/32.5	$k=0.0054$	$k=0.0035$
1/42.5	$k=0.0045$	$k=0.0030$
1/52.5	$k=0.0038$	$k=0.0026$

Determinación de la cantidad de agua de acuerdo a la consistencia requerida.

Determinación de la cantidad de cemento. Una vez fijada la cantidad de agua y C/A se obtiene C que debe estar de acuerdo con las cantidades mínimas establecidas por norma en la misma tabla anterior y con  $C < 400 \text{ Kg/m}^3$  salvo situaciones en las que se cuidan las condiciones de fraguado, curado etc. (p.e. hormigones prefabricados) en los que C puede llegar a  $500 \text{ Kg/m}^3$ .

En cuanto a la granulometría se puede utilizar una curva granulométrica tipo como la

de Fuller para  $30 < D < 70 \text{ mm}$  y áridos rodados (aumentando algo los finos para los de machaqueo) o bien utilizar una granulometría discontinua basada en el módulo granulométrico de Fuller o Abrams.

Otra forma de operar consiste en el empleo de curvas tipificadas de dosificación. Una dosificación tipo para hormigones de poca responsabilidad podría ser 800 litros de grava, 420 litros de arena, 300 a 350 Kg de cemento y 180 a 200 litros de



agua por  $m^3$  de hormigón y, en peso, 1200 Kg de grava, 600 Kg de arena 325 Kg de cemento y 200 Kg de agua.

### **Correcciones y comentarios**

En los áridos de machaqueo conviene aumentar la proporción de finos.

Para hormigón vibrado puede aumentarse el árido más grueso.

Para cantidades de cemento  $> 300 \text{ Kg/m}^3$  puede reducirse algo la proporción de finos.

Con cemento puzolánico es conveniente aumentar la cantidad de agua.

Con aireantes puede disminuirse la cantidad de arena (en volumen igual al aire ocluido) y/o agua (3 litros por cada 1% de aire ocluido).

Un aumento de  $50 \text{ Kg/m}^3$  de cemento da lugar a aumentos de la tensión de compresión media del hormigón de aproximadamente 2,5 MPa a igualdad de otras condiciones.

Es necesario considerar la humedad de los áridos en la cantidad de agua del hormigón.

Para áridos más finos puede reducirse la proporción de cemento y viceversa.

Cuando se incluyan adiciones en el hormigón será necesario considerarlas en la dosificación mediante la modificación de la consideración del valor de C que ahora pasa a ser C+KF con F ( $\text{Kg/m}^3$ ) el contenido de adición y K la eficacia de la misma (cenizas volantes  $K < 0,3$  salvo ensayos exhaustivos que pueden aumentarlo hasta  $K < 0,5$ ; humo de sílice  $K < 2$  excepto para  $A/C > 0,45$  sometidos a exposiciones H o F en cuyo caso  $K=1$ ).

Cuando se utilizan adiciones  $C > 200, 250$  y  $275 \text{ Kg/m}^3$  para hormigón en masa, armado y pretensado respectivamente .

## **5.2 Preparación y puesta en obra del hormigón**

### **5.2.1 Amasado**

La fabricación del hormigón se realiza en central o en obra. La primera permite un control más riguroso quedando la segunda reservada para hormigones de menos prestaciones o de menor importancia.

En lo que se refiere a la dosificación, el agua se dosifica en volumen y el resto en peso, debiendo tenerse en cuenta, tal como se indicó el agua incluida en la humedad de los áridos y la residual en las hormigloneras.

Es conveniente el conseguir una mezcla homogénea e íntima entre todos los componentes del hormigón utilizando cementos siempre del mismo tipo o compatibles en cada amasada.

La homogeneidad y uniformidad de cada amasada se suele plantear en base a la dispersión en el peso por metro cúbico, la consistencia, el contenido en aire y la resistencia a compresión estableciéndose limitaciones a estas desviaciones

Típicas.

### **5.2.2 Transporte**

El transporte debe servir tan solo para agitar impidiendo el fraguado antes de lo previsto pero no para amasar el hormigón.

En cada amasada entregada debe fijarse a especificación del hormigón, la cantidad de hormigón en la carga y la hora de salida del camión y límite para su uso (no debe transcurrir más de 1 hora y media desde la adición del agua al cemento y áridos y la puesta en obra).

El hormigón se designa comercialmente por su resistencia característica en Mpa.

### **5.2.3 Puesta en obra**

Para el traslado al tajo se utilizan canaletas, tuberías, cintas o vagonetas, debiendo cuidarse que no se produzca segregación (separación trozos), evitar vibraciones y fraguados previos.

El vertido debe realizarse no desde demasiada altura (1 o 2 m. como máximo) y dirigido por canaletas.

Se debe disponer por tongadas de entre 30 y 60 cm. de espesor aproximadamente, compactando a continuación.

Lo habitual es utilizar vertido con bomba para lo que se suele utilizar árido redondeado con  $C > 300 \text{ Kg/m}^3$  y aditivos plastificantes.

Para situaciones especiales como hormigón armado con gran densidad de armaduras se utiliza a veces una primera tongada con sólo árido fino (mayor docilidad) siguiendo con el hormigón normal.

En situaciones con mucha inclinación es mejor verter de abajo arriba.

### **5.2.4 Compactación**

Se puede realizar por picado para hormigones de poca importancia o zonas de difícil acceso, por apisonado para elementos de poco espesor y mucha superficie, por vibrado y utilizando métodos especiales como inyección, vacío, centrifugado (para tubos por ejemplo), etc.

El vibrado es el procedimiento más habitual pasando la proporción de aire habitualmente del 15-20% a tan sólo 2-3%.

Existen vibradores internos, de superficie (éstos solo deben utilizarse para capas de espesor menor de 20 cm) y externos.

Una inadecuada compactación puede conducir, por ejemplo, a una excesiva permeabilidad aunque no se refleje directamente en algunos casos en la resistencia a compresión.

### **5.2.5 Juntas de hormigonado**

Debe intentarse que aparezcan en el menor número posible y en las zonas de compresión (pilares por ejemplo).

Deben realizarse perpendicularmente a la dirección de las tensiones de compresión, acercándolas en lo posible de las zonas de esfuerzos mínimos.

Debería limpiarse la zona de junta vertiendo 1 cm de mortero antes de volver a hormigonar.

Si es posible, debe esperarse hasta que se haya producido la primera retracción.

En vigas y placas lo ideal es disponerlas a  $1/4$  de la luz y con trazado a  $45^\circ$ .

Las resinas epoxi resuelven gran parte de los problemas de juntas.

### 5.2.6 Hormigonado en frío

El hormigón no fragua bien con bajas temperaturas debido a la acción expansiva del agua en tiempo de heladas.

Las heladas son especialmente perjudiciales para el hormigón fresco (antes de alcanzar los 10 MPa de resistencia).

No debe hormigonarse (o al menos cuidarse especialmente) si se esperan temperaturas inferiores a los 0°C en las primeras 48 horas ni con temperaturas inferiores a 5°C en el momento del vertido.

De cualquier forma el fraguado es más lento en tiempo frío.

Deben utilizarse precauciones especiales con aditivos aireantes y hormigones muy secos (según la EHE Art. 37.3.3 para exposición F se debe introducir un mínimo de un 4,5% de aire ocluido).

### 5.2.7 Hormigonado en tiempo caluroso

Debe intentarse bajar la temperatura de fraguado y evitar la desecación pues, como se ha indicado, este proceso disminuye la resistencia.

En este caso es aún más importante mantener la humedad durante el proceso de curado y proteger en algunos casos el hormigón de la desecación excesiva.

De cualquier forma no debe hormigonarse con temperaturas superiores a 35°C para estructuras normales y 15°C para grandes macizos de hormigón, estando expresamente prohibido para temperaturas superiores a 40°C.

### 5.2.8 Curado

Durante el proceso de fraguado y primeros días de endurecimiento, se producen pérdidas de agua que dan lugar a capilares y huecos, siendo necesario aplicar agua para aumentar la resistencia al permitir nuevos procesos de hidratación del cemento y disminuir la porosidad.

Es uno de los procesos decisivos en la resistencia y demás propiedades del hormigón, debiendo cuidarse especialmente.

A veces es conveniente proteger la superficie para evitar la desecación, para ello se utilizan láminas de plástico, materiales humedecidos, o productos superficiales de curado como membranas de silicona.

Es importante evitar sobrecargas, acopios y vibraciones durante el curado.

El curado para cementos portland tipo I dura aproximadamente 7 días aunque depende mucho de las condiciones medioambientales y del tipo de cemento.

De acuerdo con el CEB el curado finaliza cuando se alcanza una resistencia a compresión igual a  $0.7f_{cm}$ .

Para hormigones prefabricados se utiliza el curado al vapor que acelera el endurecimiento.

Una estimación de la duración mínima del curado viene dada por la expresión:  $D=KLD_0+D_1$  con D: duración mínima del curado en días; K: coeficiente de ponderación ambiental; L: coeficiente de ponderación térmica;  $D_0$ : parámetro básico de curado y  $D_1$ : parámetro función del tipo de cemento.

## 5.2.9 Encofrados, moldes y puntales

Su misión es contener y soportar el hormigón mientras que endurece.

Suelen ser metálicos (se prohíbe por la EHE el uso del aluminio) aunque también se utilizan mucho los encofrados de madera, debiendo, en cualquier caso intentar utilizarlos limpios y estancos.

Es habitual utilizar productos desencofrantes (barnices antiadherentes y preparados a base de aceites solubles en agua) para facilitar la labor de desencofrado y si son de madera se humedecerán previamente para evitar que absorban agua del hormigón.

A veces se utilizan encofrados con contraflecha o con restricciones al acortamiento (el diseño de encofrados y moldes es muy importante).

Para el diseño de encofrados y moldes es esencial tener en cuenta la presión del hormigón sobre el mismo, así como el peso de la pieza.

El acabado de la superficie depende esencialmente del encofrado, docilidad del hormigón y el uso de productos desencofrantes.

## 5.2.10 Descimbrado, desencofrado y desmoldeo

Los distintos elementos de encofrado se retirarán sin golpes ni sacudidas cuando el hormigón haya alcanzado la resistencia suficiente para evitar deformaciones excesivas ni fisuración prematura (en obras importantes es conveniente realizar ensayos de deformación previamente al descimbrado).

Para efectuar el descimbrado es conveniente tener en cuenta: el peso del hormigón, las cargas impuestas, la secuencia de descimbrado, mantener ciertos elementos para reducir deformaciones (puntales intermedios por ejemplo), operaciones previstas de tesado e inyección, operaciones especiales de descimbrado, condiciones ambientales (heladas por ejemplo) y exigencias superficiales del hormigón visto.

Se deberán retirar todos los elementos de encofrado que impiden el funcionamiento de diseño de la estructura (juntas de dilatación, articulaciones, Etc.)

## 5.2.11 Acabado de superficies y uniones de continuidad

Deberá cuidarse el aspecto de la superficie de acuerdo a las especificaciones, evitando la aparición de coqueas y orificios en hormigón visto para lo cual se utilizarán encofrados y morteros adecuados y a veces dosificaciones con áridos de menor tamaño.

Las uniones asegurarán la correcta transmisión de esfuerzos entre los elementos unidos.

Se construirán de forma con con las tolerancias habituales de obra no aparezcan sobreesfuerzos ni concentraciones de esfuerzos.

Debe garantizarse que: la junta es capaz de acomodarse a los desplazamientos relativos necesarios para movilizar su resistencia, resistir las acciones resultantes sobre ella, asegurar el comportamiento estable del conjunto y una correcta resistencia al fuego y la corrosión.

### 5.2.12 Inyección

Inyección de los tendones de pretensado para evitar la corrosión y proporcionar la adherencia necesaria entre hormigón y acero.

Para ello se deben llenar las vainas y conductos de los tendones con el material de resistencia y adherencia adecuadas, debiendo efectuarse lo más pronto posible después del tesado con un plazo máximo de 1 mes.

Debe tenerse en cuenta las características de la lechada (dosificación y propiedades), del equipo de inyección (bombas de gravedad mejor que las de succión, estando prohibidas las de aire comprimido) incluyendo velocidad y presión, limpieza de los conductos, secuencia de operaciones, ensayos a realizar incluyendo la fabricación de probetas.

La inyección debe ser ininterrumpida con velocidad entre 5 y 15 m/min no debiendo superar en cada operación los 120 m.

En todo caso, deben tenerse en cuenta recomendaciones similares para el vertido, fraguado y curado del hormigón.

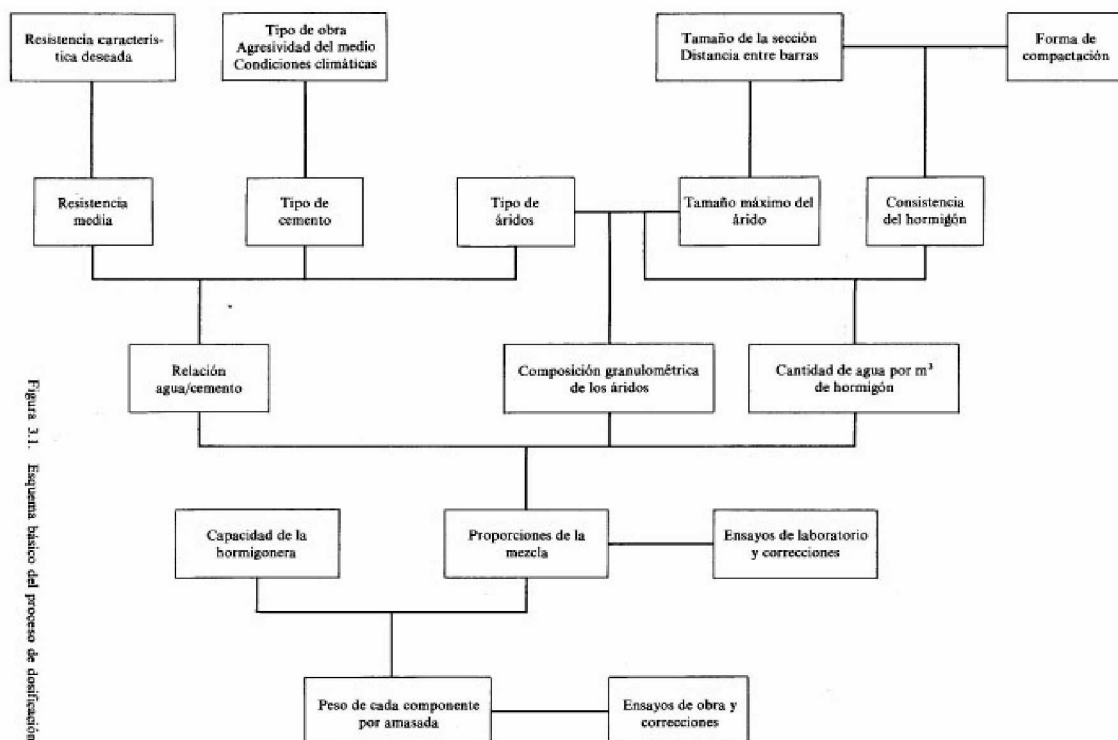


Figura 3.1. Esquema básico del proceso de identificación.

## 6. Armaduras pasivas y activas en el hormigón armado y pretensado. Propiedades y ensayos

### 6.1 Armaduras pasivas

Son armaduras pasivas las barras o mallas de acero dispuestas en el hormigón para garantizar la resistencia a tracción del elemento compuesto (hormigón-acero) o evitar la fisuración por tensiones de tracción en el hormigón.

La característica distintiva de las armaduras pasivas frente a las activas es que no incorporan tensión previa (pretensada o postensada) a la inducida por las cargas actuantes.

Se distingue entre barras corrugadas, mallas electrosoldadas y armaduras básicas electrosoldadas en celosía.

Se utilizan barras corrugadas y alambres corrugados y lisos, estando los alambres limitados a su uso en mallas electrosoldadas y armaduras en celosía.

Los aceros utilizados en las armaduras pasivas se identifican con la letra B (asociada al hecho de ser aceros para hormigón)  $f_y$  (tensión de límite elástico del acero en N/mm<sup>2</sup>) y la letra S (para barras corrugadas) o T (para alambres). Tan sólo se utilizan los aceros B400S, B500S y B500T

Los productos certificados deben llevar el certificado de garantía indicando las características homologadas del acero, mientras que los no homologados deben incluir los resultados de ensayos incluido el de adherencia para productos corrugados.

#### 6.1.1 Barras corrugadas

Se denominan así las barras de acero para armado fabricadas por laminación en caliente (seguida o no de un proceso de deformación en frío) y presentan una serie de corrugas o nervios longitudinales con geometrías variables.

Los diámetros nominales normalizados en la EHE para barras corrugadas son: 6-8-10-12-14-16-20-25-32 y 40 mm. Se identifica el diámetro nominal (salvo tolerancias) con el diámetro equivalente definido como el diámetro de la sección circular equivalente calculada como el Peso por unidad de longitud de una barra dividido por el peso específico del acero, no debiendo ocurrir en ningún caso que la sección equivalente sea menor del 95% de la nominal.

Se recomienda en obra utilizar el mínimo número de diámetros posible y, por supuesto barras sin sopladuras ni grietas superficiales. Las barras corrugadas deberán estar marcadas adecuadamente de acuerdo al tipo de acero y a la geometría del corrugado y llevar el identificativo del país y marca del fabricante.

Esencial en éste como en otros productos mantener unas condiciones de almacenamiento adecuadas.

A efectos de cálculo es habitual utilizar la capacidad mecánica  $U$  de una barra o conjunto de barras definida como el producto de su área por la resistencia de cálculo del acero  $f_{yd}$ , definida a su vez como la resistencia característica del acero  $f_{yk}$  dividida por el coeficiente de seguridad que, en el caso del acero de armaduras pasivas (y activas) es 1,15. Es habitual disponer de tablas de capacidades mecánicas.

### 6.1.2 Mallas electrosoldada

Se entiende por malla electrosoldada la fabricada por barras corrugadas o por alambres corrugados fabricados por laminación en frío.

Su utilización corresponde esencialmente a elementos superficiales (losas, láminas, muros, etc.), aunque a veces también se utilizan en elementos lineales.

Los diámetros normalizados de los alambres corrugados son 5-5,5-6-6,5-7-7,5-8-8,5-9-9,5-10-10,5-11-11,5-12 y 14 mm., aunque para control de fisuración (sin misión estructural) también se emplean alambres de diámetros 4 y 4,5 mm. Los diámetros más utilizados y recomendados son 5-6-7-8-9-10 y 12 mm.

Se suministran habitualmente en paneles de dimensiones tipificadas (6x2,15 m habitualmente) o bien en rollos para diámetros pequeños. Las separaciones entre barras longitudinales suelen ser de 50-75-100-150 o 200 mm., mientras que las correspondientes a las transversales suelen ser más variables.

La resistencia al arrancamiento de cada nudo doblado ha de ser superior al 30% de la resistencia nominal del alambre  $A_{s_{fyk}}$  más grueso de los dos que se sueldan.

### 6.1.3 Armaduras básicas soldadas en celosía

Están formadas por un conjunto de elementos (barras o alambres) con estructura espacial y con los puntos de contacto soldados mediante soldadura eléctrica por puntos. Se componen de un elemento longitudinal superior que debe ser corrugado, dos elementos longitudinales inferiores que deben ser corrugados y dos elementos transversales que forman celosía que pueden ser corrugados o lisos.

Se utilizan esencialmente como armado de viguetas de forjados. Los diámetros nominales de los alambres lisos o corrugados utilizados para las armaduras en celosía se ajustarán a la serie 5-6-7-8-9-10 y 12 mm. Pudiendo emplearse además para los elementos transversales de viguetas de forjado los de 4 y 4,5 mm.

## 6.2 Armaduras activas

Son armaduras activas las de acero de alta resistencia mediante las cuales se introduce la fuerza de pretensado.

Suelen ser barras, alambres (procedentes de estirado en frío o trefilado suministrado habitualmente en rollo), cordones de 2 o 3 alambres (todo ellos del mismo diámetro enrollados helicoidalmente en el mismo sentido de torsión), cordones de 7 alambres (6 alambres del mismo diámetro enrollados helicoidalmente en el mismo sentido de torsión alrededor del séptimo con diámetro entre 1,02 y 1,05 el de los anteriores).

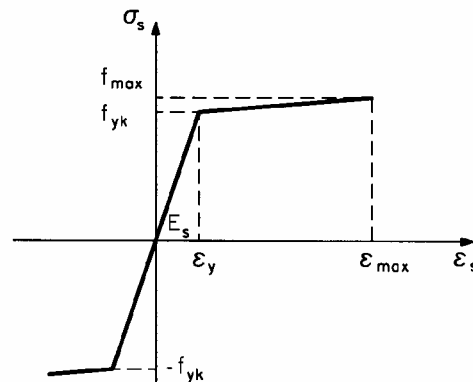
Se denomina tendón al conjunto de armaduras paralelas alojadas en un mismo conducto y que, a efectos de cálculo se consideran una sola armadura. Para armaduras de pretensado individuales suele denominarse tendón a cada una de las armaduras.

- Barras de pretensado
- Alambres de pretensado
- Cordones de pretensado

## 6.4 Propiedades

Las propiedades a considerar en los aceros de armado son:

- Carga unitaria máxima a tracción (medida en la sección nominal y no la real) ( $f_{max}$ )
- Límite elástico. Para acero de alta resistencia (armaduras activas) definido convencionalmente como la tensión para una deformación del 0,2% ( $f_y$ )



- Alargamiento remanente concentrado (incluyendo la zona de estricción) en rotura ( $\epsilon_u$ )
- Alargamiento bajo carga máxima ( $\epsilon_{max}$ )
- Módulo elástico ( $E_s$ )
- Estricción expresada en porcentaje ( )
- Resistencia a la tracción desviada (solo para cordones de diámetro igual o superior a 13 mm)
- Aptitud al doblado
- Relajación
- Resistencia a la fatiga
- Adherencia
- Soldabilidad
- Susceptibilidad a la corrosión bajo tensión

### 6.3.1 Diagrama tensión deformación

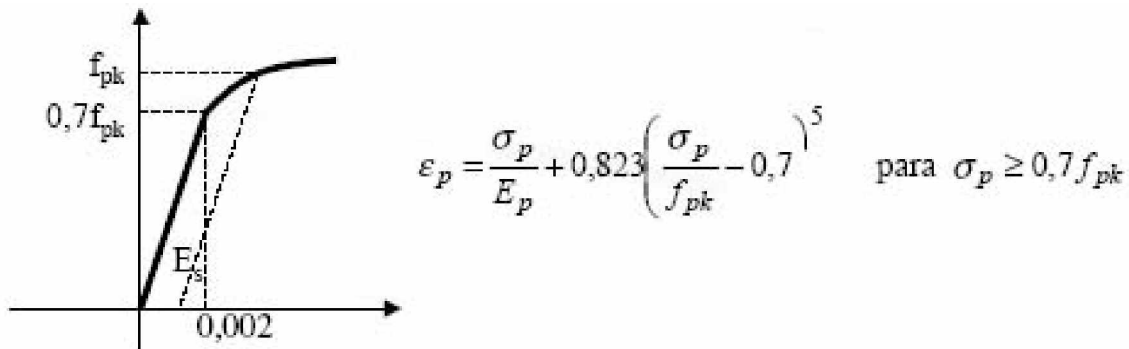
El ensayo a realizar es el ensayo de tracción normalizado para barra sin mecanizar. Para armaduras pasivas el diagrama característico puede aproximarse, caso de ausencia de datos por el siguiente

Diagrama tensión-deformación (carga unitaria-alargamiento)



A falta de datos puede tomarse como valor de max 0,08 para B400S y 0,05 para B500S y para  $f_{max}$  se puede tomar el valor  $1,05f_{yk}$  con  $f_{yk}$  el límite elástico característico

Para armaduras activas el diagrama característico (correspondiente al percentil de los valores más bajos de tensión obtenidos) puede aproximarse, caso de ausencia de datos por el siguiente



El módulo elástico para armaduras pasivas y activas a falta de datos se tomará como  $E_s = E_p = 200.000 \text{ N/mm}^2$ . En los cordones, sin embargo, a falta de datos se tomará  $E_p = 190.000 \text{ N/mm}^2$ .

### 6.3.2 Relajación

Se define como la pérdida de tensión a deformación constante dividida por tensión inicial. Es una característica esencial de las armaduras activas.

Para una tensión inicial de valor  $f_{max}$  con  $0,5 \leq \alpha \leq 0,8$  la relajación  $\rho$  se puede aproximar por

$$\log \rho = \log \frac{\Delta \sigma_p}{\sigma_{pi}} = K_1 + K_2 \log t$$

con  $K_1$  y  $K_2$  valores a suministrar por el fabricante que dependen del acero y de la tensión inicial.

A falta de datos la relajación puede estimarse con las tablas de la norma para la relajación a 1000 horas para diferentes valores de tensión inicial y los porcentajes de relajación respecto de las 100 horas correspondientes a diferentes duraciones.

Para tiempos superiores a 1000 horas puede utilizarse la expresión

$$\rho(t) = \rho_{1000} \left( \frac{t}{1000} \right)^{\log \frac{\rho_{1000}}{\rho_{100}}}$$

### 6.3.3 Fatiga

El rango de tensiones máxima y mínima debe estar por debajo del límite de fatiga (máxima amplitud de la tensión cíclica con media nula para la que el material alcanza los 2.000.000 de ciclos) que se establece para las distintas armaduras en la norma EHE

El fenómeno de fatiga es más importante en aceros de mayor límite elástico y no suelen ser habituales en estructuras de hormigón. Sin embargo la probabilidad de su aparición aumenta si se aparecen uniones, entalladuras, o puntos de concentración de tensiones.

En el caso de barras dobladas, a falta de datos experimentales el límite de fatiga de la tabla anterior debe disminuirse según

$$\Delta\sigma_{D,red} = \left(1 - 3\frac{d}{D}\right) \Delta\sigma_D$$

con  $d$  el diámetro de la barra y  $D$  el de doblado.

Para estribos de diámetro inferior a 10 mm. No será necesario establecer esta reducción.

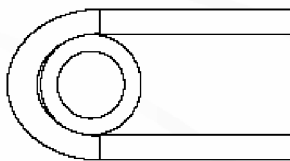
Cuando existen uniones en elementos sometidos a fatiga (que deben evitarse en lo posible) deberán utilizarse los límites de fatiga anteriores pero reducidos en un 50%.

### 6.3.4 Doblado

El ensayo de doblado tiene por misión comprobar la ductilidad para prevenir roturas frágiles durante el transporte y manipulación de la ferralla.

La norma UNE 7051 establece el ensayo de doblado simple a 180°, efectuado a 20 °C (la rotura frágil depende de forma importante de la temperatura) sobre un mandril que varía con el tipo de acero y con el diámetro de la barra. Se considera satisfactorio si no aparecen grietas o pelos en la zona curva de la barra.

Más severo que éste es el ensayo de doblado-desdoblado a 90° que se efectúa en un mandril de diámetro doble que el de doblado. Está especialmente indicado para alambres.



### 6.3.5 Adherencia

\_ El ensayo más habitual para determinar la adherencia del acero es el de arrancamiento o “pull-out” en el que se mide la fuerza necesaria para arrancar un redondo de una probeta de hormigón. Al dividir la fuerza por la superficie adherente se obtiene la tensión media de adherencia. Proporciona resultados demasiado optimistas frente a la realidad.

Otro ensayo es el de arrancamiento modificado en el que la longitud de adherencia se limita a  $10\varnothing$  eliminándose el efecto zuncho que aparece en el anterior.

Un último ensayo es el de adherencia por flexión (método BAUS) adoptado por la RILEM, CEB y FIP. Consiste en dos media viguetas de hormigón armadas don un

redondo pasante (la barra de ensayo) y unidas por una rótula metálica en la zona de compresión. La barra está provista de sendos manguitos metálicos que dejan una longitud adherente de  $10f$ . Con ello se consigue anular el efecto local de los apoyos y conocer la tensión más exactamente.

### 6.3.6 Soldabilidad

Solo deben aplicarse métodos de soldeo a los aceros de armaduras pasivas (aceros de dureza natural) ya que los aceros de alta resistencia pierden propiedades por calentamiento local.

La carga total de rotura de la probeta soldada no debe ser inferior al 95% de la media de otras dos iguales sin soldar y ningún punto del diagrama tensión-deformación de la primera debe estar por debajo del 95% de la más desfavorable de las otras dos.

Se admiten los métodos de empalme siguientes: "a tope" por resistencia eléctrica y golpe de forja, a tope al arco eléctrico achaflanado los bordes, y a solapo con cordones longitudinales para barras con  $\varnothing < 25$  mm.

La longitud de solapo debe ser el orden de  $10\varnothing f_s / f_0$  con  $f_s$  la tensión de rotura del electrodo y  $f_0$  la de la barra.

Esencial el adecuado control de las soldaduras.

Las soldaduras deben disponerse alejadas de las zonas de mayor tensión, lejos de los codos o ángulos y distanciarlas suficientemente.

### 6.3.7 Propiedades mínimas de los aceros

Las características mecánicas mínimas de los aceros para armaduras (barras corrugadas y mallas electrosoldadas) vienen establecidas en la normativa española. Las armaduras de celosía cumplirán las características mínimas de barras corrugadas o alambres según se trata de uno u otro elemento.

Los alambres y cordones de pretensado también han de cumplir especificaciones mínimas en cuanto a tensión de rotura y a relajación (recuérdense las limitaciones anteriormente establecidas).



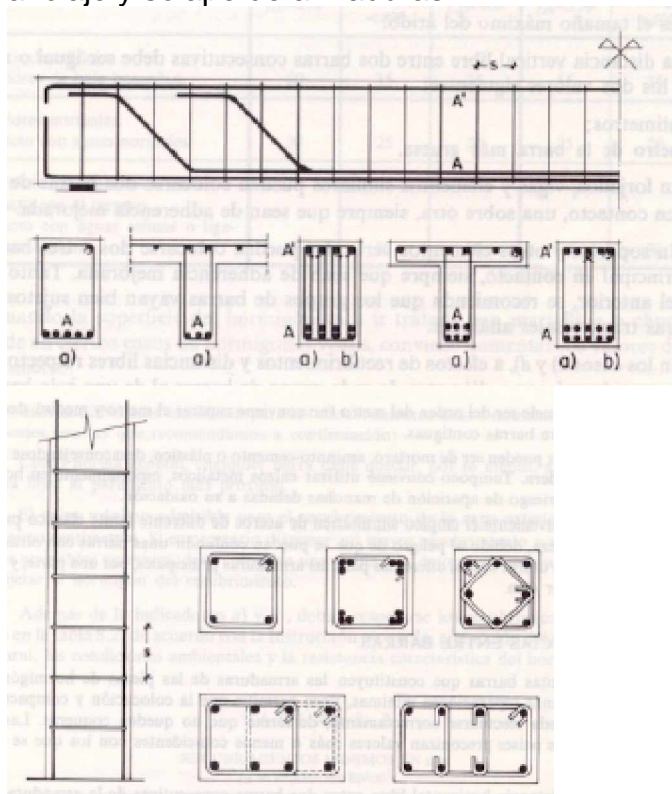
## 7. El hormigón armado. Generalidades

El hormigón es un material con buena resistencia a compresión pero baja a tracción, siendo necesario reforzarlo para trabajar en condiciones de flexión. Ello se realiza mediante la inclusión de armaduras pasivas (hormigón armado) o activas pre o postensadas (hormigón pre y postensado) en las zonas traccionadas.

Se disponen armaduras longitudinales en las zonas de tracción de a sección para absorber las tensiones de tracción originas por la flexión y armaduras transversales cuya misión es asegurar la absorción de las tensiones de tracción inducidas por el esfuerzo cortante y/o torsión.

También se disponen armaduras secundarias por razones puramente constructivas o efectos secundarios (armaduras de montaje, armaduras de piel, armaduras por retracción y efectos térmicos, armaduras de reparto, etc.)

Es necesario establecer las reglas básicas referentes a la disposición, montaje, anclaje y solape de armaduras.



## 7.1 Disposición de armaduras

Las armaduras pasivas se colocarán exentas de grasa, pintura o sustancia nocivas.

Se dispondrán según marca proyecto, sujetas entre sí para evitar desplazamientos de forma que no varíe su posición durante el transporte y colocación y permita al hormigón envolverlas completamente evitándose coqueras.

Una fina capa de óxido no se considera nociva para la función de adherencia. Sin embargo, cuando la oxidación sea excesiva pueden limpiarse comprobándose que la pérdida de peso es inferior al 1% de la inicial y que la altura de los resaltes de la corruga siguen siendo suficientes para la función de adherencia.

Se autoriza el uso de la soldadura siempre que se realice con aceros soldables y siguiendo normas de buena práctica y las recomendaciones de norma pertinentes.

Los cercos de pilares o estribos de vigas se colocarán atándose a las barras principales prohibiéndose expresamente la unión mediante puntos de soldadura.

Debe evitarse el uso de aceros diferentes (salvo para vigas principales y estribos).

Deberán garantizarse los recubrimientos mínimos establecidos en las condiciones de durabilidad incluyéndose separadores y calzos para asegurar los recubrimientos y distancias entre barras (los calzos deben disponerse a distancia máximas de 1 m., desaconsejándose los de madera y metálicos)

Las operaciones de doblado se realizarán en general en frío mediante métodos mecánicos con la ayuda de mandriles de modo que se consigan curvaturas constantes en toda la zona de doblado.

No se admitirá el enderezamiento de codos, salvo que se asegure que no perjudica a la barra, para lo cual será conveniente disponer de ensayos de doblado-desdoblado del acero y asegurarse que en la operación de desdoblado no se han producido fisuras o pelos.

El diámetro mínimo de doblado de una barra depende del tipo de acero y diámetro de la barra, debiendo evitarse radios pequeños y muchas barras dobladas en la misma sección ya que ello conduce a concentraciones e tensión importantes en el hormigón, además de los efectos sobre las barras.

Según la norma española EHE las limitaciones del diámetro del mandril para los distintos tipos de barras no será inferior a los valores siguientes:

TABLA 66.2  
Disposición de separadores

Elemento		Distancia máxima
Elementos superficiales horizontales (losas, forjados, zapatas y losas de cimentación, etc.)	Emparrillado inferior	50 $\varnothing$ ó 100 cm
	Emparrillado superior	50 $\varnothing$ ó 50 cm
Muros	Cada emparrillado	50 $\varnothing$ ó 50 cm
	Separación entre emparrillados	100 cm
Vigas <sup>(1)</sup>		100 cm
Soportes <sup>(1)</sup>		100 $\varnothing$ ó 200 cm

(1) Se dispondrán, al menos, tres planos de separadores por vano, en el caso de las vigas, y por tramo, en el caso de los soportes, acoplados a los cercos o estribos.

$\varnothing$  Diámetro de la armadura a la que se acople el separador.

TABLA 66.3  
Diámetro mínimo de los mandriles

Barras corrugadas	Ganchos, patillas y gancho en U (ver figura 66.5.1)		Barras dobladas y otras barras curvadas	
	Diámetro de la barra en mm		Diámetro de la barra en mm	
	$\varnothing < 20$	$\varnothing \geq 20$	$\varnothing \leq 25$	$\varnothing > 25$
B 400 S B 500 S	4 $\varnothing$	7 $\varnothing$	10 $\varnothing$ 12 $\varnothing$	12 $\varnothing$ 14 $\varnothing$

Los cercos y estribos de diámetro igual o inferior a 12 mm. podrán doblarse con diámetros inferiores no debiendo, en cualquier caso, ser inferior a 3d ni 3 cm.

En mallas electrosoldadas rigen los mismos principios siempre que el doblado se efectúe a una distancia igual o superior a 4d del punto de soldadura. En caso contrario, el diámetro mínimo de doblado no será inferior a 20d.

## 7.2 Distancia entre armaduras

Las limitaciones referentes a distancias entre armaduras rigen para hormigón "in situ". Para hormigón prefabricado con medios de vibrado y control suficientes pueden disminuirse estas distancias previa justificación especial.

Las distancias han de ser suficientes para garantizar que el hormigón envuelve correctamente las armaduras y es posible, asimismo, compactarlo adecuadamente.

La distancia libre horizontal y vertical, entre dos barras aisladas consecutivas, será igual o superior al mayor de: 20 mm. el diámetro de la mayor 1,25 el tamaño máximo del árido.

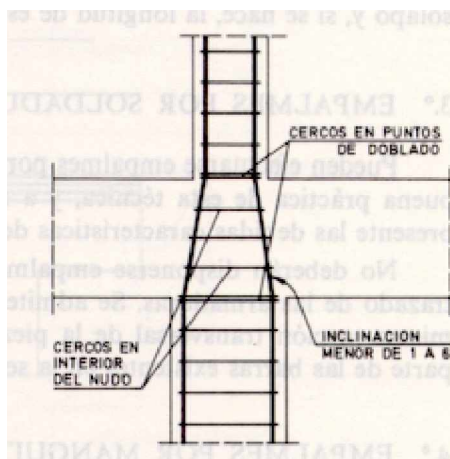
Para grupos de barras (barras en contacto en número hasta cuatro) la determinación de recubrimientos y distancias se realizará en forma idéntica al caso de barras aisladas pero utilizándose el diámetro equivalente del grupo definido como el diámetro de una barra de la misma sección que el conjunto de las del grupo, midiéndose las distancias a partir del contorno del grupo. El diámetro equivalente del grupo no podrá ser superior a 50 mm. Salvo en piezas comprimidas con hormigonado vertical que puede elevarse a 70 mm.

Para armaduras activas pretensadas, la distancia libre horizontal y vertical, entre dos tendones aislados consecutivos, será igual o superior al mayor de: 20 mm. para la distancia horizontal y 10 mm. para la vertical el diámetro de la mayor 1,25 el tamaño máximo del árido para la distancia horizontal y  $0,8D$  para la vertical

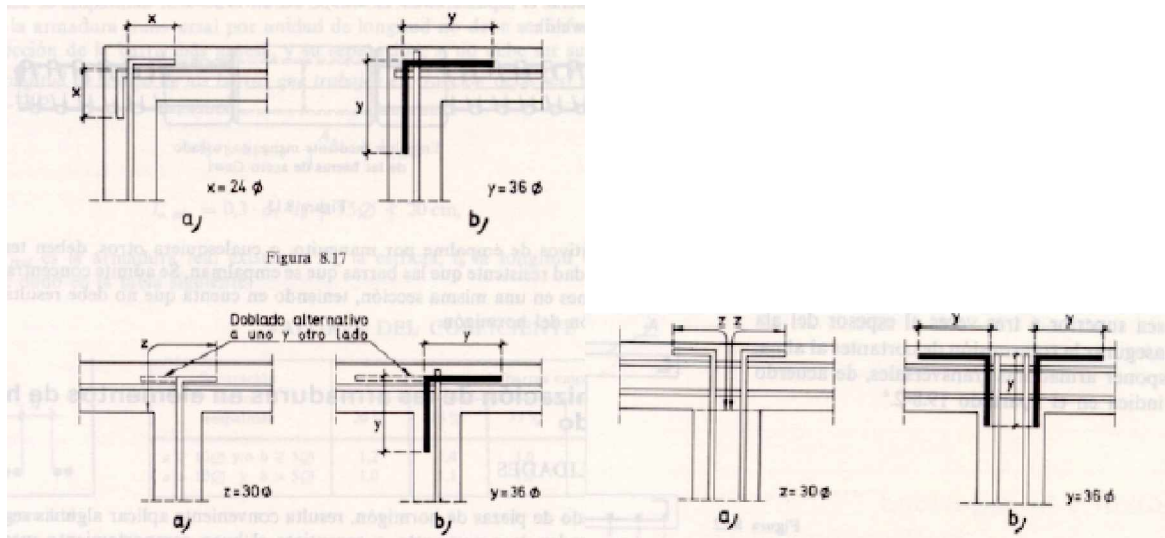
Para armaduras activas postesadas, la distancia libre horizontal y vertical, entre dos vainas aisladas consecutivos o entre grupos de vainas (un grupo corresponde a un máximo de dos vainas en contacto vertical y cuatro en total), será igual o superior al mayor de: 50 mm. para la distancia horizontal y 40 mm. para la vertical el diámetro de la vaina la dimensión vertical de la vaina para la distancia horizontal y la dimensión horizontal de la vaina para la distancia vertical para la distancia vertical 1,6 veces la mayor de las dimensiones de las vainas individuales que formen un grupo de vainas.

### 7.3 Recomendaciones adicionales en cuanto a disposición de armaduras

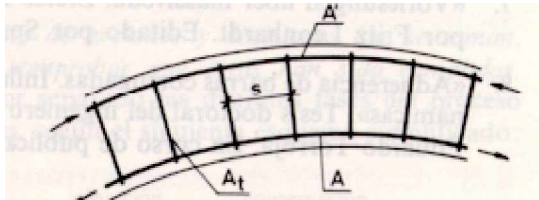
Nudos de unión viga-pilar: Mantener los cercos a lo largo e toda la longitud del pilar, disponiendo cercos obligatorios en las zonas de doblado de armaduras. Las barras superiores (de negativos) de las vigas deben pasar la unión prolongándose un mínimo de 30 cm, mientras que las inferiores pueden detenerse a 5 cm de la cara del pilar más próxima.



Los encuentros de muros deben de disponerse las barras como se indica



Los nudos de piezas poligonales se pueden disponer como se indica en la figura. En las piezas curvas hay que asegurar que los estribos sean capaces de absorber los esfuerzos radiales que aparecen.



En las piezas de sección delgada (piezas en T, doble T o cajón) las barras que se incluyen en las alas deben ser tales que la distancia entre ellas no sobrepase en 3 veces el espesor del ala., disponiéndose cercos suficientes para asegurar la transmisión del cortante.

### 7.3.1 Adherencia y anclaje de las armaduras

La característica esencial que dota al hormigón armado de su carácter de material compuesto es la de adherencia hormigón-acero que permite al acero seguir las deformaciones del hormigón trabajando conjuntamente y resistir con ello las situaciones de flexión. La adherencia permite además que la aparición de fisuras por tracción en el hormigón sea distribuida dando lugar a muchas fisuras pero de pequeño tamaño perfectamente asumibles, manteniéndose la unión entre ambos materiales en las zonas entre fisuras.



La adherencia pues asegura el anclaje de las barras, tal como se ha indicado, y permite transmitir las tensiones tangenciales longitudinales consecuencia de las variaciones de la tensión longitudinal.

La adherencia está originadas por causas físico-químicas (a través de fuerzas capilares y moleculares desarrolladas en la interfase) y mecánicas (mucho más importantes debida al rozamiento y, sobre todo al efecto de acuñamiento producido por la penetración de la pasta de cemento en las irregularidades de la superficie de la barra que existen incluso en barras lisas aunque, obviamente, son mucho más importantes en barras corrugadas).

La adherencia depende del tipo de cemento (mejor los portland), de la dosificación y de la calidad del hormigón.

### 7.3.2 Empalme de armaduras

Deben diseñarse de manera que se asegure la transmisión de fuerzas de una barra a otra sin daños en el hormigón circundante.

Sólo se dispondrán los indicados en proyecto, intentando ubicarlos en zonas de baja carga.

Se realizarán por solapo, por soldadura u otros tipos suficientemente garantizados por ensayos (resistencia a rotura superior a la de una barra aislada y deslizamiento inferior a 0,1 mm.).

Los empalmes de las barras a tracción se dispondrán de forma que los centro de los empalmes estén separados, al menos una distancia igual a  $l_b$  (longitud básica de anclaje).

Los empalmes por solapo se realizarán colocando las barras una al lado de la otra a una distancia inferior a  $4\varnothing$  y mayor de la distancia mínima entre barras. La longitud de solapo será igual a  $\alpha l_b$ , neta con  $\alpha$  definido en la Tabla 66.6.2 de la EHE y  $l_b$ , neta la longitud neta de anclaje. No se realizarán empalmes por solapo salvo justificación explícita para barras de diámetros superiores a 32 mm. Además deberán disponerse armaduras transversales en la zona de solapo en sección igual a la de la mayor barra solapada.

Los empalmes por solapo de grupos de barras se realizarán añadiendo una barra supletoria en toda la zona de empalme con diámetro igual o mayor que las que forman el grupo. Cada barra se enfrentará a tope a la que va a empalmar siendo la la separación entre los distintos empalmes y la prolongación de la tabla supletoria igual a  $1,2l_b$  para grupos de dos barras y  $1,3l_b$  para grupos de tres barras.

Los empalmes por solapo de mallas electrosoldadas se clasifican en empalmes de mallas acopladas (en el mismo plano) o mallas superpuestas (una encima de otra). En el primer caso la longitud de solapo será  $\alpha l_b$  y en el segundo caso la longitud de solapo será de  $1,7l_b$  para elementos solapados con separación superior a  $10\varnothing$  y de  $2,4l_b$  en caso contrario. En cualquier caso, la longitud de solapo será superior a  $15\varnothing$  o 20 cm.

Los empalmes por soldadura han de realizarse de forma cuidadosa, con superficies correctamente dispuesta y utilizando materiales debidamente cualificados. No se soldarán armaduras galvanizadas ni diámetros cuya diferencia sea mayor de 3 mm.

Los empalmes mecánicos mediante manguitos o acopladores se realizarán en base a ensayos previos con los elementos de empalme asegurando las dos condiciones fundamentales (resistencia a rotura mayor que la de la barra aislada y deslizamiento inferior a 0,1 mm).

Los empalmes del tipo anterior se utilizan sobre todo en armaduras activas asegurando que el deslizamiento esté libre durante el proceso de tesado y enclavando después del mismo, asegurando las mismas condiciones anteriores.

## **LECCIÓN 3.**

# **EL HORMIGÓN ARMADO Y PRETENSADO COMO MATERIAL DE CONSTRUCCIÓN DURABLE.**

## **INDICE:**

1. Condiciones de durabilidad del hormigón
  - 1.1 Selección de formas estructurales adecuadas
  - 1.2 Adopción del recubrimiento adecuado
  - 1.3 Control del tamaño de fisura
  - 1.4 Disposición de protecciones superficiales en caso de ambientes agresivos
  - 1.5 Adecuada dosificación
  - 1.6 Control de corrosión de las armaduras
2. Bases del cálculo orientadas a la durabilidad
3. El método de los estados límite
  - 3.1 Estados límite últimos
  - 3.2 Estados límite de servicio
4. Acciones

# Durabilidad

## 1. Condiciones de durabilidad del hormigón

La durabilidad de una estructura de hormigón se define como la capacidad de resistir las distintas agresiones físicas y químicas que sufrirá a lo largo de su vida útil y que podrían producir la degradación de la misma al margen de las cargas y sollicitaciones de diseño.

Deben establecerse las condiciones de durabilidad en el proyecto de acuerdo con el ambiente al que vaya a estar sometida la estructura. La agresividad se determina pues por el tipo de ambiente.

La prevención es la mejor estrategia debiendo cuidarse especialmente las condiciones de fabricación y ejecución.

Una adecuada estrategia de durabilidad debe incluir:

- Selección de formas estructurales adecuadas.
- Consecución de una adecuada calidad del hormigón.
- Adopción del recubrimiento adecuado para protección de las armaduras.
- Control del tamaño de fisura
- Disposición de protecciones superficiales en casos de ambientes muy agresivos.
- Adopción de medidas contra la corrosión de armaduras.

### 1.1 Selección de formas estructurales adecuadas

Se procurará evitar diseños estructurales especialmente sensibles a la acción del agua reduciendo al máximo su contacto directo con las superficies de hormigón (goterones y sistemas de evacuación y drenaje de huecos).

Consecución de una adecuada calidad del hormigón: Selección de materiales adecuados, dosificación de acuerdo a normas de buena práctica, correcta puesta en obra, resistencia y además propiedades acordes con las exigencias de proyecto.

### 1.2 Adopción del recubrimiento adecuado para protección de las armaduras

El recubrimiento (distancia entre la superficie exterior del hormigón y la superficie exterior de las armaduras) es un parámetro esencial en la durabilidad del elemento debe cumplir las siguientes especificaciones en cuanto a valores mínimos (nunca deben ser inferiores):

Para armaduras principales ha de ser igual o superior al diámetro de la barra (o diámetro equivalente si se trata de un grupo de barras) y a 0,8D salvo que la disposición de armaduras dificulte el paso del hormigón en cuyo caso será superior a 1,25D.

Para cualquier clase de armaduras pasivas o activas pretensas no será nunca inferior a los valores límite incluidos en la norma EHE en función de la exposición ambiental. Para garantizar estos valores mínimos se establece un  $r_{nom} = r_{min} + \Delta r$  con  $r_{min}$  definido en la tabla 37.2.4. de la EHE

y  $\Delta r = 0$  (elementos prefabricados con control intenso de ejecución); 5 mm (elementos in situ con control intenso de ejecución); 10 mm (resto de casos).

En viguetas y placas de forjados el diseñador podrá incluir en el recubrimiento los espesores de elementos superficiales adicionales impermeables y permanentes no pudiendo ser, de cualquier forma, en estos casos el recubrimiento real de hormigón inferior a 15 mm.

El de barras dobladas no será inferior a 2 diámetros medidos en el plano perpendicular al de doblado.

Para recubrimientos superiores a 50 mm. Será conveniente disponer de una malla de reparto para evitar fisuraciones excesivas con una cuantía geométrica del 0,5% del área de recubrimiento para barras con diámetros iguales o inferiores a 32 mm. y del 1% para diámetros superiores.

En piezas hormigonadas contra el terreno, el recubrimiento mínimo será de 70 mm, salvo que se prepare el terreno y se disponga de hormigón de limpieza en cuyo caso se utilizarán los límites anteriores salvo el correspondiente al mallazo.

Para armaduras postesas los recubrimientos mínimos serán: en ambas direcciones vertical y horizontal, de 4 cm o la dimensión horizontal de la vaina o grupo de vainas en contacto o (sólo en el caso horizontal) la mitad de la dimensión vertical de la vaina o grupo de vainas en contacto.

Los recubrimientos se garantizan mediante la colocación de los separadores pertinentes. Deben ser impermeables, resistentes a los álcalis del hormigón y demás agresiones químicas, rígidos y no inducir corrosión en las armaduras.

Se utilizan de hormigón (de una calidad comparable al sustrato) o más habitualmente de plástico rígido (en este caso, para asegurar un buen enlace del hormigón con la pieza deben estar agujereados en al menos un 25% de su sección), prohibiéndose los de ladrillo, mortero o desechos de obra y por supuesto los materiales metálicos.

Recubrimientos mínimos

Resistencia característica del hormigón [N/mm <sup>2</sup> ]	Tipo de elemento	RECUBRIMIENTO MÍNIMO [mm] SEGÚN LA CLASE DE EXPOSICIÓN (**)									
		I	Ila	IIb	IIIa	IIIb	IIIc	IV	Qa	Qb	Qc
$25 \leq f_{ck} < 40$	general	20	25	30	35	35	40	35	40	(*)	(*)
	elementos prefabricados y láminas	15	20	25	30	30	35	30	35	(*)	(*)
$f_{ck} \geq 40$	general	15	20	25	30	30	35	30	35	(*)	(*)
	elementos prefabricados y láminas	15	20	25	25	25	30	25	30	(*)	(*)

- (\*) El proyectista fijará el recubrimiento al objeto de que se garantice adecuadamente la protección de las armaduras frente a la acción agresiva ambiental.
- (\*\*) En el caso de clases de exposición H, F ó E, el espesor del recubrimiento no se verá afectado.

### 1.3 Control del tamaño de fisura

El hormigón siempre se fisura debiendo controlarse el tamaño de las fisuras. Los valores máximos del tamaño de fisura están establecidos según norma en la tabla (49.2.4. de la EHE):

Clase de exposición	$w_{m\acute{a}x}$ [mm]	
	Hormigón armado	Hormigón pretensado
I	0,4	0,2
IIa, IIb, H	0,3	0,2 <sup>1)</sup>
IIIa, IIIb, IV, F	0,2	Descompresión
IIIc, Qa, Qb, Qc	0,1	

### 1.4 Disposición de protecciones superficiales en casos de ambientes muy agresivos

Tales como revestimientos superficiales específicos (resinas, barnices, etc.) y también a veces inhibidores de la corrosión y protectores de las armaduras (p.e. galvanizado). En estos casos es esencial asegurar el correcto mantenimiento de las protecciones.

### 1.5 Adecuada dosificación

No deben olvidarse tampoco las especificaciones respecto de:

- La máxima relación A/C permitida (ver tabla 37.3.2.a,b)
- Mínimo contenido de cemento (ver tabla 37.3.2.a,b)
- Mínimo contenido de aire ocluido cuando el hormigón esté sometido a clase de exposición F, es decir, contra heladas
- Resistencia frente al ataque de sulfatos (incluyendo cementos resistentes a sulfatos)
- Resistencia frente al agua de mar (incluyendo cementos resistentes al agua de mar)
- Resistencia frente a erosión (utilizando hormigones resistentes, áridos duros y un curado prolongado). Cuando un hormigón vaya a estar sometido a una clase de exposición E, deberá procurarse la consecución de un hormigón resistente a la erosión. Para ello, se adoptarán las siguientes medidas:
  - Contenido mínimo de cemento y relación máxima agua/cemento, según la tabla
  - Resistencia mínima del hormigón de 30 N/mm<sup>2</sup>.
  - El árido fino deberá ser cuarzo u otro material de, al menos, la misma dureza.
  - El árido grueso deberá tener un coeficiente de Los Ángeles inferior a 30.
  - No superar los contenidos de cemento que se indican a continuación para cada tamaño máximo del árido *D*:

<u>D</u>	<u>Contenido máximo de cemento</u>
10 mm	400 kg/m <sup>3</sup>
20 mm	375 kg/m <sup>3</sup>
40 mm	350 kg/m <sup>3</sup>

-Curado prolongado, con duración, al menos, un 50% superior a la que se aplicará a un hormigón no sometido a erosión.

- Resistencia frente a la reactividad álcali-árido utilizando áridos, cementos y aditivos adecuados a cada situación (para áridos reactivos, por ejemplo). Las reacciones álcali-árido se pueden producir cuando concurren simultáneamente la existencia de un ambiente húmedo, la presencia de un alto contenido de alcalinos en el hormigón y la utilización de áridos con componentes reactivos. Se consideran ambientes húmedos aquellos cuya clase general de exposición es diferente a I ó IIb.

### 1.6 Control de la corrosión de las armaduras

Esencial garantizar los recubrimientos mínimos establecidos previamente, teniendo en cuenta las condiciones ambientales específicas para corrosión.

Evitar que las armaduras estén en contacto con otros metales con los que pueda establecerse pares galvánicos. Evitar también materiales que contengan iones despasivantes como cloruros, sulfuros y sulfatos en proporciones superiores a las establecidas. Las armaduras activas son especialmente sensibles a esta situación ya que pueden aparecer grietas microscópicas que den lugar a rotura frágil (corrosión bajo tensión o fragilización por hidrógeno). Deben pues evitarse además de los elementos anteriores:

Aditivos que provoquen desprendimiento de hidrógeno.

Aceros no fosfatados en recubrimientos de vainas

Cuidado con las condiciones de fatiga cuando hay cargas alternadas.

Controlar especialmente los fenómenos de corrosión bajo tensión con los ensayos pertinentes.

Importante también evitar entalladuras y calentamientos locales que las fragilicen.

## **2.Bases de cálculo orientadas a la durabilidad**

Antes de comenzar el proyecto, se deberá identificar el tipo de ambiente que defina la agresividad a la que va a estar sometido cada elemento estructural.

Para conseguir una durabilidad adecuada, se deberá establecer en el proyecto, y en función del tipo de ambiente, una estrategia acorde con los criterios expuestos.

El tipo de ambiente al que está sometido un elemento estructural viene definido por el conjunto de condiciones físicas y químicas a las que está expuesto, y que puede llegar a provocar su degradación como consecuencia



de efectos diferentes a los de las cargas y sollicitaciones consideradas en el análisis estructural.

El tipo de ambiente viene definido por la combinación de:

- una de las clases generales de exposición, frente a la corrosión de las armaduras.
- las clases específicas de exposición relativas a los otros procesos de degradación que procedan para cada caso.



Tabla 37.3.2.a Máxima relación agua/cemento y mínimo contenido de cemento

Parámetro de dosificación	Tipo de hormigón	CLASE DE EXPOSICIÓN												
		I	Ila	Ilb	IIla	IIlb	IIlc	IV	Qa	Qb	Qc	H	F	E
Máxima Relación a/c	masa	0,65	-	-	-	-	-	-	0,50	0,50	0,45	0,55	0,50	0,50
	Armado	0,65	0,60	0,55	0,50	0,50	0,45	0,50	0,50	0,50	0,45	0,55	0,50	0,50
	Pretensado	0,60	0,60	0,55	0,50	0,45	0,45	0,45	0,50	0,45	0,45	0,55	0,50	0,50
Mínimo contenido de cemento (kg/m <sup>3</sup> )	masa	200	-	-	-	-	-	-	275	300	325	275	300	275
	Armado	250	275	300	300	325	350	325	325	350	350	300	325	300
	Pretensado	275	300	300	300	325	350	325	325	350	350	300	325	300

Tabla 37.3.2.b Resistencias mínimas compatibles con los requisitos de durabilidad

Parámetro de dosificación	Tipo de hormigón	CLASE DE EXPOSICIÓN												
		I	Ila	Ilb	IIla	IIlb	IIlc	IV	Qa	Qb	Qc	H	F	E
resistencia Mínima (N/mm <sup>2</sup> )	masa	20	-	-	-	-	-	-	30	30	35	30	30	30
	Armado	25	25	30	30	30	35	30	30	30	35	30	30	30
	Pretensado	25	25	30	30	35	35	35	30	35	35	30	30	30



CLASE GENERAL DE EXPOSICIÓN				DESCRIPCIÓN	EJEMPLOS
Clase	Subclase	Designación	Tipo de proceso		
no agresiva		I	Ninguno	<ul style="list-style-type: none"> <li>- interiores de edificios, no sometidos a condensaciones</li> <li>- elementos de hormigón en masa</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- interiores de edificios, protegidos de la intemperie</li> </ul>
normal	humedad alta	IIa	corrosión de origen diferente de los cloruros	<ul style="list-style-type: none"> <li>- interiores sometidos a humedades relativas medias altas (&gt;65%) o a condensaciones</li> <li>- exteriores en ausencia de cloruros, y expuestos a lluvia en zonas con precipitación media anual superior a 600 mm.</li> <li>- elementos enterrados o sumergidos.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- sótanos no ventilados</li> <li>- cimentaciones</li> <li>- tableros y pilas de puentes en zonas con precipitación media anual superior a 600 mm</li> <li>- elementos de hormigón en cubiertas de edificios</li> </ul>
	humedad media	IIb	corrosión de origen diferente de los cloruros	<ul style="list-style-type: none"> <li>- exteriores en ausencia de cloruros, sometidos a la acción del agua de lluvia, en zonas con precipitación media anual inferior a 600 mm</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- construcciones exteriores protegidas de la lluvia</li> <li>- tableros y pilas de puentes, en zonas de precipitación media anual inferior a 600 mm</li> </ul>
Marina	aérea	IIIa	corrosión por cloruros	<ul style="list-style-type: none"> <li>- elementos de estructuras marinas, por encima del nivel de pleamar</li> <li>- elemento exteriores de estructuras situadas en las proximidades de la línea costera (a menos de 5 km)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- edificaciones en las proximidades de la costa</li> <li>- puentes en las proximidades de la costa</li> <li>- zonas aéreas de diques, pantalanés y otras obras de defensa litoral</li> <li>- instalaciones portuarias</li> </ul>
	sumergida	IIIb	corrosión por cloruros	<ul style="list-style-type: none"> <li>- elementos de estructuras marinas sumergidas permanentemente, por debajo del nivel mínimo de bajamar</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- zonas sumergidas de diques, pantalanés y otras obras de defensa litoral</li> <li>- cimentaciones y zonas sumergidas de pilas de puentes</li> </ul>
	en zona de mareas	IIIc	corrosión por cloruros	<ul style="list-style-type: none"> <li>- elementos de estructuras marinas situadas en la zona de carrera de mareas</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- zonas situadas en el recorrido de marea de diques, pantalanés y otras obras de defensa litoral</li> <li>- zonas de pilas de puentes sobre el mar, situadas en el recorrido de marea</li> </ul>
con cloruros de origen diferente del medio marino		IV	corrosión por cloruros	<ul style="list-style-type: none"> <li>- instalaciones no impermeabilizadas en contacto con agua que presente un contenido elevado de cloruros, no relacionados con el ambiente marino</li> <li>- superficies expuestas a sales de deshielo no impermeabilizadas.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- piscinas</li> <li>- pilas de pasos superiores o pasarelas en zonas de nieve</li> <li>- estaciones de tratamiento de agua.</li> </ul>

CLASE ESPECÍFICA DE EXPOSICIÓN				DESCRIPCIÓN	EJEMPLOS
Clase	Subclase	Designación	Tipo de proceso		

Química Agresiva	débil	Qa	ataque químico	<ul style="list-style-type: none"> <li>- elementos situados en ambientes con contenidos de sustancias químicas capaces de provocar la alteración del hormigón con velocidad lenta (ver Tabla 8.2.3.b)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- instalaciones industriales, con sustancias débilmente agresivas según tabla 8.2.3.b.</li> <li>- construcciones en proximidades de áreas industriales, con agresividad débil según tabla 8.2.3.b.</li> </ul>
	media	Qb	ataque químico	<ul style="list-style-type: none"> <li>- elementos en contacto con agua de mar</li> <li>- elementos situados en ambientes con contenidos de sustancias químicas capaces de provocar la alteración del hormigón con velocidad media (ver Tabla 8.2.3.b)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- dolos, bloques y otros elementos para diques</li> <li>- estructuras marinas, en general</li> <li>- instalaciones industriales con sustancias de agresividad media según tabla 8.2.3.b.</li> <li>- construcciones en proximidades de áreas industriales, con agresividad media según tabla 8.2.3.b.</li> <li>- instalaciones de conducción y tratamiento de aguas residuales con sustancias de agresividad media según tabla 8.2.3.b.</li> </ul>
	fuerte	Qc	ataque químico	<ul style="list-style-type: none"> <li>- elementos situados en ambientes con contenidos de sustancias químicas capaces de provocar la alteración del hormigón con velocidad rápida (ver Tabla 8.2.3.b)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- instalaciones industriales, con sustancias de agresividad alta de acuerdo con tabla 8.2.3.b.</li> <li>- instalaciones de conducción y tratamiento de aguas residuales, con sustancias de agresividad alta de acuerdo con tabla 8.2.3.b.</li> </ul>
con heladas	sin sales fundentes	H	ataque hielo-deshielo	<ul style="list-style-type: none"> <li>- elementos situados en contacto frecuente con agua, o zonas con humedad relativa media ambiental en invierno superior al 75%, y que tengan una probabilidad anual superior al 50% de alcanzar al menos una vez temperaturas por debajo de -5°C</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- construcciones en zonas de alta montaña</li> <li>- estaciones invernales</li> </ul>
	con sales fundentes	F	ataque por sales fundentes	<ul style="list-style-type: none"> <li>- elementos destinados al tráfico de vehículos o peatones en zonas con más de 5 nevadas anuales o con valor medio de la temperatura mínima en los meses de invierno inferior a 0°C</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- tableros de puentes o pasarelas en zonas de alta montaña</li> </ul>
erosión		E	abrasión cavitación	<ul style="list-style-type: none"> <li>- elementos sometidos a desgaste superficial</li> <li>- elementos de estructuras hidráulicas en los que la cota piezométrica pueda descender por debajo de la presión de vapor del agua</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- pilas de puente en cauces muy torrenciales</li> <li>- elementos de diques, pantanones y otras obras de defensa litoral que se encuentren sometidos a fuertes oleajes</li> <li>- pavimentos de hormigón</li> </ul>

Tabla 8.2.3.b. Clasificación de la agresividad química

TIPO DE MEDIO AGRESIVO	PARÁMETROS	TIPO DE EXPOSICIÓN		
		Qa	Qb	Qc
		ATAQUE DÉBIL	ATAQUE MEDIO	ATAQUE FUERTE
AGUA	VALOR DEL pH	6,5 - 5,5	5,5 - 4,5	< 4,5
	CO <sub>2</sub> AGRESIVO (mg CO <sub>2</sub> / l)	15 - 40	40 - 100	> 100
	IÓN AMONIO (mg NH <sub>4</sub> <sup>+</sup> / l)	15 - 30	30 - 60	> 60
	IÓN MAGNESIO (mg Mg <sup>2+</sup> / l)	300 - 1000	1000 - 3000	> 3000
	IÓN SULFATO (mg SO <sub>4</sub> <sup>2-</sup> / l)	200 - 600	600 - 3000	> 3000
	RESIDUO SECO (mg / l)	75 - 150	50 - 75	<50
SUELO	GRADO DE ACIDEZ BAUMANN-GULLY	> 20	(*)	(*)
	IÓN SULFATO (mg SO <sub>4</sub> <sup>2-</sup> / kg de suelo seco)	2000 - 3000	3000-12000	> 12000

(\*) Estas condiciones no se dan en la práctica

### 3. EL MÉTODO DE LOS ESTADOS LÍMITE

Los estados límite expresan la situación de fallo de la estructura en dos grandes grupos:

ESTADOS LÍMITE:

Últimos:

4. inestabilidad
5. agotamiento
6. fatiga

Servicio:

7. deformación
8. vibración
9. fisuración

\_ La seguridad de una estructura frente a un riesgo concreto puede ser expresada en términos de probabilidad global de fallo o a su índice fiabilidad  $\beta$  definido como  $\Psi(\beta)=1-p_f$  con  $p_f$  la probabilidad de fallo y  $\Psi$  la distribución normal estándar.

\_ La norma española (como el resto de las vigentes) utiliza como criterio de seguridad el de los estados límite que permite tener en cuenta de forma simple (semiprobabilista) el carácter aleatorio de las acciones, resistencia de materiales y tolerancias geométricas. Según este método el valor de cálculo de una variable determinada se evalúa mediante el producto de su valor representativo (derivado de las características aleatorias de la variable) por el coeficiente de seguridad parcial adoptado para la misma (dependiente del nivel de control y de la varianza de la variable contemplada).

\_ Se definen como estados límite aquellas situaciones para las que, superadas, se considera que la obra no cumple algunas funciones para las que ha sido proyectada. Se clasifican en estados límite últimos que engloba a aquellos que producirían la puesta fuera de servicio de la estructura por colapso o rotura y estados límite de servicio que engloba a aquellos para los que nos e cumplen los requisitos de funcionalidad, comodidad, durabilidad o aspecto.

\_ Como valores indicativos de la probabilidad de fallo y del índice de fiabilidad pueden considerarse los siguientes: Estados límite últimos:  $p_f=7,2 \times 10^{-5}$ ,  $\beta=3,8$ ; estados límite de servicio:  $p_f=6,7 \times 10^{-2}$ ;  $\beta=1,5$ .

\_ En el proyecto de cálculo, debe comprobarse que una estructura no supere ningún estado límite en cualquier situación, tanto persistente (condiciones de uso normal de la estructura) como transitoria (durante la construcción o reparación de la estructura) como accidental.

\_ La comprobación se realiza para cada estado límite comparando el efecto de las acciones para la situación límite en estudio con la resistencia de la estructura a tal situación límite. Las limitaciones para cada estado límite se establecen habitualmente por normativas basadas en la experiencia, ensayos y nivel de fiabilidad asumido, mientras que el efecto de las acciones ha de evaluarse para una serie de combinaciones de acciones utilizando un



procedimiento de cálculo estructural adecuado, teniendo en cuenta el comportamiento de los materiales utilizados.

- \_ Es necesario pues establecer:
- \_ El comportamiento de los materiales desde el punto de vista de cálculo.
- \_ Los valores de acciones y combinaciones a considerar.
- \_ Los procedimientos de cálculo con sus limitaciones y aproximaciones
- \_ Los estados límite a considerar.
- \_ Las limitaciones de norma para cada estado límite.
- \_ Además es necesario tener en cuenta las diversas fases de la vida de la estructura (construcción, servicio y, en su caso, fase de pre o postensado)

## 3.1 ESTADOS LÍMITE ÚLTIMOS

### ESTADO LÍMITE DE INESTABILIDAD

Pérdida de equilibrio de la estructura o parte de ella considerada como sólido rígido (fallo de la cimentación o rotura de algún elemento sustentante).

#### ANÁLISIS DE ESTRUCTURAS EN SEGUNDO ORDEN

- El fenómeno ideal de pandeo en Teoría de la Elasticidad Lineal, corresponde a la situación que se alcanza cuando en la trayectoria de equilibrio correspondiente a la situación de pequeños desplazamientos se alcanza un valor de las cargas que dan lugar a una segunda (o más) trayectoria posible de equilibrio, solución de las ecuaciones de la Mecánica de Sólidos Deformables en grandes desplazamientos (recuérdese que la Teoría Lineal tiene solución única) apareciendo una situación de bifurcación.
- El fenómeno de pandeo real se produce siempre debido a la existencia de imperfecciones (geométricas, heterogeneidades del material, etc.) que hacen que no se alcance una situación de bifurcación sino una situación de pérdida de rigidez, o bien asintótica o bien un punto límite dependiendo del tipo de estructura.
- Los puntos críticos se obtienen detectando la situación de rigidez nula en los Casos 1 y 3 o para un valor de rigidez inferior a un porcentaje del valor inicial en el Caso 2.

Este análisis está indicado especialmente para los casos en que se desee estudiar efectos de pandeo y otros derivados de no-linealidades geométricas. Habitualmente es necesario utilizar diagramas de comportamiento que reflejen suficientemente el comportamiento de la sección ante cargas elevadas. En este sentido, diagramas momento-curvatura trilineales (incluyendo la fase elástica, fisuración y plastificación de armaduras) suelen ser suficientes. Si la carga no es elevada y tan sólo se desea el estudio de las cargas de pandeo suele ser suficiente un análisis elástico en segundo orden con un módulo elástico secante.

### ESTADO LÍMITE DE AGOTAMIENTO

Fallo estructural ante cargas constantes (deformaciones plásticas, rotura frágil) que den lugar a pérdidas de estabilidad de la estructura o parte de ella.

- \_ Por solicitaciones normales
- \_ Por cortante
- \_ Por torsión
- \_ Por punzonamiento
- \_ por esfuerzo rasante

## ESTADO LÍMITE DE FATIGA

Fallo por acumulación de deformaciones o fisuración debidas a cargas cíclicas.

## 3.2 ESTADOS LÍMITE DE SERVICIO

### ESTADO LÍMITE DE DEFORMACIÓN

Superación de los valores de deformaciones o desplazamientos en la estructura que puedan afectar a la apariencia o uso de la estructura.

- En estructuras donde la deformación se prevé importante como consecuencia de grandes luces, pudiendo afectar a la funcionalidad o estética de la misma, es necesario comprobar el estado límite de deformación.
- Para el cálculo de las deformaciones han de considerarse las hipótesis de servicio establecidas en la misma norma con los coeficientes de seguridad correspondientes a estados límite de servicio (Art. 12.2).
- Las deformaciones son producidas por efecto de las cargas (incluidas las deformaciones impuestas como las de temperatura), las debidas a retracción y fluencia y las debidas a la relajación de las armaduras.
- Debe distinguirse entre flecha instantánea debida a la actuación inmediata de las cargas y la flecha total a plazo infinito que se produce como consecuencia de todos los efectos anteriores. También se habla de flecha activa respecto de un elemento como la total en el mismo respecto de la situación de proyecto, menos la producida hasta el instante en que se construye el elemento.
- Los valores máximos admisibles en las flechas dependen del tipo y función de la estructura, de las condiciones funcionales en las que ha de trabajar y de las condiciones que pueden imponer otros elementos descansando sobre ella.
- A falta de exigencias más precisas, en edificaciones normales, se puede establecer como valor límite indicativo  $L/250$ , mientras que para evitar las fisuraciones en tabiquerías se puede definir como valor límite de la flecha activa (después de la construcción de los tabiques) como  $L/400$  y nunca superior a 1 cm.

#### cálculo de la flecha en elementos sometidos a flexión compuesta y torsión

> El método general consistiría en calcular la flecha paso a paso, aplicando las distintas etapas de carga y considerando la situación más apropiada (pequeños o grandes desplazamientos, comportamiento lineal o con fisuración o con plastificación, etc.) y añadiendo las correspondientes a retracción, fluencia y relajación. ESTE ANÁLISIS SÓLO ESTÁ JUSTIFICADO EN SITUACIONES DE GRAN RESPONSABILIDAD O DE GRAN COMPLEJIDAD (por ejemplo para deformaciones impuestas en algunos elementos , i.e., fuego).

- > El método simplificado se aplica a vigas y losas de hormigón armado. En él la flecha se considera suma de la flecha instantánea más la flecha diferida debida a las cargas permanentes.
- > Según la norma EHE no será necesaria la comprobación de flecha cuando la relación L/d se igual a superior a lo establecido en la Tabla 50.2.2.1 que corresponde a elementos normales de edificación con acero B500S.

Sistema estructural	Elementos fuertemente armados	Elementos débilmente armados
Viga simplemente apoyada. Losa uni o bidireccional simplemente apoyada	14	20
Viga continua en un extremo. Losa unidireccional continua en un solo lado	18	24
Viga continua en ambos extremos. Losa unidireccional continua	20	30
Recuadros exteriores y de esquina en losa sobre apoyos aislados	16	22
Recuadros interiores en losa sobre apoyos aislados	17	25
Voladizo	6	9

- Usualmente los elementos fuertemente armados se identifican con las vigas y los débilmente armados con las losas.
- Las cuantías anteriores se refieren a cuantías estrictas de dimensionamiento

$$I_e = \left(\frac{M_f}{M_a}\right)^3 I_b + \left[1 - \left(\frac{M_f}{M_a}\right)^3\right] I_f < I_b$$

y no a la realmente existente que, en general, será mayor.

- Para cuantías intermedias puede interpolarse entre los valores de la tabla.

#### cálculo de la flecha instantánea

- Se define como inercia equivalente de una sección el valor

con  $M_a$  el momento flector máximo aplicado a la sección hasta el instante que se evalúa la flecha  $M_f$  el momento nominal de fisuración de la sección que se evalúa mediante  $M_f = f_{ct,fl} W_b$ ,

$f_{ct,fl}$  la resistencia a flexotracción del hormigón que puede suponerse igual a  $f_{ct,fl} = 0.37 f_{ck,j}^{2/3}$ .

$I_b$ ,  $W_b$  son la inercia y el módulo resistente de la sección bruta

$I_f$  es el momento de inercia de la sección fisurada en flexión simple (calculado según el Anejo 9 anterior).

- La flecha instantánea se evalúa considerando un elemento ficticio de sección constante con rigidez igual a la anteriormente calculada para una sección de referencia, y módulo elástico del hormigón el instantáneo y aplicando las fórmulas de la Teoría de Estructuras Lineal.

- La sección de referencia se define como la siguiente:

$$\lambda = \frac{\xi}{1 + 50\rho'}$$

– Para elementos simplemente apoyados o tramos continuos la sección central.

– Para elementos en voladizo la sección de arranque.

#### cálculo de la flecha diferida

- Las flechas diferidas debidas a retracción y fluencia se pueden estimar multiplicando la flecha instantánea por el factor

con  $\xi$  un coeficiente que depende de la duración de la carga y que toma los valores:

$$\rho' = \frac{A'_s}{b_0 d}$$

– 5 o más años: 2,0

– 1 año: 1,4

– 6 meses: 1,2

– 3 meses: 1,0

– 1 mes: 0,7

– 2 semanas: 0,5

y  $\rho'$  la cuantía geométrica de la armadura de compresión

## ESTADO LÍMITE DE VIBRACIÓN

Aparición de vibraciones indeseadas o por encima de los límites desagradables o que puedan dar lugar a daños, asimismo, indeseables.

- En estructuras donde la amplitud o frecuencia de las vibraciones inducidas por maquinaria, ráfagas de viento, tráfico anexo u otras acciones exteriores puedan dar lugar a incomodidad de los ocupantes o efectos indeseados en instrumentos sensibles que puedan afectar a su funcionamiento, es necesario comprobar el estado límite de vibraciones.

- Los efectos mayores de posible colapso estructural por cargas dinámicas (resonancia o pérdida de resistencia por fatiga por ejemplo) han de tenerse en cuenta en el análisis de Estados Límite de Agotamiento.
- En general, para cumplir este estado límite, las estructuras han de proyectarse para que sus frecuencias naturales sean suficientemente diferentes de las correspondientes a las acciones actuantes
- El análisis dinámico de estructuras de hormigón es complejo debido a los efectos no lineales inherentes al comportamiento no-lineal de los materiales (fisuración, etc.). Sin embargo, un análisis modal en Análisis lineal suele ser suficiente. En caso de duda pueden utilizarse las rigideces fisuradas obtenidas en el Anejo 9 de la EHE.

## ESTADO LÍMITE DE FISURACIÓN

Tamaño de fisura excesivo que puede afectar a la impermeabilidad del hormigón y con ello a la durabilidad de la estructura. Puede producirse por fisuración a tracción (caso habitual) o por microfisuración excesiva en la zona de compresión.

- Como es bien conocido, en estructuras de hormigón es inevitable la aparición de fisuras en el hormigón por su escasa resistencia a tracción, salvo que esté muy descargado. Sin embargo, estas fisuras no suponen mayor inconveniente en lo que se refieren a resistencia del hormigón ya que la capacidad resistente a tracción de éste se ha considerado despreciable, trasladando la responsabilidad resistente al acero de las armaduras.
- Sin embargo, las fisuras producen una reducción de la rigidez de la sección y con ello un incremento de las deformaciones.
- Además incrementan lógicamente la permeabilidad, aumentando el riesgo de corrosión de armaduras y pérdida de durabilidad del hormigón.

### **Es pues necesario controlar la densidad y el tamaño de las fisuras**

- En la norma española sólo se tienen en cuenta las fisuras debidas a cargas impuestas, no las debidas a retracción o asentamiento plástico que se producen durante las primeras horas después del amasado. Éstas han de controlarse mediante una adecuada dosificación, puesta en obra y control del curado y endurecimiento del hormigón.
- El cálculo de fisuración considerado en la norma corresponde pues a cargas o deformaciones impuestas (temperatura, por ejemplo) debiendo considerarse las hipótesis de servicio establecidas en la misma norma con los coeficientes de seguridad correspondientes a estados límite de servicio (Art. 12.2).
- El cálculo de fisuración se plantea bajo hipótesis de comportamiento del acero y hormigón más simplificadas que las consideradas para el cálculo en Estados límite últimos:
  - Comportamiento elástico lineal del hormigón comprimido.
  - Comportamiento elástico lineal del acero.
  - Resistencia nula del hormigón a tracción

### comprobaciones a realizar

> Comprobación a compresión: La tensión de compresión máxima que aparece en el

hormigón en situación de servicio ha de ser inferior a la máxima admisible establecida en la norma:  $\sigma_c \leq 0,60f_{ck,j}$ .

- > Comprobación a descompresión: Para hormigón pretesando, a veces ha de comprobarse que se mantienen todas las fibras de la sección a compresión.
- > Comprobación de fisuración por tracción: La abertura característica de las fisuras ha de ser inferior a la abertura máxima permitida:  $w_k \leq w_{max}$ .
- > Limitación de la fisuración por esfuerzo cortante: Se supone que la fisuración se controla adecuadamente si se cumplen las separaciones entre estribos establecidas en el epígrafe 10.4 sobre disposiciones de armaduras de cortante (Tabla 49.3).
- > Limitación de la fisuración por torsión: Se supone que la fisuración se controla adecuadamente si se cumplen las separaciones entre armaduras transversales establecidas en el epígrafe 10.4 sobre disposiciones de armaduras de torsión:
  - >  $st \leq a/2$  (a - menor dimensión transversal de la pieza)
  - >  $st \leq b/3$  (b - mayor dimensión transversal de la pieza)
  - >  $st \leq 200$  mm.

TIPO DE ACCIÓN	Efecto favorable	Efecto desfavorable
Permanente	$\gamma_G = 1,00$	$\gamma_G = 1,00$
Pretensado Arm. pretesa	$\gamma_P = 0,95$	$\gamma_P = 1,05$
Pretensado Arm. postesa	$\gamma_P = 0,90$	$\gamma_P = 1,10$
Permanente de valor no constante	$\gamma_G = 1,00$	$\gamma_G = 1,00$
Variable	$\gamma_G = 0,00$	$\gamma_G = 1,00$

**valores máximos de la abertura de fisura**

> Bajo los requisitos habituales de estanqueidad y bajo las combinaciones de acciones cusipermanentes (frecuentes para el HP) las aberturas máximas permitidas por la norma para los distintos ambientes vienen establecidas en la Tabla 49.2.4.

Clase de exposición	$w_{max}$ (mm.)	
	Hormigón armado	Hormigón pretensado
I	0,4	0,2
IIa, IIb, H	0,3	0,2
IIIa, IIIb, IV, F	0,2	Decompresión
IIIc, Qa, Qb, Qc	0,1	

**anejo 9. análisis de secciones fisuradas enservicio sometidas a flexión simple.**

> Permite evaluar los distintos parámetros del comportamiento de secciones rectangulares y en T en régimen lineal fisurado. En concreto las tensiones en las armaduras ( $\sigma_s$  y  $\sigma_{sr}$ ) para fisuración y el momento de inercia de la sección fisurada ( $I_f$ ) para el cálculo de deformaciones.

> HIPÓTESIS BÁSICAS

- x Las deformaciones son lineales en la sección.
- x Existe adherencia perfecta entre hormigón y acero.
- x Se supone comportamiento lineal para el hormigón comprimido ( $\sigma_c = E_c \varepsilon_c$ ) y el acero ( $\sigma_s = E_s \varepsilon_s$ ), con  $E_c = 10000 \sqrt[3]{f_{cm,j}}$  para carga instantánea y  $E_c = 8500 \sqrt[3]{f_{cm,j}}$  para carga con aplicación diferida o cíclica
- x Se desprecia a resistencia a tracción del hormigón

> Estableciendo las ecuaciones de equilibrio, comportamiento y compatibilidad de a

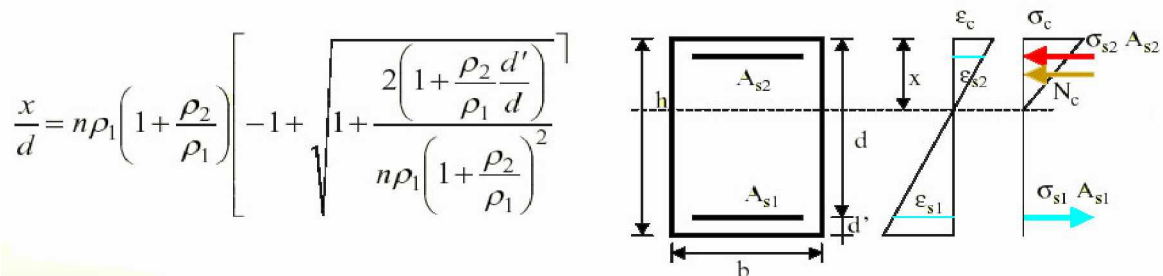
sección con las hipótesis anteriores, es posible llegar a las expresiones siguientes:

$$\sigma_c = \frac{Mx}{I_f} \quad \sigma_{s1} = -n\sigma_c \frac{d-x}{x} \quad \sigma_{s2} = n\sigma_c \frac{x-d'}{x} \quad \frac{1}{r} = \frac{M}{E_c I_f}$$

$$n = \frac{E_s}{E_c} \quad \rho_1 = \frac{A_{s1}}{bd} \quad \rho_2 = \frac{A_{s2}}{bd}$$

Para la tensión  $\sigma_s$  para el cálculo de la abertura de fisuras, la situación a considerar

corresponde a la sección fisurada para el momento  $M_k$  aplicado, correspondiente a la hipótesis de servicio considerada, mientras que para  $\sigma_{sr}$  la situación es la de la sección justo en el momento de comenzar a fisurar para el momento  $M_{fis}$ .



$$\frac{x}{d} = n\rho_1 \left( 1 + \frac{\rho_2}{\rho_1} \right) \left[ -1 + \sqrt{1 + \frac{2 \left( 1 + \frac{\rho_2}{\rho_1} \frac{d'}{d} \right)}{n\rho_1 \left( 1 + \frac{\rho_2}{\rho_1} \right)^2}} \right]$$

$$I_f = nA_{s1} (d-x) \left( d - \frac{x}{3} \right) + nA_{s2} (x-d') \left( \frac{x}{3} - d' \right)$$

## Materiales y geometría

Tanto para el hormigón como para el acero, la resistencia de cálculo y los diagramas tensión-deformación de cálculo corresponden a los denominados valores característicos, es decir, los valores correspondientes al percentil 5 (la probabilidad de que la resistencia o tensión sea menor que la propuesta es de 0,05) divididos por el coeficiente de seguridad aceptado en norma según criterios semiprobabilistas.

$$f_{c(y)d} = \frac{f_{c(y)k}}{\gamma_{c(s)}}$$

con  $f_{c(y)d}$  la resistencia de cálculo del hormigón (c) o acero (s),  $f_{c(y)k}$  la resistencia característica y  $\gamma_{c(s)}$  el coeficiente de seguridad correspondiente.

\_ Los coeficientes de seguridad vienen dados para los estados límite de estabilidad y

agotamiento por la tabla 15.3 de la norma EHE, mientras que para los de fatiga y de servicio se utilizarán coeficientes de seguridad iguales a la unidad.

Situación de proyecto	Hormigón ( $\gamma_c$ )	Acero ( $\gamma_s$ )
Persistente o transitoria	1,5	1,15
Accidental	1,3	1



## 4. ACCIONES

### Clasificación de las acciones

Las acciones a considerar en el proyecto de una estructura o elemento estructural se pueden clasificar según los criterios siguientes:

- Clasificación por su naturaleza.
- Clasificación por su variación en el tiempo.
- Clasificación por su variación en el espacio.

### Clasificación de las acciones por su naturaleza

Las acciones se pueden clasificar según su naturaleza en los siguientes grupos:

- Acciones directas. Son aquellas que se aplican directamente sobre la estructura. En este grupo se incluyen el peso propio de la estructura, las restantes cargas permanentes, las sobrecargas de uso, etc.
- Acciones indirectas. Son aquellas deformaciones o aceleraciones impuestas capaces de dar lugar, de un modo indirecto, a fuerzas. En este grupo se incluyen los efectos debidos a la temperatura, asientos de la cimentación, acciones reológicas, acciones sísmicas, etc.

### Clasificación de las acciones por su variación en el tiempo

Las acciones se pueden clasificar por su variación en el tiempo en los siguientes grupos:

- Acciones Permanentes ( $G$ ). Son aquellas que actúan en todo momento y son constantes en magnitud y posición. Dentro de este grupo se engloban el peso propio de la estructura, de los elementos embebidos, accesorios y del equipamiento fijo.
- Acciones Permanentes de Valor no Constante ( $G^{\dot{}}$ ). Son aquellas que actúan en todo momento pero cuya magnitud no es constante. Dentro de este grupo se incluyen aquellas acciones cuya variación es función del tiempo transcurrido y se producen en un único sentido tendiendo a un valor límite, tales como las acciones reológicas, etc. El pretensado ( $P$ ) puede considerarse de este tipo.
- Acciones Variables ( $Q$ ). Son aquellas que pueden actuar o no sobre la estructura. Dentro de este grupo se incluyen sobrecargas de uso, acciones climáticas, acciones debidas al proceso constructivo, etc.
- Acciones Accidentales ( $A$ ). Son aquellas cuya posibilidad de actuación es pequeña pero de gran importancia. En este grupo se incluyen las acciones debidas a impactos, explosiones, etc. Los efectos sísmicos pueden considerarse de este tipo.

### Clasificación de las acciones por su variación en el espacio

Las acciones se pueden clasificar según su variación en el espacio en los siguientes grupos:

- Acciones fijas. Son aquellas que se aplican siempre en la misma posición. Dentro de este grupo se incluyen básicamente las acciones debidas al peso propio de los elementos estructurales y funcionales.
- Acciones libres. Son aquellas cuya posición puede ser variable en la estructura. Dentro de este grupo se incluyen fundamentalmente las sobrecargas de uso.

### Valores característicos de las acciones

El valor característico de una acción es su principal valor representativo. Puede venir determinado por un valor medio, un valor nominal o, en los casos en que se fije mediante criterios estadísticos, por un valor correspondiente a una determinada probabilidad de no ser superado durante un período de referencia, que tiene en cuenta la vida útil de la estructura y la duración de la acción.

### Valores de cálculo de las acciones

Se define como valor de cálculo de una acción el obtenido como producto del valor representativo (Artículo 11º de la EHE) por un coeficiente parcial de seguridad.

$$F_d = \gamma_f \Psi_i F_k$$

donde:

$F_d$  Valor de cálculo de la acción  $F$ .

$\gamma_f$  Coeficiente parcial de seguridad de la acción considerada.

### Estados Límite Últimos

Como coeficientes parciales de seguridad de las acciones para las comprobaciones de los Estados Límite Últimos se adoptan los valores de la tabla :

TIPO DE ACCIÓN	Situación persistente o transitoria		Situación accidental	
	Efecto favorable	Efecto desfavorable	Efecto favorable	Efecto desfavorable
Permanente	$\gamma_G = 1,00$	$\gamma_G = 1,35$	$\gamma_G = 1,00$	$\gamma_G = 1,00$
Pretensado	$\gamma_P = 1,00$	$\gamma_P = 1,00$	$\gamma_P = 1,00$	$\gamma_P = 1,00$
Permanente de valor no constante	$\gamma_{G^*} = 1,00$	$\gamma_{G^*} = 1,50$	$\gamma_{G^*} = 1,00$	$\gamma_{G^*} = 1,00$
Variable	$\gamma_Q = 0,00$	$\gamma_Q = 1,50$	$\gamma_Q = 0,00$	$\gamma_Q = 1,00$
Accidental	-	-	$\gamma_A = 1,00$	$\gamma_A = 1,00$

Los coeficientes definidos en la tabla se corregirán de acuerdo con el nivel de control de ejecución adoptado.

Cuando los resultados de una comprobación sean muy sensibles a las variaciones de la magnitud de la acción permanente, de una parte a otra de la estructura, las partes favorable y desfavorable de dicha acción se considerarán como acciones individuales. En particular, esto se aplica en la comprobación del Estado Límite de Equilibrio en el que para la parte favorable se adoptará un coeficiente  $\gamma_G=0,9$  y para la parte desfavorable se adoptará un coeficiente  $\gamma_G=1,1$ , para situaciones de servicio, ó  $\gamma_G=0,95$  para la parte favorable y  $\gamma_G=1,05$  para la parte desfavorable, para situaciones de construcción.

Para la evaluación de los efectos locales del pretensado (zonas de anclaje, etc) se aplicará a los tendones un esfuerzo equivalente a la fuerza característica última del mismo.

### Estados Límite de Servicio

Como coeficientes parciales de seguridad de las acciones para las comprobaciones de los Estados Límite de Servicio se adoptan los valores de la tabla :

TIPO DE ACCIÓN		Efecto favorable	Efecto desfavorable
Permanente		$\gamma_G = 1,00$	$\gamma_G = 1,00$
Pretensado	Armadura pretesa	$\gamma_P = 0,95$	$\gamma_P = 1,05$
	Armadura postesa	$\gamma_P = 0,90$	$\gamma_P = 1,10$
Permanente de valor no constante		$\gamma_{G^*} = 1,00$	$\gamma_{G^*} = 1,00$
Variable		$\gamma_Q = 0,00$	$\gamma_Q = 1,00$

### Combinación de acciones en estados límite últimos

Para cada una de las situaciones estudiadas se establecerán las posibles combinaciones de acciones. Una combinación de acciones consiste en un conjunto de acciones compatibles que se considerarán actuando simultáneamente para una comprobación determinada.

Cada combinación, en general, estará formada por las acciones permanentes, una acción variable determinante y una o varias acciones variables concomitantes. Cualquiera de las acciones variables puede ser determinante.

Para las distintas situaciones de proyecto, las combinaciones de acciones se definirán de acuerdo con los siguientes criterios:

-Situaciones permanentes o transitorias:

$$\sum_{j \geq 1} \gamma_{G,j} G_{k,j} + \sum_{j \geq 1} \gamma_{G^*,j} G_{k,j}^* + \gamma_P P_k + \gamma_{Q,1} Q_{k,1} + \sum_{i > 1} \gamma_{Q,i} \psi_{0,i} Q_{k,i}$$

-Situaciones accidentales:

$$\sum_{j \geq 1} \gamma_{G,j} G_{k,j} + \sum_{j \geq 1} \gamma_{G^*,j} G_{k,j}^* + \gamma_P P_k + \gamma_A A_k + \gamma_{Q,1} \psi_{1,1} Q_{k,1} + \sum_{i > 1} \gamma_{Q,i} \psi_{2,i} Q_{k,i}$$

-Situaciones sísmicas:

$$\sum_{j \geq 1} \gamma_{G,j} G_{k,j} + \sum_{j \geq 1} \gamma_{G^*,j} G_{k,j}^* + \gamma_P P_k + \gamma_A A_{E,k} + \sum_{i \geq 1} \gamma_{Q,i} \psi_{2,i} Q_{k,i}$$

donde:

$G_{k,j}$	Valor característico de las acciones permanentes
$G_{k,j}^*$	Valor característico de las acciones permanentes de valor no constante
$P_k$	Valor característico de la acción del pretensado
$Q_{k,1}$	Valor característico de la acción variable determinante
$\psi_{0,i} Q_{k,i}$	Valor representativo de combinación de las acciones variables concomitantes
$\psi_{1,1} Q_{k,1}$	Valor representativo frecuente de la acción variable determinante
$\psi_{2,i} Q_{k,i}$	Valores representativos cuasipermanentes de las acciones variables con la acción determinante o con la acción accidental
$A_k$	Valor característico de la acción accidental
$A_{E,k}$	Valor característico de la acción sísmica

En las situaciones permanentes o transitorias, cuando la acción determinante  $Q_{k,1}$  no sea obvia, se valorarán distintas posibilidades considerando diferentes acciones variables como determinantes.

Para estructuras de edificación, simplifícadamente, para las distintas situaciones de proyecto, podrán seguirse los siguientes criterios:

- Situaciones persistentes o transitorias

a) Situaciones con una sola acción variable  $Q_{k,1}$

$$\sum_{j \geq 1} \gamma_{G,j} G_{k,j} + \gamma_{Q,1} Q_{k,1}$$

b) Situaciones con dos o más acciones variables

$$\sum_{j \geq 1} \gamma_{G,j} G_{k,j} + \sum_{i \geq 1} 0,9 \gamma_{Q,i} Q_{k,i}$$

- Situaciones sísmicas

$$\sum_{j \geq 1} \gamma_{G,j} G_{k,j} + \gamma_A A_{E,k} + \sum_{i \geq 1} 0,8 \gamma_{Q,i} Q_{k,i}$$

El Estado Límite Último de Fatiga, en el estado actual del conocimiento, supone comprobaciones especiales que dependen del tipo de material considerado, elementos metálicos o de hormigón, lo que da lugar a los criterios particulares siguientes:

-Para la comprobación a fatiga de armaduras y dispositivos de anclaje se considerará exclusivamente la situación producida por la carga variable de fatiga, tomando un coeficiente de ponderación igual a la unidad.

-Para la comprobación a fatiga del hormigón se tendrán en cuenta las sollicitaciones producidas por las cargas permanentes y la carga variable de fatiga, tomando un coeficiente de ponderación igual a la unidad para ambas acciones.

### Combinación de acciones en estados límite de servicio

Para estos Estados Límite se consideran únicamente las situaciones de proyecto persistentes y transitorias. En estos casos, las combinaciones de acciones se definirán de acuerdo con los siguientes criterios:

-Combinación poco probable

$$\sum_{j \geq 1} \gamma_{G,j} G_{k,j} + \sum_{j \geq 1} \gamma_{G^*,j} G_{k,j}^* + \gamma_P P_k + \gamma_{Q,1} Q_{k,1} + \sum_{i > 1} \gamma_{Q,i} \Psi_{0,1} Q_{k,i}$$

-Combinación frecuente

$$\sum_{j \geq 1} \gamma_{G,j} G_{k,j} + \sum_{j \geq 1} \gamma_{G^*,j} G_{k,j}^* + \gamma_P P_k + \gamma_{Q,1} \Psi_{1,1} Q_{k,1} + \sum_{i > 1} \gamma_{Q,i} \Psi_{2,i} Q_{k,i}$$

-Combinación cuasipermanente

$$\sum_{j \geq 1} \gamma_{G,j} G_{k,j} + \sum_{j \geq 1} \gamma_{G^*,j} G_{k,j}^* + \gamma_P P_k + \sum_{i > 1} \gamma_{Q,i} \Psi_{2,i} Q_{k,i}$$

En estructuras de edificación, simplifcadamente, para las distintas situaciones de proyecto, podrán seguirse los siguientes criterios:

-Situación poco probable o frecuente

a) Situaciones con una sola acción variable  $Q_{k,1}$

$$\sum_{j \geq 1} \gamma_{G,j} G_{k,j} + \gamma_{Q,1} Q_{k,1}$$

b) Situaciones con dos o más acciones variables  $Q_{k,i}$

$$\sum_{j \geq 1} \gamma_{G,j} G_{k,j} + 0,9 \sum_{i \geq 1} \gamma_{Q,i} Q_{k,i}$$

-Situación cuasipermanente

$$\sum_{j \geq 1} \gamma_{G,j} G_{k,j} + 0,6 \sum_{i \geq 1} \gamma_{Q,i} Q_{k,i}$$

## **LECCION 5 .**

# **LAS TENSIONES NORMALES. ANÁLISIS Y DIMENSIONAMIENTO DE SECCIONES DE HORMIGÓN SOMETIDAS A SOLICITACIONES NORMALES**

## INDICE:

1. Introducción
2. Fundamentos del cálculo de secciones de hormigón armado frente a sollicitaciones normales.
  - 2.1 Diagrama tensión-deformación
  - 2.2 Comportamiento de una sección de hormigón armado
  - 2.3 Dominios de deformación
3. Secciones solicitadas a flexión simple
  - 3.1 Flexión simple dominio 2
  - 3.2 Flexión simple dominio 3
  - 3.3 Flexión simple dominio 4
  - 3.4 Flexión simple con armadura de compresión
4. Abacos para flexión simple
5. Flexocompresión compuesta
  - 5.1 Con armadura asimétrica
  - 5.2 Con armadura simétrica
  - 5.3 Compresión compuesta
6. Diagramas de interacción
7. Cálculo según diagrama rectangular en secciones rectangulares
  - 7.1 Flexión simple en sección rectangular
  - 7.2 Flexión compuesta recta en sección rectangular
8. Dimensionamiento de secciones en T
  - 8.1 Comprobación de secciones en T a flexión simple



## 9. Flexión compuesta esviada

### 9.1 Dimensionamiento de secciones rectangulares

## 10. Análisis de regiones D

### 10.1 Tipos de Análisis estructural

#### 10.1.1 Análisis lineal

#### 10.1.2 Análisis no lineal

#### 10.1.3 Método de la bielas y tirantes

## 11. Disposición de armaduras longitudinales

# 1.INTRODUCCIÓN

El hormigón armado es un material compuesto que surge de la unión de hormigón en masa con armadura de acero, con el fin de resolver el problema de la casi nula resistencia a tracción del hormigón en masa.

Supóngase, por ejemplo, una viga de hormigón solicitada a flexión simple (fig.1). Debido a la flexión presentará una zona comprimida (en el interior de la curvatura) y una zona traccionada (en el exterior de la curvatura). Si la viga se construye con hormigón en masa, se agrieta en la zona traccionada debido a su prácticamente nula resistencia a tracción y se produce el colapso de la misma. Para evitarlo, se incorpora a la barra otro material, como es el acero, capaz de absorber tanto tracciones como compresiones y que resuelve la problemática descrita, obteniéndose de este modo un material compuesto que es el hormigón armado.

Lógicamente para que la combinación de ambos materiales y la transmisión de esfuerzos funcione correctamente es preciso que ambos materiales permanezcan siempre unidos. Por ello, la armadura se incorpora en forma de redondos de acero corrugado que mejoran las condiciones de adherencia.

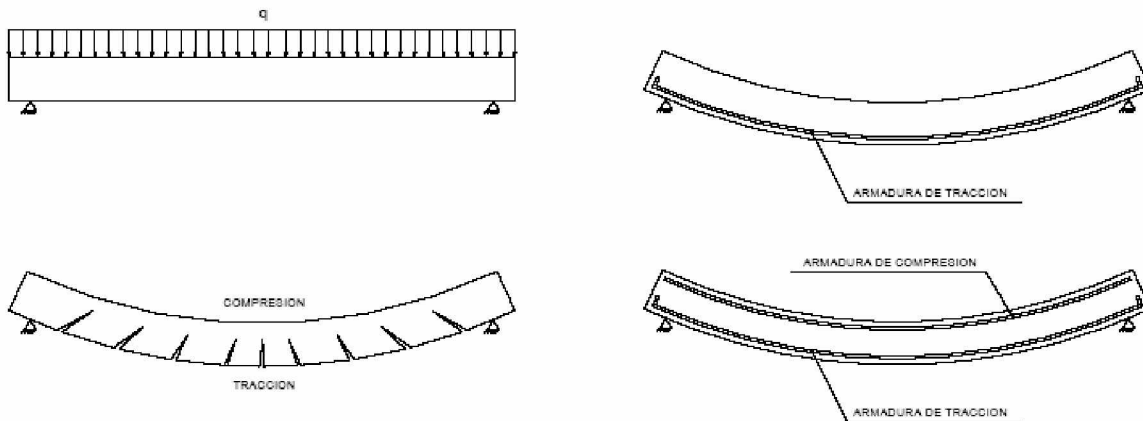


Fig.1 Concepto de hormigón armado

Debido al problema planteado, la armadura de tracción es imprescindible, mientras que la de compresión podría en principio no existir. Ahora bien, si se incorpora la armadura de compresión, ésta colaborará con el hormigón para resistir los esfuerzos (fig.1)

Planteado el concepto elemental de hormigón armado, hay que señalar que la armadura real de una pieza lineal es más compleja que la descrita en la fig.1, estando integrada por dos conjuntos de elementos (fig.2). Por un lado, un grupo de redondos dispuestos según el eje longitudinal de la barra a los que se

denomina armadura longitudinal y, por otro lado, una serie de cercos o estribos a los que se denomina armadura transversal.

Se trata, por tanto, de dos grupos diferentes de armaduras a los que se les encomiendan misiones distintas. La armadura longitudinal se dispone para hacer frente a los esfuerzos de tipo normal (N,M), mientras que la armadura transversal se coloca para hacer frente a los esfuerzos cortantes. Ello implica que el cálculo del estado límite último de agotamiento se realiza por separado (y así lo plantea la norma EHE), por un lado, agotamiento por solicitaciones normales y, por otro, agotamiento por solicitaciones cortantes. El estado actual de los conocimientos sobre el hormigón armado no permite (a diferencia de lo que ocurre con las estructuras metálicas) un cálculo único y conjunto frente a todo tipo de esfuerzos.

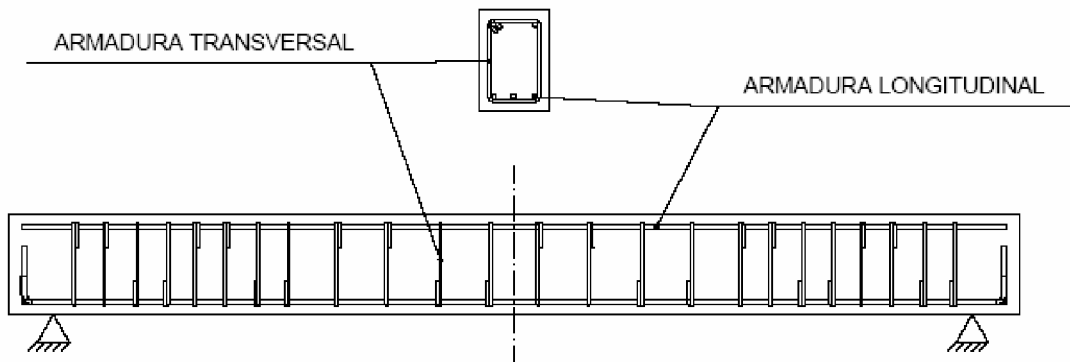


Fig.2 Armadura completa de una barra de hormigón armado

Finalmente indicar que, debido al hecho de que el hormigón es capaz de resistir compresiones pero no tracciones, es de vital importancia saber identificar correctamente cuáles son las caras de tracción de la barra. Una equivocación en este sentido supondría colocar la armadura al revés, dejando zonas traccionadas sin la necesaria armadura, lo que produciría muy probablemente el colapso de la barra.

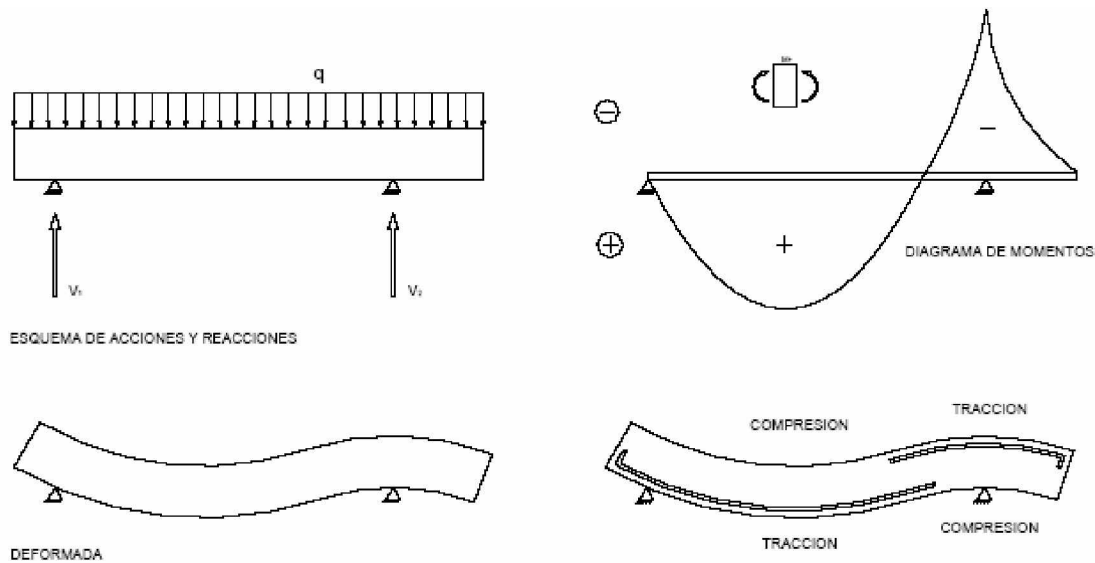


Fig.3 Identificación de caras traccionadas

Hay dos formas de identificar la posición de la cara traccionada. La primera de ellas es utilizando la deformada de la barra. La cara traccionada es la que se encuentra en la parte exterior de la curvatura, que es la que aumenta de longitud, y la comprimida la que se encuentra en la parte interior, que es la que disminuye de longitud (fig.3). La segunda forma es a partir del diagrama de momentos flectores de la barra. Si se sigue el criterio de signos indicado en la fig.3, la cara traccionada se encuentra en aquel lado de la barra en el que esté dibujado el diagrama de momentos flectores.

En la fig.3, aparecen dos zonas claramente diferenciadas, la del vano y la del voladizo. La zona del vano (entre apoyos), es zona de momentos positivos, el diagrama de momentos se encuentra dibujado en la parte inferior de la barra y la parte exterior de la curva también, por ello, la cara traccionada es la inferior. En cambio, en torno al apoyo derecho y en el voladizo, aparecen momentos negativos, el diagrama de momentos está en la parte superior y la parte exterior de la curvatura también, por lo cual, la cara traccionada es la superior y la armadura de tracción debería colocarse arriba. A las armaduras de tracción colocadas en la cara superior en zonas de momentos negativos se les llama por este motivo "armaduras de negativos".

## 2. FUNDAMENTOS DEL CALCULO DE SECCIONES DE HORMIGON ARMADO FRENTE A SOLICITACIONES NORMALES

### 2.1. DIAGRAMAS TENSION - DEFORMACION DEL ACERO Y DEL HORMIGÓN

El punto de partido para el estudio del comportamiento de una sección de hormigón armado frente a solicitaciones normales son los diagramas tensión deformación tanto del hormigón como del acero.

Comenzando por el acero, la norma EHE en su art. 38.4 proporciona como diagrama tensión – deformación de cálculo el representado en la fig.4.

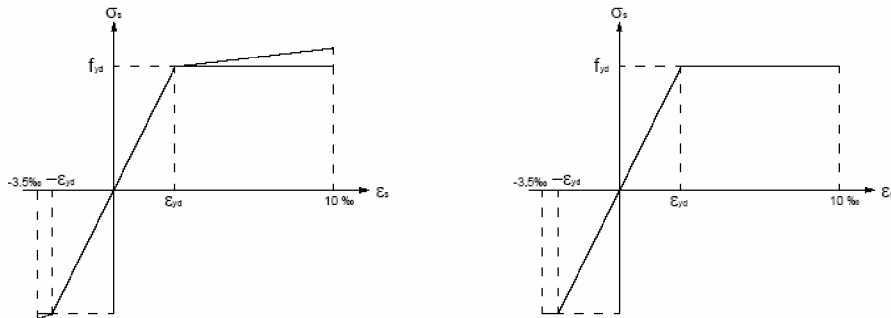


Fig.4 Diagrama tensión deformación de cálculo del acero

Dicho diagrama (tanto en tracción como en compresión) presenta forma bilineal compuesta por dos ramas rectas, una primera de comportamiento elástico en la que se cumple la ley de Hooke de proporcionalidad entre tensiones y deformaciones, cuya pendiente es el módulo de elasticidad longitudinal del acero  $E = 2 \cdot 10^5 \text{ N/mm}^2$  y una segunda rama de comportamiento plástico que puede considerarse horizontal. A la vista de los diagramas de la fig.4, es preciso comentar dos cuestiones. La primera, que el cálculo del hormigón armado se realiza en régimen plástico. Y la segunda, que la norma EHE plantea como diagrama tensión deformación en la zona plástica una recta con una ligera pendiente positiva, si bien admite que el cálculo considerando que la rama plástica es horizontal es en general suficientemente preciso.

Por lo que respecta a los límites numéricos del diagrama, en tracción se considera agotada la capacidad resistente del acero para un alargamiento del 10‰ siendo el alargamiento correspondiente al límite elástico  $\varepsilon_{yd}$  el obtenido por la expresión

$$\varepsilon_{yd} = \frac{f_{yd}}{E}$$

En la zona de compresión son válidos todos los comentarios hechos en tracción excepto que, por razones de compatibilidad con el hormigón, el acortamiento máximo a de limitarse al 3.5‰

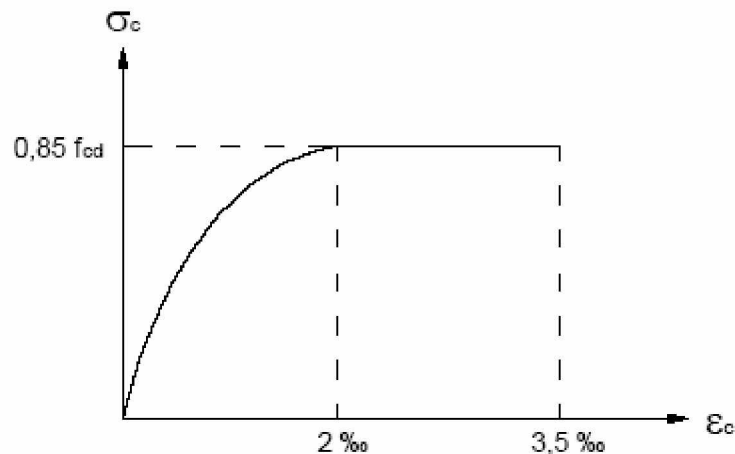


Fig.5 Diagrama parábola rectángulo

Por lo que respecta al hormigón la, norma EHE plantea como diagrama tensión deformación el conocido como diagrama parábola rectángulo (fig.5) formado por una parábola de segundo grado y un segmento recto paralelo el eje de las deformaciones. El vértice de la parábola se encuentra en la abscisa  $2\text{‰}$  y el acortamiento máximo en flexión es del  $3,5\text{‰}$ . Todo el diagrama del hormigón se define en compresión, no existe la parte correspondiente de tracción porque el hormigón es incapaz de trabajar a tracción.

Por último indicar que en el diagrama parábola rectángulo la ordenada máxima tiene un valor de  $0,85 \cdot f_{cd}$  con el fin de contemplar el fenómeno conocido como cansancio del hormigón.

## 2.2. COMPORTAMIENTO DE UNA SECCION DE HORMIGÓN ARMADO FRENTE A SOLICITACIONES NORMALES

Se desarrolla en este apartado el estudio del comportamiento interno de una sección de hormigón armado frente a solicitaciones externas de tipo normal (axial  $N$  y momento  $M$ ).

Supóngase una barra genérica de hormigón armado como la viga representada en la fig.6, con uniones rígidas en sus extremos como ocurre habitualmente y sometida a una carga o acción (uniformemente repartida en este caso) contenida en uno de sus planos de simetría, que genera en sus uniones extremas las correspondientes reacciones. En este caso, por tratarse de uniones rígidas, aparecen tres componentes de reacción en cada una de ellas  $N$ ,  $M$ ,  $V$  (axial, momento y cortante). Tal y como se planteó en la introducción, a pesar de la existencia del cortante, la especialización de las armaduras hace que la armadura

longitudinal se dedique básicamente a resolver la problemática generada por los esfuerzos normales (N,M), reservando el cortante V para la armadura transversal.

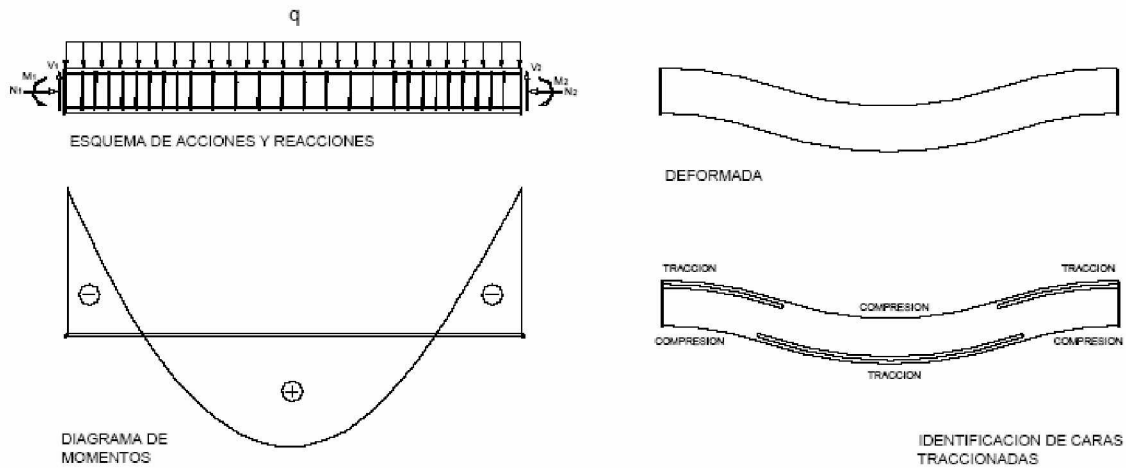


Fig.6 Esquema de barra modelo

Se han representado también en la fig.6 su diagrama de momentos flectores, su deformada y la identificación de las caras traccionadas de la misma.

Considérese ahora una sección determinada de la barra en la que se va a plantear el cálculo de sus necesidades de armadura longitudinal, por ejemplo la sección central del vano. Para visualizar lo que ocurre en dicha sección se realiza un corte imaginario por la misma quedando dividida la barra en dos porciones, de las cuales seleccionamos como sólido libre la porción izquierda. En la fig.7 se representa el sólido libre seleccionado con indicación de las acciones y reacciones exteriores así como el esquema de la sección de hormigón armado en la que se ha realizado el corte.

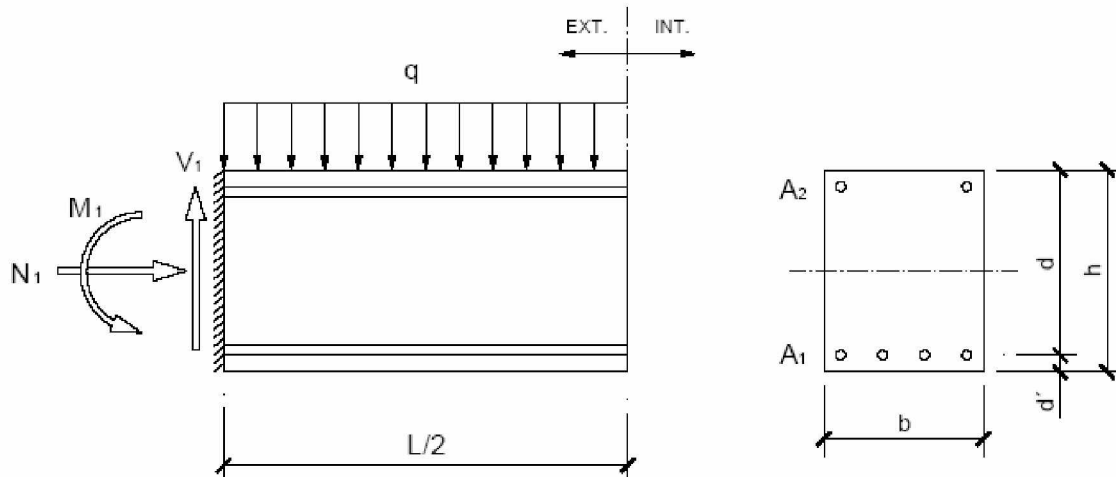


Fig.7 Sólido libre con acciones y reacciones exteriores

En el esquema de la sección se identifica el eje de flexión (el perpendicular al plano de las cargas que la generan) y se acotan los lados de la misma como “b” (lado paralelo al eje) y “h” (lado perpendicular el eje). Asimismo se identifican las dos armaduras longitudinales dispuestas en principio en los lados de la sección paralelos al eje de flexión, siendo en este caso la inferior la de tracción (ver fig.6) a la que se denomina  $A_1$  y la superior la de compresión a la que se denomina  $A_2$ .

Por último, se indica el recubrimiento de las armaduras medido desde su eje ( $d'$ ) así como el canto útil de la sección ( $d$ ). Al ser el hormigón un material incapaz de soportar tracciones y al tener que disponer necesariamente un recubrimiento de hormigón para las armaduras, se tendrá siempre, más allá de la armadura de tracción, una pequeña banda de hormigón no protegida por ninguna armadura y, por tanto, sin ninguna utilidad resistente (fig.8). Por ello, solamente es útil desde un punto de vista resistente (canto útil) la porción del canto comprendida entre el borde comprimido y el eje de la armadura de tracción.

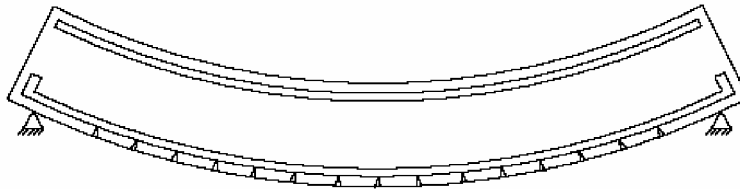


Fig.8 Concepto de canto útil

Planteado el esquema de la sección de hormigón armado a calcular, se analizan a continuación las deformaciones unitarias que experimentan las distintas “fibras longitudinales” que atraviesan dicha sección (fig.9). En efecto, la sección en cuestión se encuentra en zona de momentos positivos con compresiones en la cara superior y tracciones en la inferior, es decir, con acortamientos de las fibras en la cara superior y alargamientos en la inferior y, lógicamente una fibra intermedia que ni se alarga ni se acorta, a la que se denomina fibra neutra, que en secciones de hormigón armado no tiene por qué coincidir con el centro de gravedad de la sección.

Asimismo se observa, comparando la porción deformada con la original, que los alargamientos y acortamientos de las fibras aumentan hacia los extremos de la sección. Pues bien, en la fig.9 se ha representado el esquema de alargamientos unitarios ( $\epsilon$ ) de las distintas fibras longitudinales de la barra (relación entre la variación de longitud de la fibra y la longitud inicial)



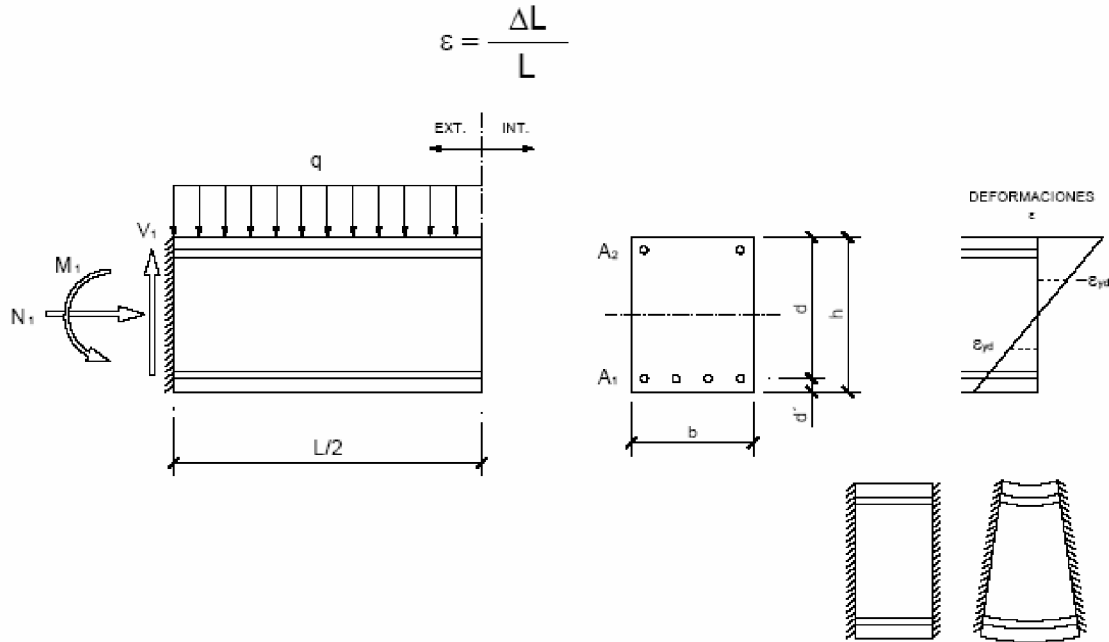


Fig.9 Deformaciones unitarias de las fibras longitudinales

Aceptando la hipótesis de Bernoulli de que las secciones planas antes de la deformación continúan siendo planas después de la deformación, se obtendrá un diagrama de variación de deformaciones unitarias lineal, con deformación nula en la fibra neutra y máximos en los extremos, variando linealmente desde la fibra neutra a los extremos.

Conocidas las deformaciones que experimentan las distintas fibras de la pieza de hormigón armado en la sección en estudio, se plantea ahora la cuestión de conocer las tensiones a que están trabajando dichas fibras según el material de que se trate. Para ello es preciso utilizar como herramienta los diagramas tensión-deformación tanto del hormigón como el acero (fig.4 y 5).

Comenzando por el acero (fig.10) se observa que en la fibra neutra, al ser su deformación nula también lo será la tensión (de acuerdo con el diagrama tensión – deformación). A medida que nos alejamos de la fibra neutra (tanto en tracción como en compresión) aumentan las deformaciones unitarias y por tanto (según el diagrama tensión – deformación) aumentarán las tensiones en principio de forma lineal. Llegará un momento en que, si se supera el valor del límite elástico de deformación  $\varepsilon_{yd}$  se entra en zona plástica, y todas las fibras situadas más allá de ese punto en dirección al extremo tendrán una deformación  $\varepsilon$  superior al límite elástico, por lo cual, a partir de ese momento se mantendrá la tensión constante en el valor  $f_{yd}$ . Hay que indicar que en esta primera aproximación a las tensiones se ha dibujado el diagrama de tensiones a lo largo de toda la sección, si bien es cierto que no en toda la sección hay acero. Este aspecto se aclarará más adelante. Asimismo hay que señalar que el resultado de este análisis es dibujar en la sección (tanto en tracción como en compresión) el diagrama tensión

deformación con la diferencia de que en esta ocasión se representan las tensiones en horizontal

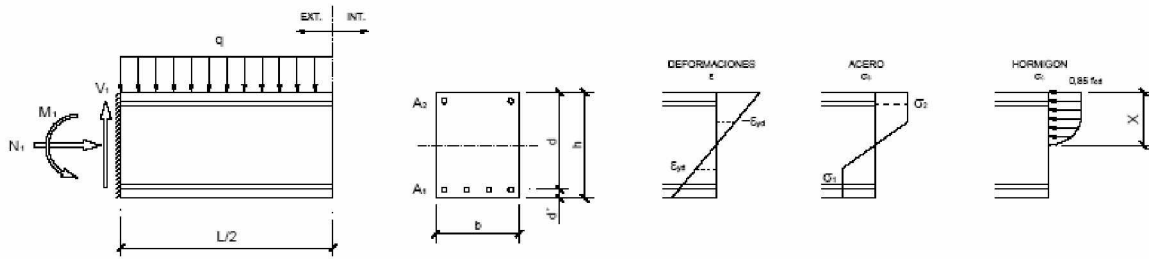


Fig.10 Tensiones en el acero y en el hormigón

Por lo que respecta al hormigón solamente presentará diagrama de tensiones en la zona comprimida, debido a su incapacidad para desarrollar tensiones de tracción. Al igual que ocurría con el acero, la tensión en la fibra neutra es cero y en dirección hacia el extremo van creciendo las deformaciones y por tanto las tensiones en este caso de forma parabólica. Llega un momento en que si se supera el valor de deformación del 2‰ la tensión permanece constante en el valor  $0.85 \cdot f_{cd}$  obteniéndose el diagrama parábola rectángulo aplicado a la sección con inicio de la parábola justo en la fibra neutra (fig.10).

Finalmente, en la fig.11 se muestra el diagrama conjunto real de tensiones que se obtiene, en principio, a partir de la superposición de los diagramas de tensiones de los dos materiales con ciertas matizaciones. En efecto, el acero no se encuentra presente en toda la sección sino solo en dos pequeñas bandas en los extremos de la misma, que vistas en perfil podrían considerarse como puntuales. Por ello la aportación real del acero es del siguiente modo fig.11

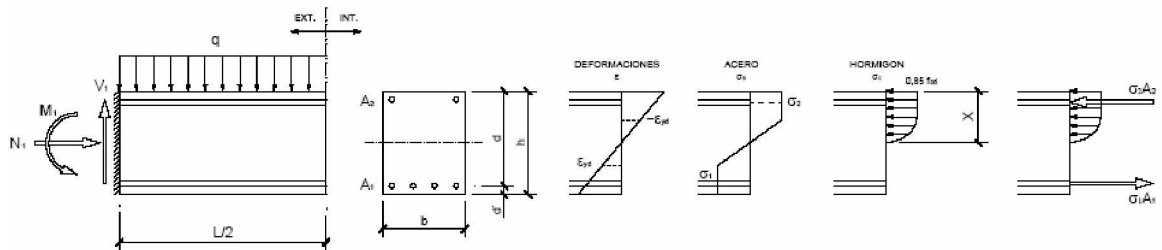


Fig.11 Esquema ampliado con el esquema real

En cualquier punto donde exista una armadura aparece determinada sección de acero  $A$  ( $\text{mm}^2$ ) (que está muy localizada y podría considerarse puntual) trabajando a una determinada tensión  $\sigma$  ( $\text{N}/\text{mm}^2$ ) proporcionada por el diagrama general de tensiones del acero en función de la posición de la armadura en cuestión.

El producto de la sección  $A$  ( $\text{mm}^2$ ) por la tensión  $\sigma$  ( $\text{N}/\text{mm}^2$ ) tiene magnitud de fuerza (N), por tanto la aportación de los redondos de acero a la capacidad resistente de la sección es colaborar con una fuerza que puede considerarse puntual de valor

$$A \cdot \sigma \text{ (N)}$$

Generalmente aparece una fuerza correspondiente al conjunto de la armadura de tracción ( $A_1 \cdot \sigma_1$ ) y otra correspondiente al conjunto de la armadura de compresión ( $A_2 \cdot \sigma_2$ ).

Por lo que respecta al diagrama de tensiones del hormigón, la experimentación desarrollada hasta la fecha confirma que el diagrama parábola rectángulo es el que realmente mejor describe el comportamiento del hormigón.

Ahora bien, la incomodidad que supone el cálculo de la resultante del diagrama parabólico y de su punto de aplicación, ha conducido a buscar otros tipos de diagramas para el hormigón que, aun no siendo reales, proporcionen de forma cómoda resultados prácticamente iguales a los reales. Uno de los diagramas de tensiones que se proponen y que está admitido por la norma EHE en su art.39.5 es el diagrama rectangular que presenta una tensión en el hormigón igual a la del diagrama parábola rectángulo ( $0,85 \cdot f_{cd}$ ) y una profundidad ( $y$ ) en función de la profundidad de la fibra neutra ( $x$ ) que viene dada por:

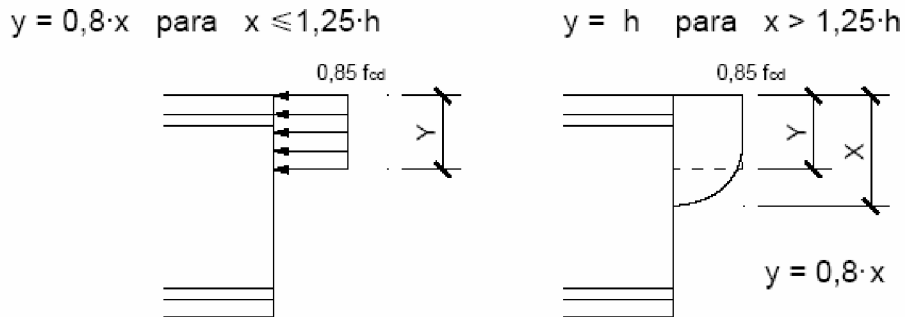


Fig.12 Definición del diagrama rectangular

Superponiendo ambos diagramas se comprueba que el parábola rectángulo presenta su inicio en la fibra neutra como es lógico mientras que el rectangular comienza a una pequeña distancia de la fibra neutra, presentando ambos la misma tensión de cálculo en el hormigón. Asimismo se ve en el esquema solapado que el área de ambas figuras resulta equivalente y la localización del punto de aplicación prácticamente igual. Se obtiene así el esquema real de comportamiento interno de una sección de hormigón armado que se resume en la fig.13

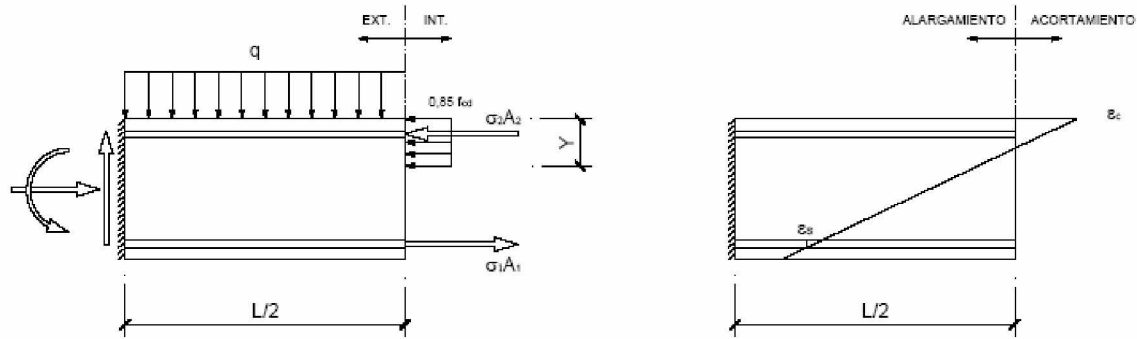


Fig.13 Esquemas de cálculo de la sección

Planteado el esquema de trabajo de la sección de hormigón armado, es preciso realizar un último comentario acerca de cómo se realiza el cálculo y la comprobación frente al agotamiento de la sección de hormigón armado por solicitaciones normales.

En el cálculo de secciones de hormigón armado, al realizarse un cálculo plástico por haberse comprobado experimentalmente que reproduce mejor el comportamiento real del hormigón, no es válido el planteamiento tradicional de comparación entre la tensión de trabajo y la admisible ( $\sigma \leq \sigma_{adm}$ ) típico de la teoría de Resistencia de Materiales y aplicable a cálculos en régimen elástico

En efecto, si se observa el diagrama tensión deformación del acero, al utilizar también la zona plástica del diagrama (rama horizontal del mismo) el conocimiento de la tensión a que se encuentra trabajando el material no proporciona una información real acerca de si el acero está a punto de alcanzar el estado límite último de agotamiento o no. Así, si se nos dice que la tensión en el acero es  $400/1.15$  (N/mm<sup>2</sup>) con el planteamiento tensional clásico será imposible saber si el acero se encuentra en la situación (1) (fig.14) muy lejos aún de la rotura o en la situación (2) a punto de alcanzar el estado límite último de agotamiento y por tanto del colapso, debido a que en la zona plástica todas las posibles situaciones presentan la misma tensión, el límite elástico del acero  $f_{yd}$ .

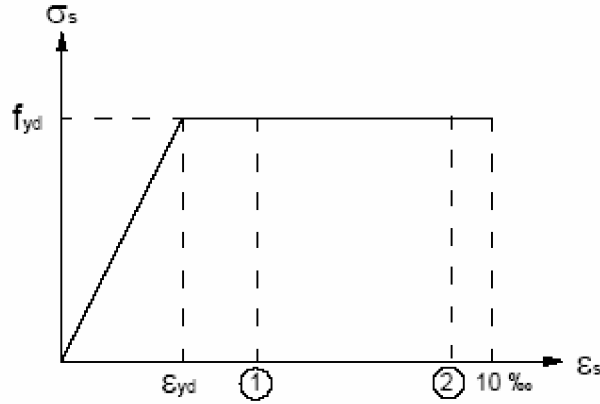


Fig.14 Inutilidad del planteamiento tensional clásico

Ante esta situación, la norma EHE en su art.8.1.2 plantea que en la comprobación de los estados límites últimos que supongan la rotura de una sección o elemento (como es el caso del E.L.U. de agotamiento por solicitaciones normales) se debe satisfacer la condición:

$$R_d \geq S_d$$

siendo  $R_d$  el valor de cálculo de la respuesta estructural y  $S_d$  el valor de cálculo del efecto de las acciones. Es decir, que la respuesta interior de la sección sea igual o superior al efecto de las acciones exteriores.

El significado de esta condición es el siguiente. En el sólido representado en la figura 15 y teniendo muy clara la frontera entre el interior y el exterior se tiene por un lado el conjunto de acciones y reacciones exteriores, frente a las cuales aparecen unas hipotéticas reacciones interiores para equilibrarlas (fig.15.a). Pues bien, en la fig.15.b se han sustituido todas las acciones y reacciones exteriores por su resultante y la respuesta interior por la causa que la origina, es decir, las fuerzas desarrolladas por las armaduras y el bloque de compresiones del hormigón.

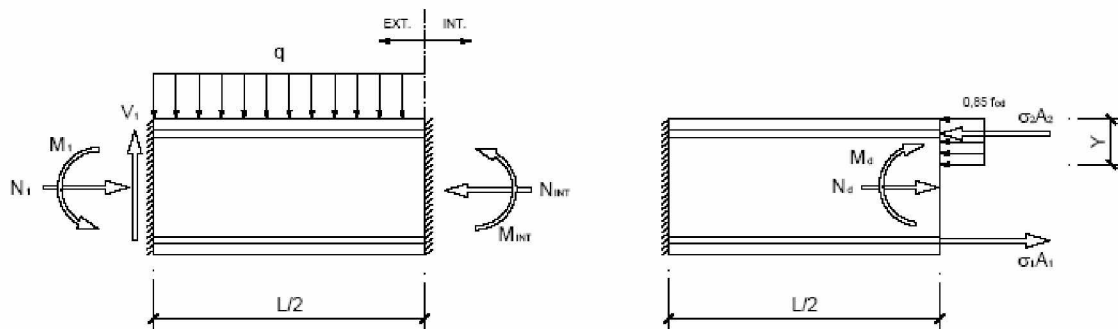


Fig.15 Planteamiento del cálculo en régimen plástico

Pues bien, la condición de que la respuesta estructural sea igual o superior a los efectos de las acciones, ha de interpretarse en el sentido de que la sección de hormigón armado tiene que ser capaz de generar suficiente respuesta estructural para equilibrar a los efectos de las acciones exteriores, dicho de otro modo, la sección de hormigón armado tiene que tener el suficiente tamaño, con la suficiente cantidad de armadura como para generar una suficiente respuesta interior capaz de llegar a equilibrar a las resultantes de los esfuerzos exteriores.

Por tanto, al final, el cálculo de la sección se basa en el estudio del equilibrio estático de la misma entre acciones exteriores y respuestas interiores mediante las ecuaciones de equilibrio estático. En principio son 3 las posibles ecuaciones de equilibrio estático linealmente independientes que se le pueden aplicar a un sólido ( $\Sigma M=0$  (equilibrio de momentos),  $\Sigma F_N=0$  (equilibrio de fuerzas en dirección axial),  $\Sigma F_L=0$  (equilibrio de fuerzas en dirección cortante). Ahora bien, dado que a la armadura longitudinal se le adjudica solamente la función de absorber los efectos del axial y del momento, la tercera ecuación deja de tener sentido en este caso, por lo cual para el cálculo de la armadura longitudinal se dispone solo de dos ecuaciones de equilibrio linealmente independientes que son

$$\begin{aligned}\Sigma M &= 0 \text{ (equilibrio de momentos)} \\ \Sigma F_N &= 0 \text{ (equilibrio de fuerzas en dirección axial)}\end{aligned}$$

## 2.3. DOMINIOS DE DEFORMACIÓN

Mediante los dominios de deformación se pretende realizar un barrido continuo de todas las posibles situaciones que puede presentar el diagrama de deformaciones en función de los diferentes tipos de esfuerzos que pueden solicitar la sección, desde la tracción simple o compuesta (toda la sección traccionada), pasando por la flexión simple o compuesta (una parte de la sección traccionada y otra comprimida), hasta la compresión simple o compuesta (toda la sección comprimida).

Los dominios de deformación son una especie de catálogo de todas esas situaciones, siendo los parámetros de clasificación las deformaciones máximas en el hormigón y en el acero, y la profundidad de la fibra neutra.

Se desarrollan a continuación los 6 dominios existentes, exponiendo sus valores característicos de profundidad de fibra neutra y deformaciones límites, así como los tipos de diagramas de fuerzas a que dan lugar.

### DOMINIO 1

Corresponde a situaciones de tracción simple o tracción compuesta que implican que toda la sección se encuentra traccionada. Al encontrarse todas las fibras traccionadas el hormigón es incapaz de colaborar en ningún punto de la sección y todos los esfuerzos tienen que ser soportados por las dos armaduras de acero en tracción, siendo las dos armaduras de acero imprescindibles. Al no poder colaborar el hormigón es evidente que la sección no presenta ningún bloque de compresiones del mismo (fig.16)

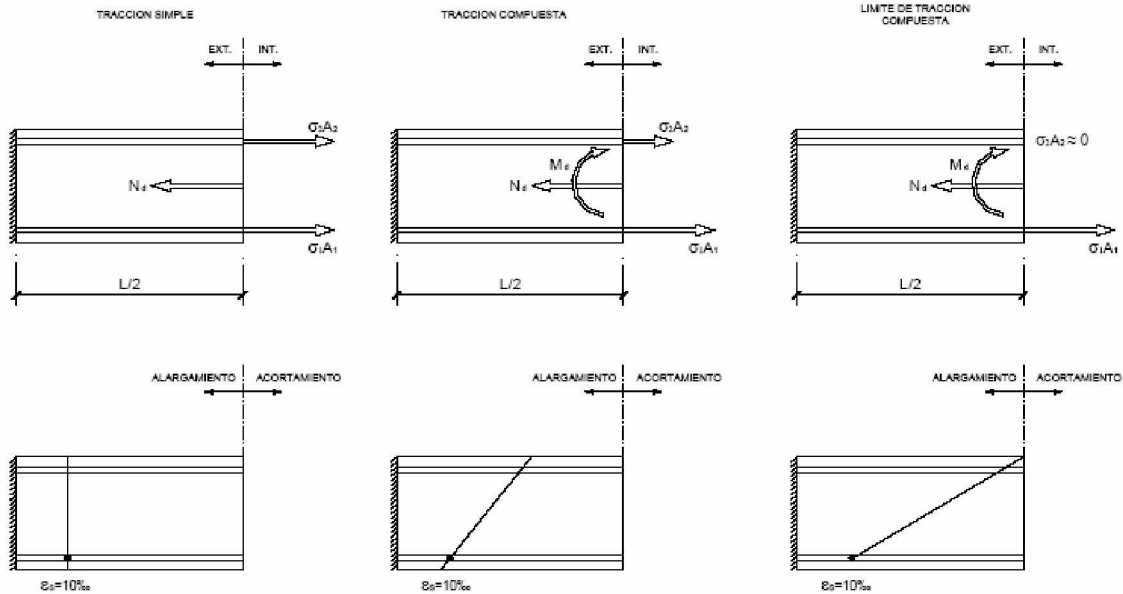


Fig.16 Tracción simple. Tracción compuesta

Cuando la situación es de tracción simple, la sollicitación se reduce al esfuerzo axial de tracción centrado (caso 1º) y por ello, debido a la simetría de la situación ambas armaduras desarrollan la misma fuerza.

Cuando la situación es de tracción compuesta la sollicitación se compone de un axial de tracción y un momento flector. Ahora bien, el efecto del axial predomina nítidamente sobre el del momento y finalmente ambas armaduras resultan traccionadas, si bien una de ellas más que la otra.

Por lo que a las deformaciones se refiere, al no intervenir el hormigón y depender la resistencia de la sección de las armaduras la situación límite de éstas se produce para su máximo alargamiento posible que es el 10‰. En tracción simple, al estar las dos armaduras trabajando en igualdad de condiciones, ambas presentan un alargamiento del 10‰, mientras que en flexión compuesta la armadura más traccionada llegará a su alargamiento límite del 10‰ y la menos traccionada se encontrará lógicamente con un alargamiento menor del 10‰, y en el extremo, la última situación posible de la flexión compuesta se produce cuando la deformación en la armadura más traccionada es 10‰ y la deformación en la fibra menos traccionada es nula (caso 3º)

Por último, en tracción simple o tracción compuesta, al no existir fibras comprimidas, la fibra neutra (aquella que ni se acorta ni se alarga y que es frontera entre tracciones y compresiones) no se encuentra sobre la sección y ocupa una posición virtual fuera de ella que se obtiene prolongando la línea que define las deformaciones de la sección hasta que corte a la prolongación de la propia sección (fig.17)

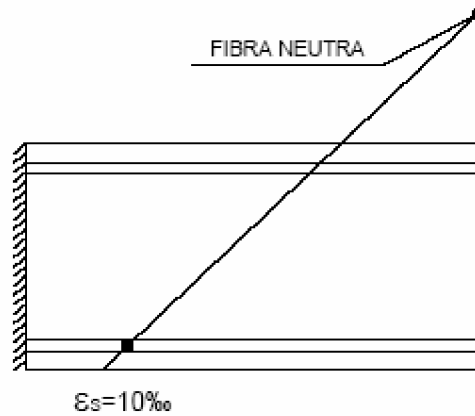


Fig.17 Determinación gráfica de la fibra neutra

Así pues, el dominio 1 está integrado por todas las situaciones de tracción simple y tracción compuesta y constituye un abanico formado por rectas de deformación que pivotan en torno a la deformación 10‰, cubriendo un campo de profundidades en la fibra neutra que va desde  $x = -\infty$  (tracción simple) hasta  $x=0$  (tracción compuesta con fibra neutra en el borde de la sección) (fig.18)

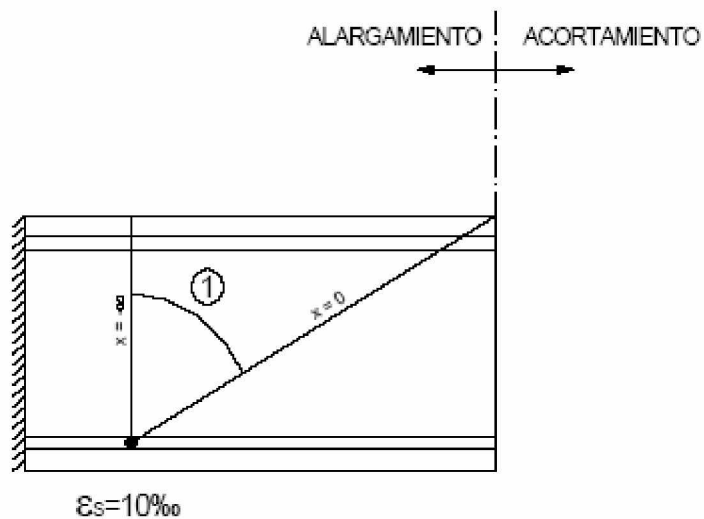




Fig.18 Dominio 1

**DOMINIO 2**

El dominio 2 abarca situaciones de flexión simple y flexión compuesta en las que el hormigón no llega a alcanzar su deformación de rotura.

En flexión simple la sollicitación de la sección se reduce al momento flector, quedando caracterizada la sección por la presencia de una zona traccionada y otra comprimida. En flexión compuesta la sección está sollicitada por un esfuerzo axial y un momento flector, si bien en este caso predomina el efecto del momento flector sobre el del axial, y el resultado es, al igual que en flexión simple, que conviven la tracción y la compresión dentro de la sección. Por ello, la fibra neutra en este caso tiene existencia real dentro de la sección.

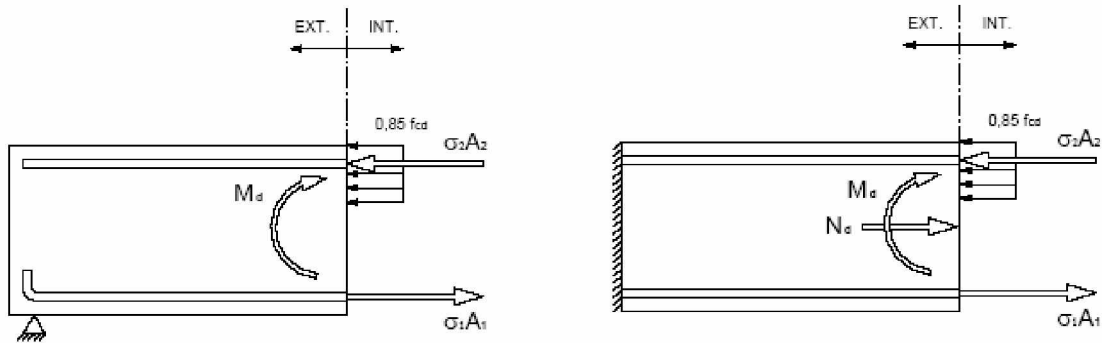


Fig.19 Esquemas de flexión simple y compuesta

El dominio 2 está integrado por situaciones en las que la zona traccionada de la sección es muy superior en tamaño frente a la zona comprimida. El acero de la armadura traccionada se encuentra en su situación límite de alargamiento del 10‰ mientras que el hormigón no llega a alcanzar su acortamiento de rotura presentando, acortamientos que oscilan entre el 0‰ y el 3.5‰ .

Por lo que respecta a la fibra neutra su posición oscila entre  $x=0$  y la profundidad correspondiente a la recta de deformación en que ambos materiales alcanzan simultáneamente su deformación máxima  $\epsilon_s=10‰$  y  $\epsilon_c=3.5‰$  (fig.20). El cálculo de este segundo límite del dominio 2 se realiza fácilmente interpolando en el esquema de la figura 20

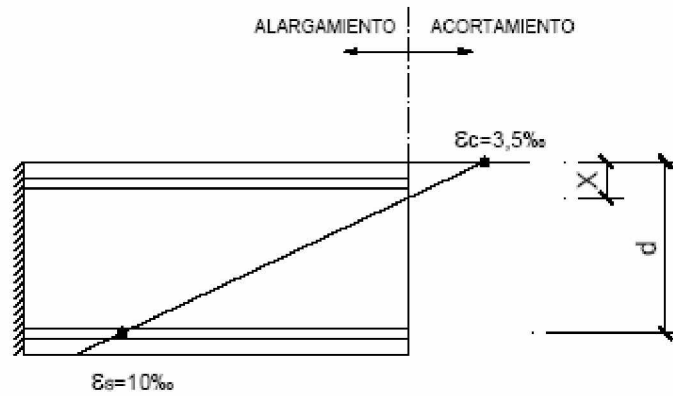


Fig.20. Frontera entre dominios 2 y 3

$$\frac{3,5 + 10}{d} = \frac{3,5}{x} \Rightarrow x = \frac{3,5 \cdot d}{3,5 + 10} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = 0,259 \cdot d$$

El dominio 2, por tanto, es también un abanico de rectas de deformación que pivotan en torno al alargamiento del 10‰ en la armadura de tracción, cubriendo un ampo de profundidades de la fibra neutra comprendido entre  $x=0$  y  $x=0,259 \cdot d$  (fig.21)

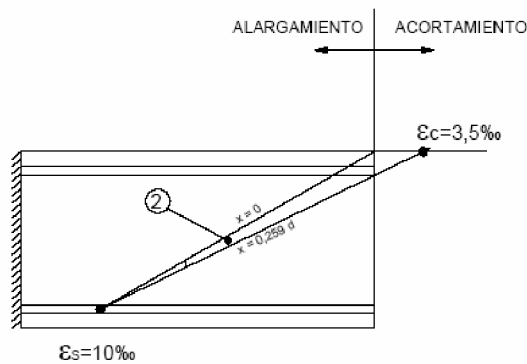


Fig.21 Esquema del dominio 2

Por lo que respecta al esquema de fuerzas y tensiones que actúan sobre la sección, un pequeño bloque de compresiones del hormigón, la fuerza de la armadura de tracción y en caso de existir la fuerza de la armadura de compresión (fig.22)

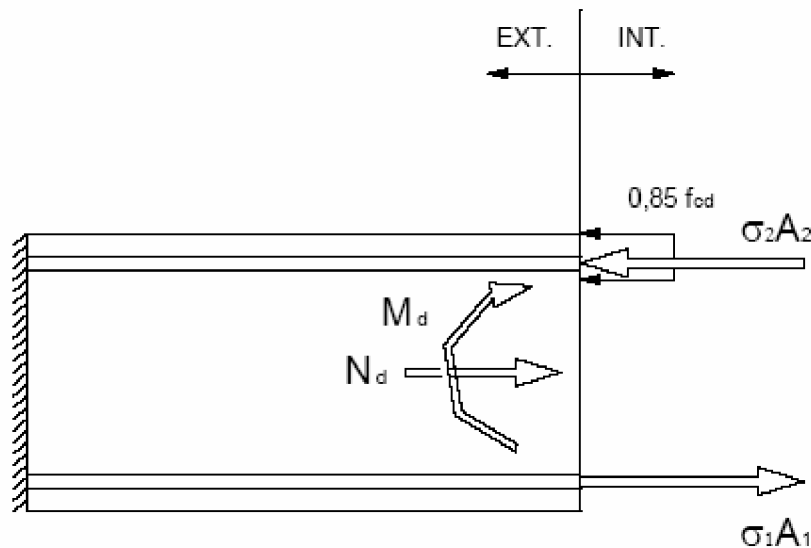


Fig.22 Esquema de fuerzas y tensiones en dominio 2

En el dominio 2 el acero de la armadura de tracción se encuentra plenamente aprovechado ya que trabaja a su máxima deformación posible. En cambio el hormigón está desaprovechado ya que por un lado la profundidad de la fibra neutra es muy pequeña por lo cual solo una pequeña porción del hormigón de toda la sección se encuentra colaborando a compresión y, por otro, además de lo anterior en aquellos casos de este dominio en los que el hormigón presente una deformación inferior al 2‰ el hormigón tampoco proporciona su máxima tensión de trabajo de acuerdo con el diagrama tensión – deformación del hormigón (fig.23)

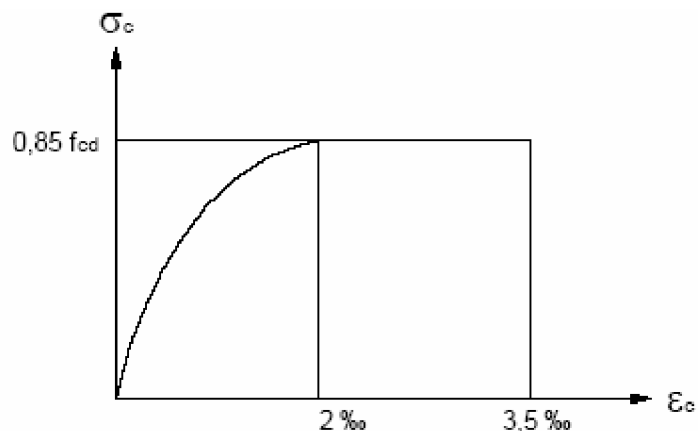


Fig.23 Diagrama tensión deformación del hormigón

La conclusión de este último comentario es que en general cuando una sección trabaja en dominio 2 la sección está sobredimensionada y, por tanto, lo más recomendable (si es posible) es disminuir el tamaño de la sección para salir del dominio 2 y lograr un mejor aprovechamiento del hormigón.

### DOMINIO 3

El dominio 3 abarca también situaciones de flexión simple y flexión compuesta. Por tanto, una de las características de este dominio es que conviven en la sección una zona traccionada y otra comprimida, al igual que ocurría en el dominio 2.

En el dominio 3 el hormigón en el borde comprimido de la sección se encuentra siempre trabajando a su máximo acortamiento  $\epsilon_c=3,5\text{‰}$ , mientras que la deformación del acero de la armadura traccionada oscila entre el  $10\text{‰}$  y  $\epsilon_{yd}$  siendo  $\epsilon_{yd}$  el alargamiento de cálculo correspondiente al límite elástico del acero. que viene dado por la expresión

$$\epsilon_{yd} = \frac{f_{yd}}{E}$$

siendo  $f_{yd}$  el valor de cálculo del límite elástico del acero y  $E$  el módulo de elasticidad longitudinal del mismo.

Por lo que respecta a la fibra neutra su posición oscila entre la profundidad correspondiente a la recta de deformación en que ambos materiales alcanzan simultáneamente su deformación máxima  $\epsilon_s=10\text{‰}$  y  $\epsilon_c=3.5\text{‰}$  ( $x=0,259 \cdot d$ ) (fig.20) y  $x=x_{lim}$  profundidad límite en la que la armadura más traccionada alcanza la

deformación  $\epsilon_y$  correspondiente a su límite elástico y que se calcula del siguiente modo

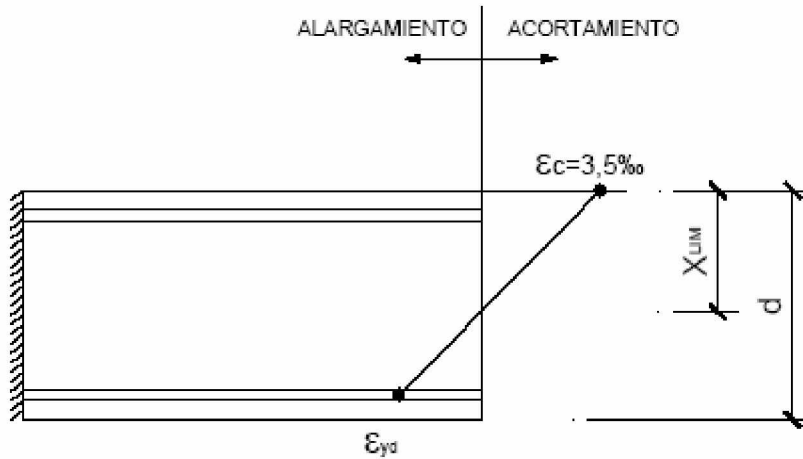


Fig.24 Interpolación para cálculo de  $x_{lim}$

Así pues, el dominio 3 puede definirse como un abanico de rectas de deformación que pivotan en torno al punto de máximo acortamiento del hormigón  $\epsilon_c=3.5‰$  y que cubre un campo de profundidades de la fibra neutra comprendido entre  $x=0,259 \cdot d$  y  $x=x_{lim}$  (fig.25)

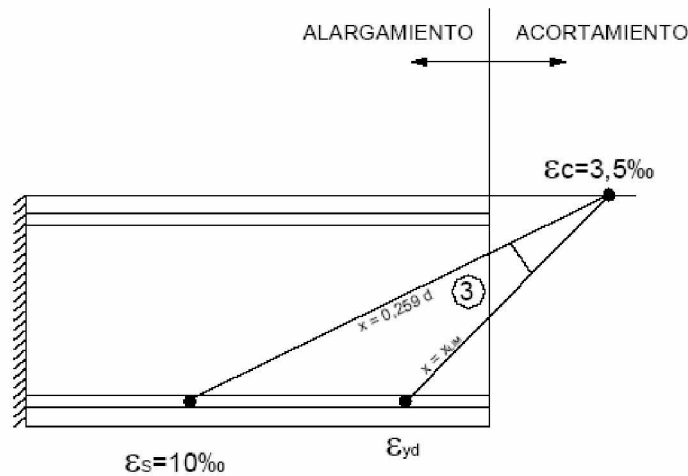


Fig.25 Esquema del dominio 3

Por lo que respecta al esquema de fuerzas y tensiones que actúan sobre la sección, aparece un bloque de compresiones del hormigón en proporción más grande que el del dominio 2, la fuerza de la armadura de tracción y en caso de existir la fuerza de la armadura de compresión (fig.26)

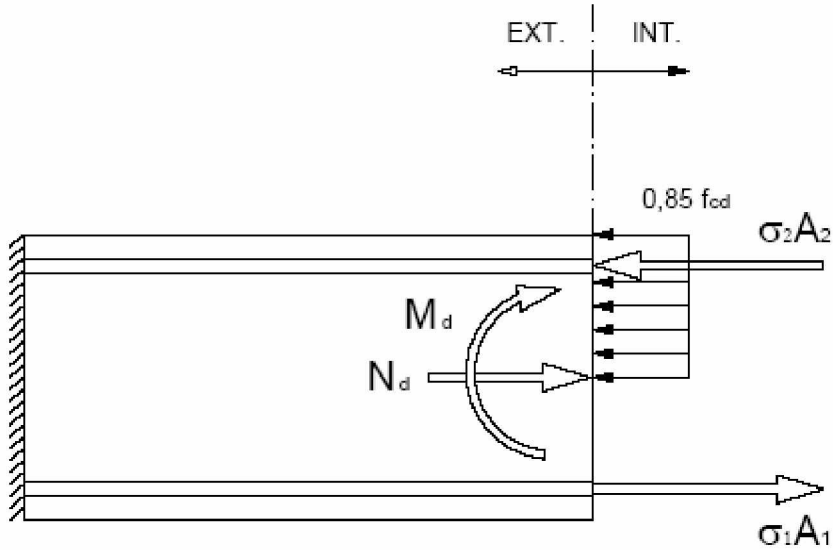


Fig.26 Esquema de fuerzas y tensiones en dominio 3

En el dominio 3 el hormigón se encuentra trabajando a su deformación máxima proporcionando asimismo su tensión máxima  $0,85 \cdot f_{cd}$ . Por su parte el acero, si bien no siempre en este dominio se encuentra a deformación máxima, al estar su deformación por encima del límite elástico  $\epsilon_{yd}$  siempre se encuentra trabajando a su tensión máxima  $f_{yd}$  (ver diagrama tensión deformación del acero fig.29). **Por ello, el dominio 3 es el dominio en el que se logra el máximo aprovechamiento posible de ambos materiales simultáneamente**, motivo por el cual, en flexión simple y flexión compuesta es deseable lograr que las secciones trabajen en dominio 3.

## DOMINIO 4

El dominio 4 puede presentarse en situaciones de flexión simple o flexión compuesta, por tanto, al igual que ocurría en los dominios 2 y 3, el dominio 4 se caracteriza porque en la sección conviven una zona traccionada y otra comprimida separadas por la fibra neutra.

En el dominio 4, el hormigón en el borde comprimido de la sección se encuentra siempre trabajando a su máximo acortamiento  $\epsilon_c = 3,5\%$ , mientras que la deformación del acero de la armadura traccionada oscila entre el alargamiento de cálculo correspondiente al límite elástico del acero ( $\epsilon_{yd}$ ) y  $0\%$ .

Por lo que respecta a la fibra neutra su posición oscila entre la profundidad límite  $x = x_{lim}$  en la que la armadura más traccionada alcanza la deformación  $\epsilon_{yd}$  correspondiente a su límite elástico y el canto útil de la pieza  $x = d$ . Así pues, el dominio 4 puede definirse como un abanico de rectas de deformación que pivotan

en torno al punto de máximo acortamiento del hormigón  $\epsilon_c=3.5\%$  y que cubre un campo de profundidades de la fibra neutra comprendido entre  $x=x_{lim}$  y  $x=d$  (fig.27)

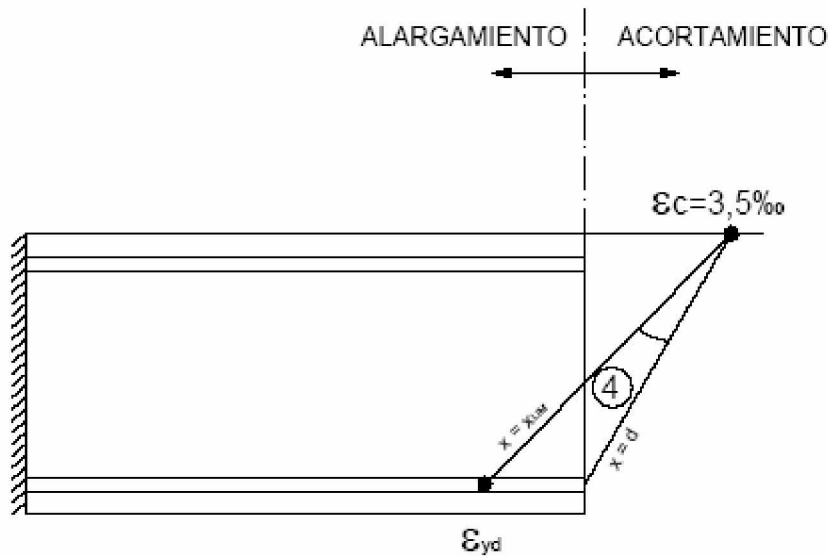


Fig.27 Esquema de dominio 4

Por lo que respecta al esquema de fuerzas y tensiones que actúan sobre la sección, aparece el bloque de compresiones del hormigón en proporción aún más grande que el del dominio 3, la fuerza de la armadura de tracción y en caso de existir la fuerza de la armadura de compresión (fig.28)

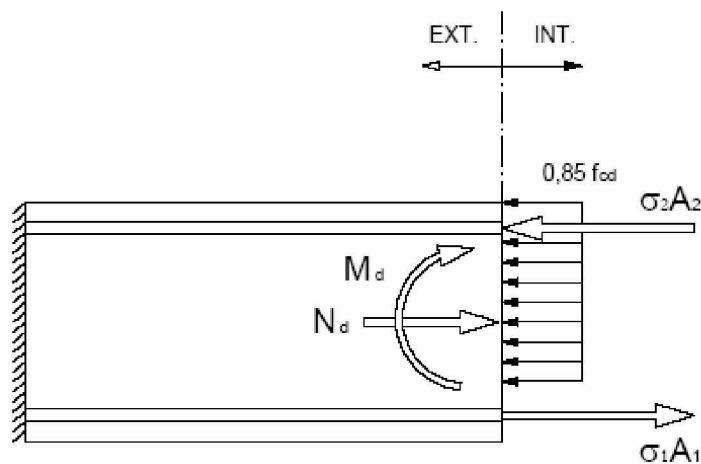


Fig.28 Esquema de fuerzas y tensiones en dominio 4

En dominio 4 el acero de la armadura traccionada, al presentar un alargamiento inferior al de su límite elástico  $\epsilon_{yd}$ , se encuentra trabajando a una tensión inferior a la máxima que es capaz de desarrollar, por lo cual se desaprovecha su capacidad resistente (fig.29)

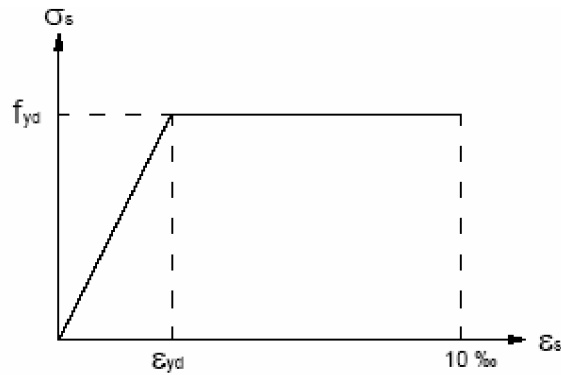


Fig.29 Diagrama tensión deformación del acero

### DOMINIO 4<sup>a</sup>

El dominio 4<sup>a</sup> es un caso particular del dominio 4 que sólo puede darse en flexión compuesta. Se caracteriza porque el hormigón se encuentra trabajando en todos los casos a su máximo acortamiento  $\epsilon_c=3,5\text{‰}$  en el borde comprimido de la sección y por cubrir un campo de profundidades de la fibra neutra comprendido entre  $x=d$  y  $x=h$ . Se trata por tanto de un pequeño abanico de rectas de deformación que pivotan en torno al punto de máximo acortamiento del hormigón (fig.30)

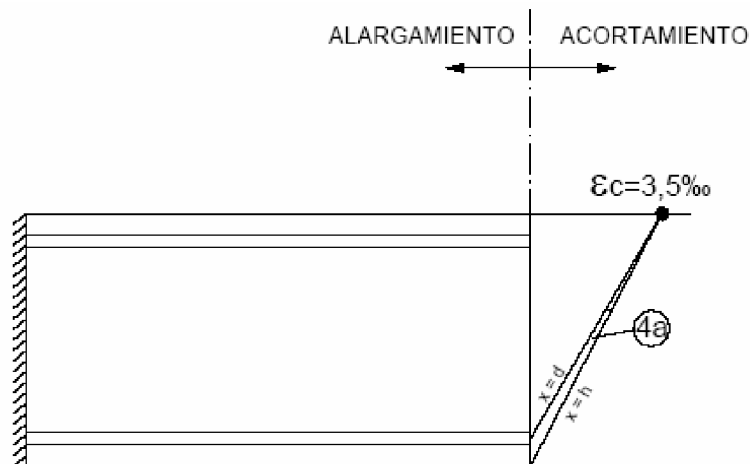


Fig.30 Esquema del dominio 4a

Por lo que respecta al esquema de fuerzas y tensiones (fig.31) aparece el bloque de compresiones del hormigón, la fuerza de la armadura de compresión y la fuerza de la armadura “traccionada” que esta vez se encuentra ligeramente comprimida, y a partir de este momento hay que dejar de llamarle armadura de



tracción para pasar a llamarle armadura menos comprimida. Un caso muy curioso de esquema de fuerzas se presenta en la frontera entre los dominios 4 y 4a (fig.31) ya que en este caso la fibra neutra pasa por la armadura de tracción, por lo cual ésta no presenta ni alargamientos ni acortamientos, es decir, no está trabajando y la fuerza que desarrolla es nula.

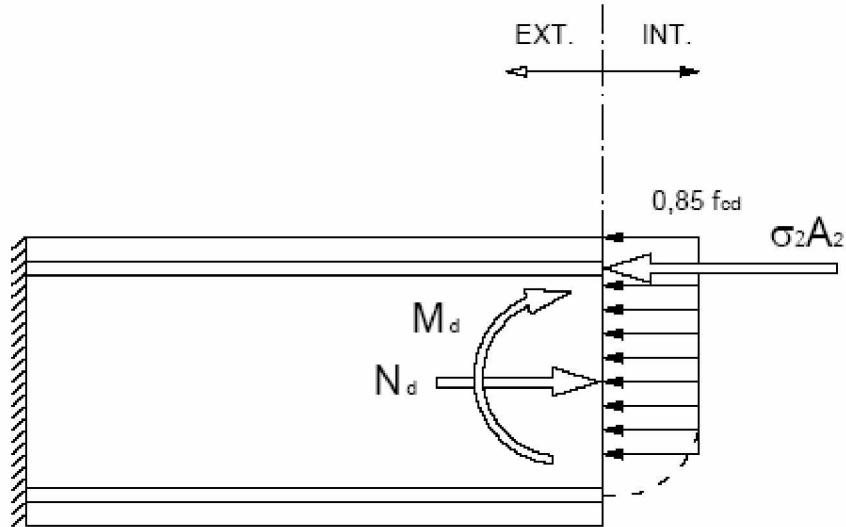


Fig.31 Esquema de fuerzas en dominio 4a

## DOMINIO 5

El dominio 5 abarca todas las situaciones de compresión simple y compuesta. En la situación de compresión simple la sollicitación de la sección se reduce a un esfuerzo axial de compresión centrado que conduce a que toda la sección se encuentre comprimida. En compresión compuesta la sollicitación está integrada por un esfuerzo axial de compresión y un momento flector, si bien, el efecto del axial de compresión predomina sobre el momento y la sección se encuentra globalmente comprimida.

En cuanto a deformaciones se refiere, al encontrarse toda la sección comprimida las deformaciones límite vendrán condicionadas por el hormigón que admite un acortamiento máximo  $\varepsilon_c=3,5\%$  en flexión y  $\varepsilon_c=2\%$  en compresión simple.

Para lograr un paso gradual entre ambas situaciones las rectas de deformación pivotan en torno a un punto C situado a una profundidad de  $3/7 \cdot h$  (fig.32)

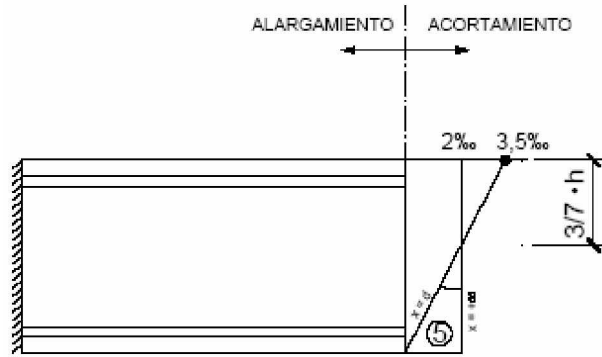


Fig.32 Esquema de Dominio 5

El dominio 5 está integrado, por tanto, por un abanico de rectas de deformación que pivotan en torno a dicho punto C abarcando un campo de profundidades de la fibra neutra comprendido entre  $x=h$  y  $x=4h$

Por último, por lo que respecta al esquema de fuerzas y tensiones en la sección, el bloque de compresiones de la sección abarca lógicamente toda la sección y aparecen, además la fuerza de la armadura de compresión y la fuerza desarrollada por la hipotética armadura de tracción que ahora es la menos comprimida (fig.33)

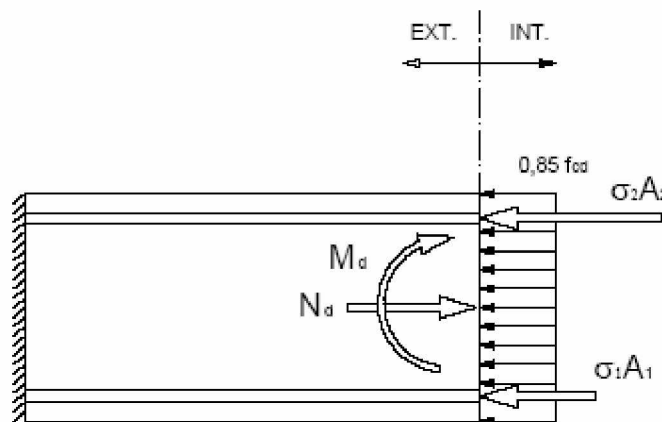


Fig.33 Esquema de fuerzas y tensiones en dominio 5

## DIAGRAMA DE PIVOTES

Si se representan todos los dominios de deformación en un solo esquema se obtiene lo que algunos autores denominan diagrama de pivotes de los dominios de deformación (fig.34)

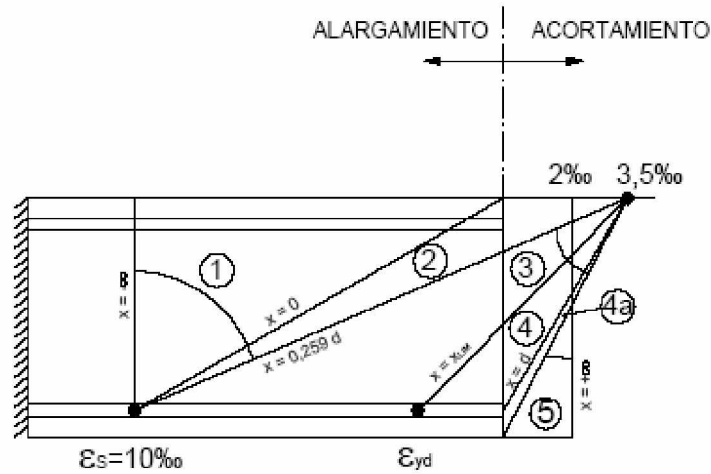


Fig.34. Diagrama de pivotes

### 3.SECCIONES SOLICITADAS A FLEXIÓN SIMPLE

Una sección se encuentra solicitada a flexión simple cuando la resultante de todos los esfuerzos internos que actúan sobre ella se reduce a un esfuerzo cortante  $V$  y a un momento flector  $M$ , no existiendo esfuerzo axial alguno. Por ello, el único esfuerzo de tipo normal con el que se enfrenta la armadura longitudinal es el momento flector. Asimismo, la flexión simple se caracteriza porque en la sección conviven una zona comprimida y otra traccionada, separadas por la fibra neutra.

Por este último motivo, la flexión simple sólo es posible en los dominios 2,3 y 4.

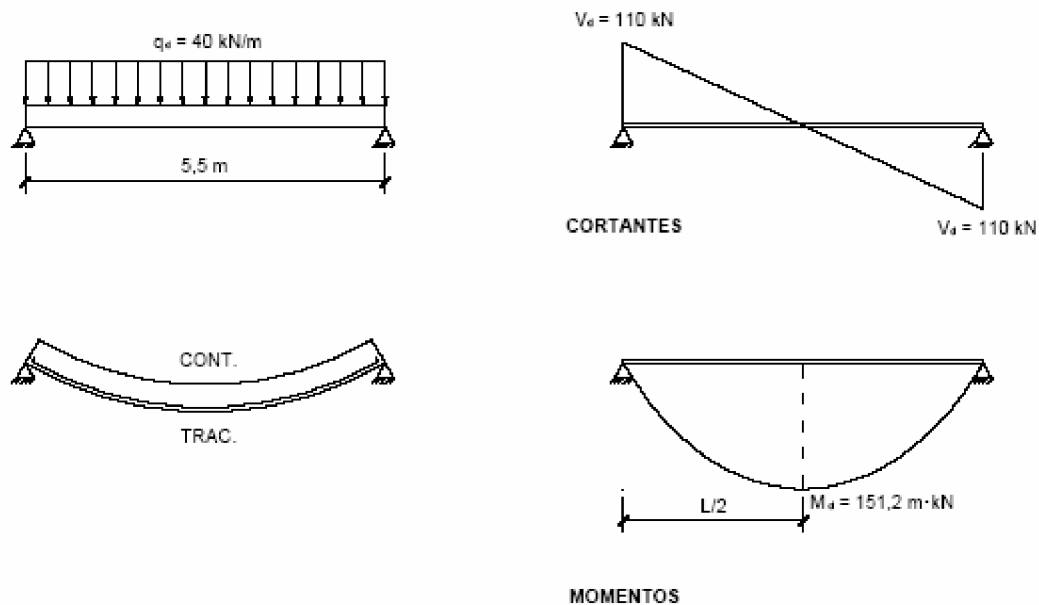


Fig.35. Viga biapoyada. Deformada y diagramas de esfuerzos internos

Se estudia en los siguientes subapartados el cálculo de secciones solicitadas a flexión simple en cada uno de los dominios que pueden presentarse. Dicho estudio se va a llevar a cabo tomando como ejemplo una viga de hormigón armado de 5,5 m de luz, apoyada en sus extremos y con una carga uniformemente repartida de valor mayorado  $q_d = 40 \text{ kN/m}$  (fig.35). Los materiales utilizados son hormigón HA-25, acero corrugado B 400 S y nivel de control normal

En la fig.35 se han representado también la deformada con la identificación de la cara traccionada de la viga, así como los diagramas de esfuerzos cortantes y momentos flectores.

La sección más desfavorable en este caso se encuentra en el centro del vano con un momento flector mayorado de valor  $M_d = 151,2 \text{ m}\cdot\text{kN}$

Identificada la sección más desfavorable, se realiza un corte imaginario por dicha sección, que permite obtener como sólido libre una de las dos porciones en que la sección divide a la viga. En la fig.36.a se representa el sólido libre en cuestión, con todas las acciones y reacciones que sobre él actúan así como con el momento interior resistente ( $M_{INT.}$ ) que la sección de hormigón armado debe generar para conseguir equilibrar el efecto de las acciones y reacciones exteriores.

En la fig.36.b se han sustituido todas las acciones y reacciones exteriores por su resultante, que en la sección central se reduce al momento  $M_d = 151,2 \text{ m}\cdot\text{kN}$ .

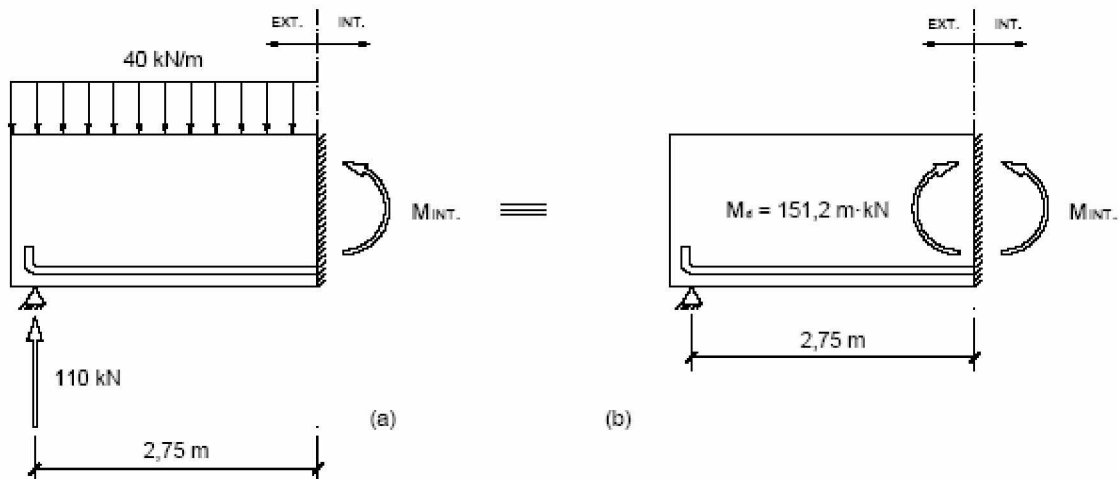


Fig.36 Esquema de la sección más desfavorable

Planteado el caso práctico a utilizar, en los siguientes subapartados se procede al cálculo del mismo con distintos tamaños de sección, que permiten ver el comportamiento de la misma en los dominios 2,3 y 4. Asimismo, los cálculos se realizan en principio solamente con la armadura de tracción (que es la única

realmente imprescindible) y en el desarrollo del estudio de los distintos dominios se irá descubriendo cuándo es preciso colocar armadura de compresión y porqué.

### 3.1.FLEXION SIMPLE EN DOMINIO 2

En este primer caso, se dimensiona la viga descrita con una sección de 300 x 600 (mm x mm). En la fig.37 se representa un esquema de la sección con sus dimensiones y la colocación de la armadura de tracción ( $A_1$ ) que, según la deformada y el diagrama de momentos flectores, debe ir en este caso en la cara inferior. De momento, sólo se coloca la armadura de tracción que es la única imprescindible a priori. Se representa asimismo el esquema de la sección más desfavorable con la resultante de las acciones y reacciones exteriores ( $M_d = 151,2$  m·kN), así como con la fuerza de la armadura de tracción y el bloque de compresiones del hormigón encargados de generar el  $M_{INT}$  que equilibrará a la resultante exterior.

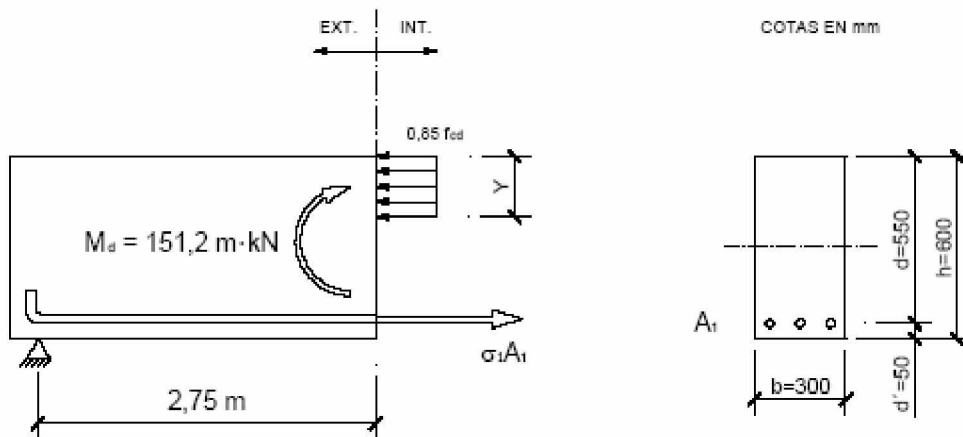


Fig. 37. Esquema de cálculo de la sección

#### ECUACIONES DE EQUILIBRIO

El cálculo de la sección comienza planteando el equilibrio entre la resultante de las acciones exteriores y la respuesta interior de la sección de hormigón armado mediante las ecuaciones de equilibrio estático (equilibrio de momentos  $\Sigma M_{A1}=0$  y equilibrio de fuerzas en dirección axial  $\Sigma F_N=0$ ).

A partir de la ecuación de equilibrio de momentos se obtiene la profundidad del bloque de compresiones del hormigón (fig.43):

$$\sum M_{A_1} = 0 \quad 151,2 \cdot 10^6 - 0,85 \cdot \frac{25}{1,5} \cdot 300 \cdot y \cdot \left( 550 - \frac{y}{2} \right) = 0$$

$$151,2 \cdot 10^6 - 2337500 \cdot y + 2125 \cdot y^2 = 0$$

$$y = \frac{2337500 \pm \sqrt{(-2337500)^2 - 4 \cdot 2125 \cdot 151,2 \cdot 10^6}}{2 \cdot 2125}$$

$$y = \frac{2337500 \pm 2044188,4}{2 \cdot 2125} \Rightarrow \begin{cases} y_1 = 69,0 \text{ mm} \\ y_2 = 1030,9 \text{ mm} \end{cases}$$

La segunda solución obtenida a partir de la ecuación de equilibrio de momentos no tiene sentido en flexión simple por quedar fuera de la sección, por ello se adopta como solución:

$$y = 69,0 \text{ mm}$$

Y analizando el equilibrio de fuerzas en dirección axial se obtiene la fuerza desarrollada por la armadura de tracción (fig.43):

$$\sum F_N = 0 \quad \sigma_1 \cdot A_1 - 0,85 \cdot \frac{25}{1,5} \cdot 300 \cdot 69,0 = 0 \quad \Rightarrow \quad \sigma_1 \cdot A_1 = 293292,5 \text{ N}$$

$$\sigma_1 \cdot A_1 = 293,3 \text{ kN}$$

## POSICION DE LA FIBRA NEUTRA

El siguiente paso consiste en determinar la posición de la fibra neutra. Para ello, se utiliza la relación existente entre la profundidad del bloque de compresiones rectangular ( $y$ ) y la profundidad del diagrama parábola rectángulo real ( $x$ ), ya que la fibra neutra se encuentra en el inicio del diagrama parábola rectángulo (fig.38)

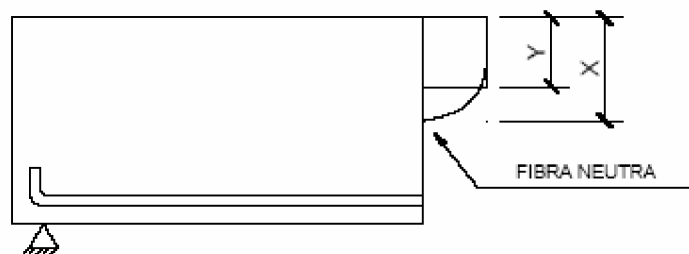


Fig.38 Posición de la fibra neutra

$$y = 0,8 \cdot x \quad \Rightarrow \quad x = \frac{y}{0,8} = \frac{69,0}{0,8} = 86,3 \text{ mm}$$

$$x = 86,3 \text{ mm}$$

### DETERMINACION DEL DOMINIO DE DEFORMACIÓN

Conocida la posición de la fibra neutra puede determinarse fácilmente el dominio en el que se encuentra trabajando la sección por medio del diagrama de pivotes (fig.39)

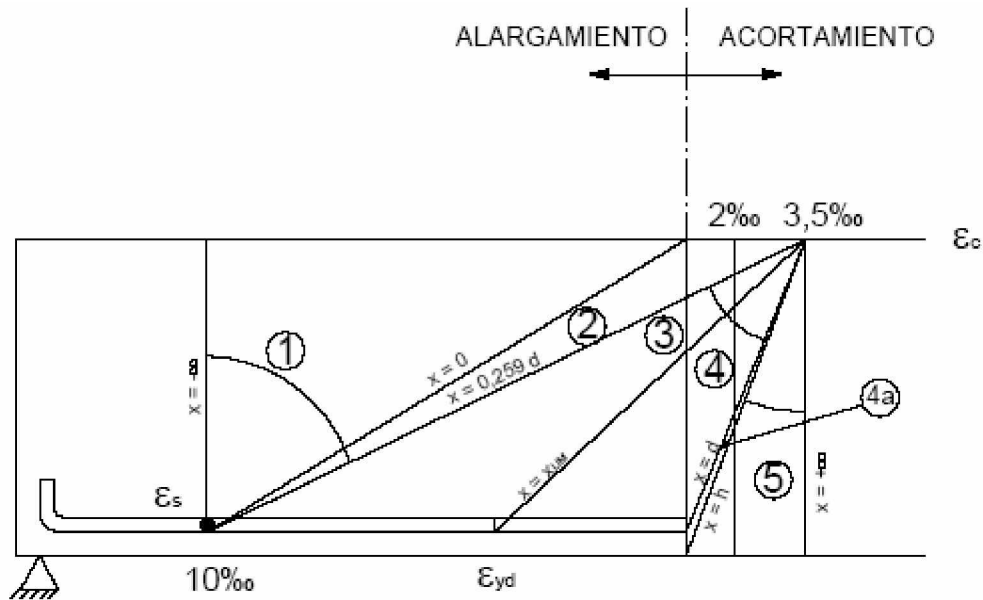


Fig.39 Dominios de deformación

La frontera entre los dominios 2 y 3 viene dada por la profundidad de la fibra neutra

$$x = 0,259 \cdot d \quad \Rightarrow \quad x = 0,259 \cdot 550 = 142,4 \text{ mm}$$

En este caso, por tanto, se cumple que:

$$0 < x < 0,259 \cdot d \quad \Rightarrow \quad 0 < 86,3 < 142,4$$

La profundidad de la fibra neutra se encuentra comprendida entre las fronteras del dominio 2, por ello, la sección se encuentra trabajando en **DOMINIO 2**, que tiene por pivote al punto que representa el máximo alargamiento de la armadura de tracción  $\varepsilon_s = 10\text{‰}$

### CALCULO DE DEFORMACIONES Y TENSIONES

Una vez determinado el dominio de deformación y el pivote a utilizar, se calculan las deformaciones desconocidas (en este caso el acortamiento del hormigón  $\varepsilon_c$ ) interpolando en la fig.40

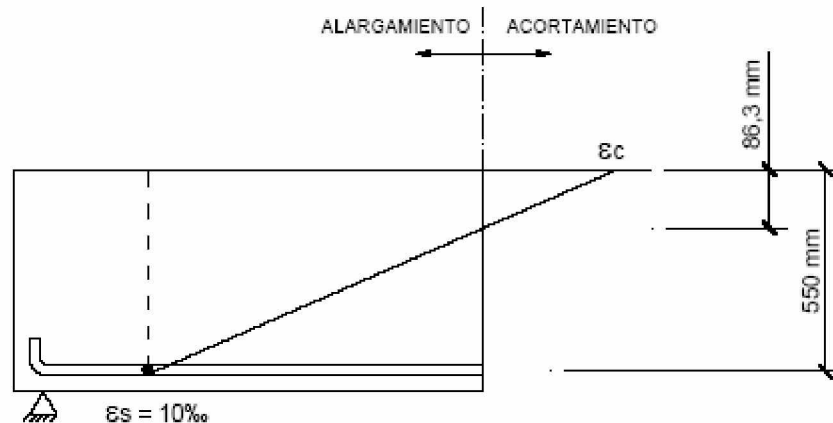


Fig.40. Cálculo de deformaciones

$$\frac{\varepsilon_c + 10}{550} = \frac{\varepsilon_c}{86,3}$$

$$86,3 \cdot (\varepsilon_c + 10) = 550 \cdot \varepsilon_c \Rightarrow 86,3 \cdot \varepsilon_c + 863 = 550 \cdot \varepsilon_c \Rightarrow 863 = (550 - 86,3) \cdot \varepsilon_c$$

$$\varepsilon_c = \frac{863}{550 - 86,3} = 1,9\text{‰}$$

Por tanto, las deformaciones en ambos materiales son:

Acero :  $\varepsilon_s = 10\text{‰}$

Hormigón :  $\varepsilon_c = 1,9\text{‰}$



Finalizado el cálculo de deformaciones, pueden obtenerse (mediante los diagramas tensión-deformación) las tensiones a las que se encuentran trabajando ambos materiales (fig.41)

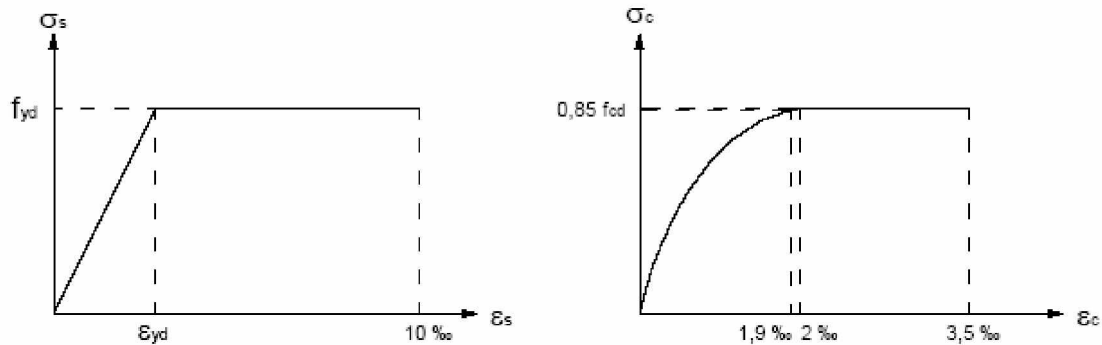


Fig.41 Diagramas tensión-deformación

A la vista de estos diagramas se comprueba que el acero se encuentra trabajando a su máxima tensión ( $\sigma_1 = f_{yd}$ ), mientras que el hormigón está desaprovechado, trabajando a una tensión inferior a la máxima que es capaz de desarrollar.

$$\sigma_1 = f_{yd} = \frac{400}{1,15} \text{ N/mm}^2$$

### CALCULO DE LA SECCION DE LA ARMADURA

Finalmente, tras determinar la tensión en la armadura de acero, se determina la sección de acero necesaria a partir del resultado obtenido en la ecuación de equilibrio en dirección axial

$$\sigma_1 \cdot A_1 = 293,3 \cdot 10^3 \text{ N}$$

$$A_1 = \frac{293,3 \cdot 10^3}{\sigma_1} \Rightarrow A_1 = \frac{293,3 \cdot 10^3}{\frac{400}{1,15}} = 843,2 \text{ mm}^2$$

RESULTADO:

$$\sigma_1 \cdot A_1 = 293,3 \text{ kN} \Rightarrow A_1 = 843,2 \text{ mm}^2$$

$$\sigma_2 \cdot A_2 = 0 \text{ kN} \Rightarrow A_2 = 0 \text{ mm}^2$$

Concluido el cálculo de la sección de la armadura, es preciso hacer una reflexión acerca de lo que ocurre con las secciones que trabajan en dominio 2.

El dominio 2 se caracteriza porque el hormigón no llega a alcanzar el máximo acortamiento posible  $\epsilon_c = 3,5\text{‰}$ , por lo cual no trabaja a pleno rendimiento. Cuando la deformación del hormigón es  $\epsilon_c < 2\text{‰}$ , además de no trabajar a pleno rendimiento tampoco desarrollará la máxima tensión que es capaz de proporcionar ( $0,85 \cdot f_{cd}$ ).

Pero incluso cuando la deformación del hormigón es  $2\text{‰} < \epsilon_c < 3,5\text{‰}$ , aunque la tensión sí es la máxima ( $0,85 \cdot f_{cd}$ ), el nivel de aprovechamiento de la sección es muy reducido debido a la escasa porción de hormigón que colabora por ser muy pequeña la profundidad de la fibra neutra (fig.42).

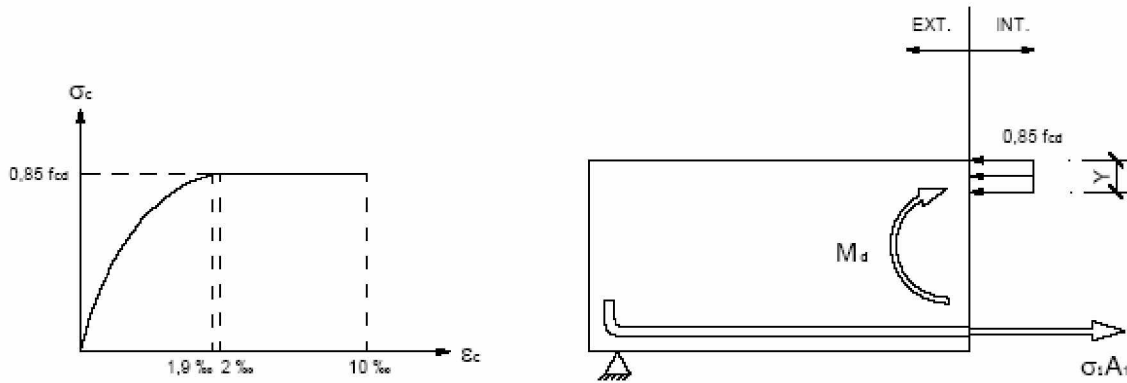


Fig.42 Inconvenientes del dominio 2

La conclusión es que las secciones que trabajan en dominio 2 se encuentran sobredimensionadas y sería recomendable reducir el tamaño de las mismas para lograr que trabajen en dominio 3 (que es el dominio en el que se produce el máximo aprovechamiento del hormigón y del acero simultáneamente

### 3.2.FLEXION SIMPLE EN DOMINIO 3

Se procede en este segundo caso a resolver la misma viga del caso anterior pero reduciendo su sección a 300 x 400 (mm x mm) con el fin de comprobar el efecto de la reducción de sección sobre la viga que se encontraba sobredimensionada. En la fig.43 se representa el esquema de cálculo de la sección.

Al igual que en el caso anterior, solamente se dispone armadura de tracción.

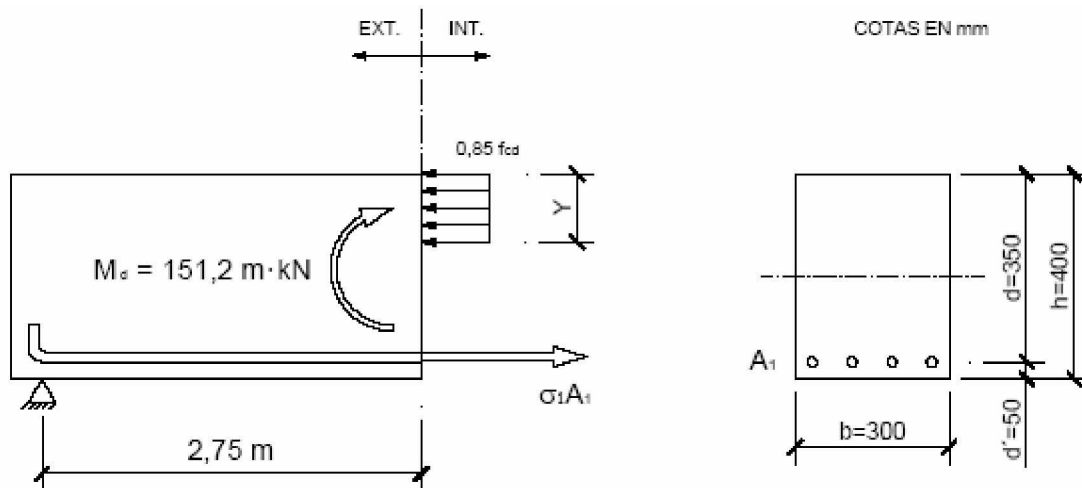


Fig. 43 Esquema de cálculo de la sección

### ECUACIONES DE EQUILIBRIO

El cálculo de la sección comienza planteando el equilibrio entre la resultante de las acciones exteriores y la respuesta interior de la sección de hormigón armado mediante las ecuaciones de equilibrio estático (equilibrio de momentos  $\Sigma M_{A_1}=0$  y equilibrio de fuerzas en dirección axial  $\Sigma F_N=0$ ).

A partir de la ecuación de equilibrio de momentos se obtiene la profundidad del bloque de compresiones del hormigón (fig.49):

$$\begin{aligned} \Sigma M_{A_1} = 0 \quad & 151,2 \cdot 10^6 - 0,85 \cdot \frac{25}{1,5} \cdot 300 \cdot y \cdot \left( 350 - \frac{y}{2} \right) = 0 \\ & 151,2 \cdot 10^6 - 1487500 \cdot y + 2125 \cdot y^2 = 0 \end{aligned}$$

$$y = \frac{1487500 \pm \sqrt{(-1487500)^2 - 4 \cdot 2125 \cdot 151,2 \cdot 10^6}}{2 \cdot 2125}$$

$$y = \frac{1487500 \pm 963045,3}{2 \cdot 2125} \Rightarrow \begin{cases} y_1 = 123,4 \text{ mm} \\ y_2 = 576,6 \text{ mm} \end{cases}$$

La segunda solución obtenida a partir de la ecuación de equilibrio de momentos no tiene sentido en flexión simple por quedar fuera de la sección, por ello se adopta como solución:

$$y = 123,4 \text{ mm}$$

Y analizando el equilibrio de fuerzas en dirección axial se obtiene la fuerza desarrollada por la armadura de tracción (fig.43):

$$\sum F_N = 0 \quad \sigma_1 \cdot A_1 - 0,85 \cdot \frac{25}{1,5} \cdot 300 \cdot 123,4 = 0 \quad \Rightarrow \quad \sigma_1 \cdot A_1 = 524450 \text{ N}$$

$$\sigma_1 \cdot A_1 = 524,4 \text{ kN}$$

## POSICION DE LA FIBRA NEUTRA

El siguiente paso consiste en determinar la posición de la fibra neutra. Para ello, se utiliza la relación existente entre la profundidad del bloque de compresiones rectangular ( $y$ ) y la profundidad del diagrama parábola rectángulo real ( $x$ ), ya que la fibra neutra se encuentra en el inicio del diagrama parábola rectángulo (fig.50)

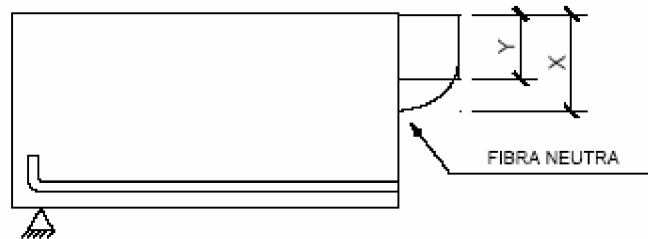


Fig.50 Posición de la fibra neutra

$$y = 0,8 \cdot x \quad \Rightarrow \quad x = \frac{y}{0,8} = \frac{123,4}{0,8} = 154,2 \text{ mm}$$

$$x = 154,2 \text{ mm}$$

## DETERMINACION DEL DOMINIO DE DEFORMACIÓN

Conocida la posición de la fibra neutra puede determinarse fácilmente el dominio en el que se encuentra trabajando la sección por medio del diagrama de pivotes (fig.51)

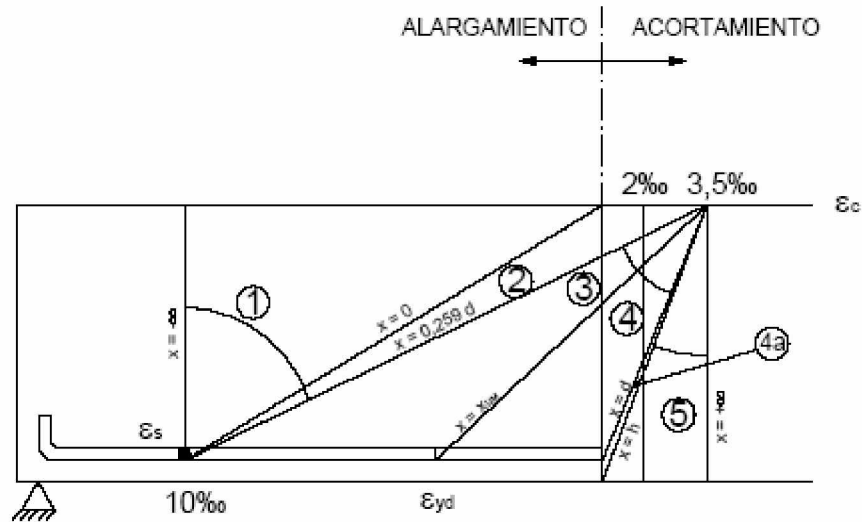


Fig.51. Dominios de deformación

La frontera entre los dominios 2 y 3 viene dada por la profundidad de la fibra neutra

$$x = 0,259 \cdot d \quad \Rightarrow \quad x = 0,259 \cdot 350 = 90,6 \text{ mm}$$

Por su parte, la frontera entre los dominios 3 y 4 viene dada por la profundidad límite  $x = x_{lim}$  que puede calcularse a partir de la fig. 52

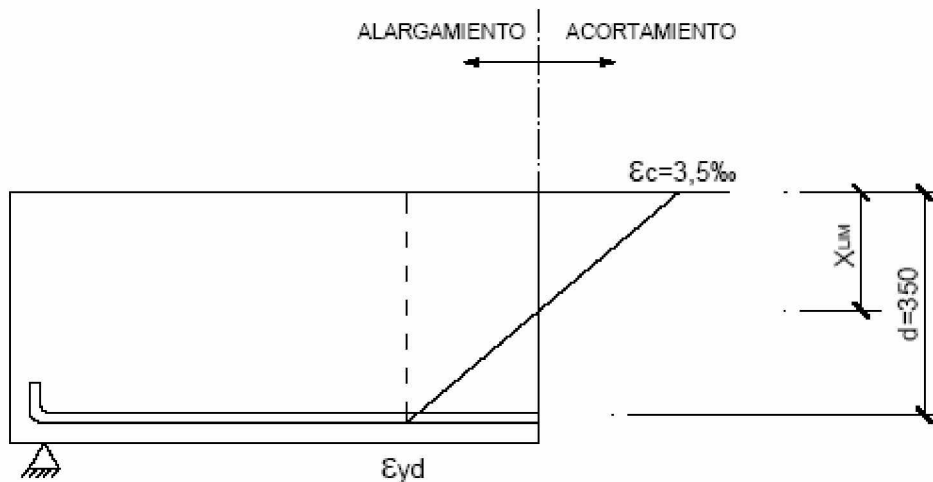


Fig.52 Cálculo de  $x_{lim}$

$$\varepsilon_{yd} = \frac{f_{yd}}{E} = \frac{400}{2 \cdot 10^5} = 1,74 \cdot 10^{-3} \Rightarrow \varepsilon_{yd} = 1,74 \text{ ‰}$$

$$\frac{3,5 + 1,74}{350} = \frac{3,5}{x_{lim}} \Rightarrow x_{lim} = \frac{3,5 \cdot 350}{3,5 + 1,74} = 233,8 \text{ mm}$$

$x_{lim} = 233,8 \text{ mm}$

En este caso, por tanto, se cumple que:

$$0,259 \cdot d < x < x_{lim} \Rightarrow 90,6 < 154,2 < 233,8$$

La profundidad de la fibra neutra se encuentra comprendida dentro de las fronteras del dominio 3, por ello, la sección se encuentra trabajando en **DOMINIO 3**, que tiene por pivote al punto que representa el máximo acortamiento del hormigón  $\varepsilon_c = 3,5\text{‰}$ .

### CALCULO DE DEFORMACIONES Y TENSIONES

Una vez determinado el dominio de deformación y el pivote a utilizar, se calculan las deformaciones desconocidas (en este caso el alargamiento en la armadura de tracción  $\varepsilon_s$ ) interpolando en la fig.53

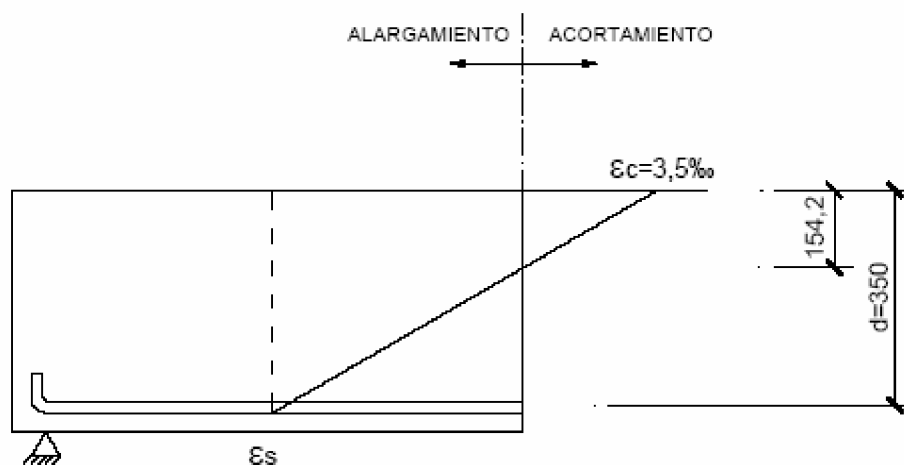


Fig.53. Cálculo de deformaciones

$$154,2 \cdot (3,5 + \varepsilon_s) = 350 \cdot 3,5 \quad \Rightarrow \quad 154,2 \cdot 3,5 + 154,2 \cdot \varepsilon_s = 350 \cdot 3,5 \quad \Rightarrow$$

$$\varepsilon_s = \frac{3,5 \cdot (350 - 154,2)}{154,2} = 4,4\text{‰}$$

Por tanto, las deformaciones en ambos materiales son:

**Acero:**     $\varepsilon_s = 4,4\text{‰}$                       **Hormigón:**     $\varepsilon_c = 3,5\text{‰}$

Finalizado el cálculo de deformaciones, pueden obtenerse (mediante los diagramas tensión-deformación) las tensiones a las que se encuentran trabajando ambos materiales (fig.54)

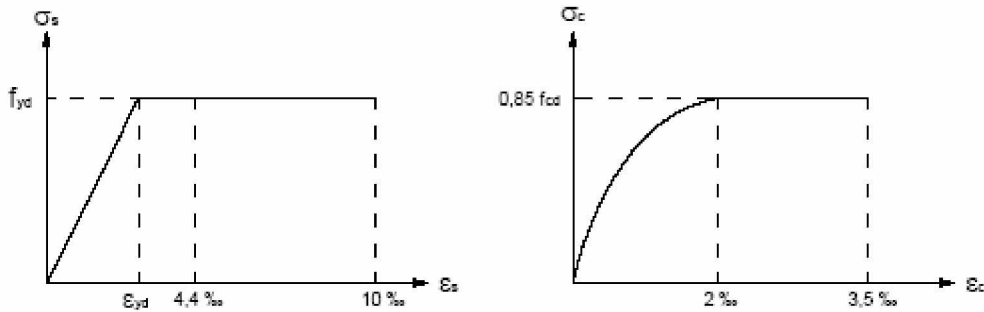


Fig.54 Diagramas tensión-deformación

A la vista de estos diagramas se observa que, tanto el hormigón como el acero, se encuentran trabajando a pleno rendimiento, proporcionando la máxima tensión que son capaces de desarrollar. Por este motivo, en el dominio 3 se logra el máximo aprovechamiento económico de ambos materiales simultáneamente.

$$\sigma_1 = f_{yd} = \frac{400}{1,15} \text{ N/mm}^2$$

### CALCULO DE LA SECCION DE LA ARMADURA

Finalmente, tras determinar la tensión en la armadura de acero, se obtiene la sección de acero necesaria a partir del resultado obtenido en la ecuación de equilibrio en dirección axial

$$\sigma_1 \cdot A_1 = 524,4 \cdot 10^3 \text{ N}$$

$$A_1 = \frac{524 \cdot 10^3}{\sigma_1} \Rightarrow A_1 = \frac{524,4 \cdot 10^3}{\frac{400}{1,15}} = 1507,8 \text{ mm}^2$$

RESULTADO :

$$\sigma_1 \cdot A_1 = 524,4 \text{ kN} \Rightarrow A_1 = 1507,8 \text{ mm}^2$$

$$\sigma_2 \cdot A_2 = 0 \text{ kN} \Rightarrow A_2 = 0 \text{ mm}^2$$

### 3.3.FLEXION SIMPLE EN DOMINIO 4

Se resuelve en este tercer caso la misma viga que se viene utilizando como ejemplo empleando en esta ocasión una sección tipo viga plana de 550 x260 (mm x mm). En la fig.55 se representa el esquema de cálculo de la sección colocando únicamente armadura de tracción.

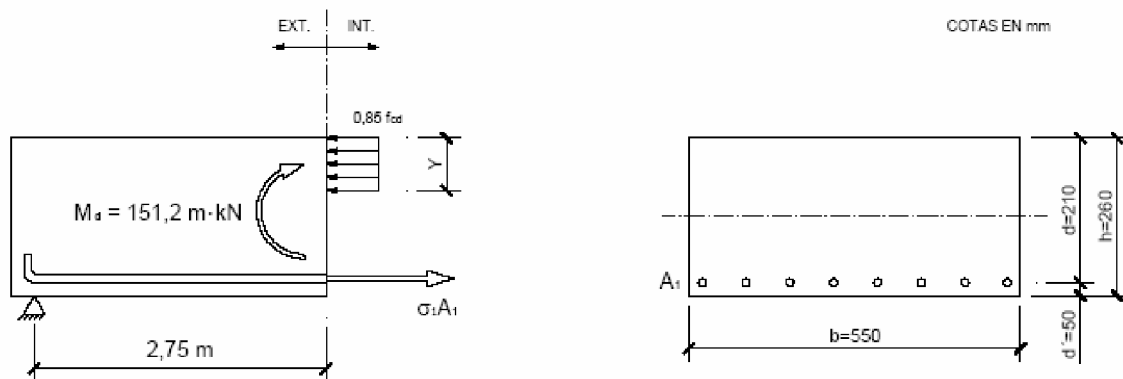


Fig.55 Esquema de cálculo de la sección



## ECUACIONES DE EQUILIBRIO

Se plantea en primer lugar el equilibrio entre la resultante de las acciones exteriores y la respuesta interior de la sección de hormigón armado mediante las ecuaciones de equilibrio estático (equilibrio de momentos  $\Sigma M_{A1}=0$  y equilibrio de fuerzas en dirección axial  $\Sigma F_N=0$ ). A partir de la ecuación de equilibrio de momentos se obtiene la profundidad del bloque de compresiones del hormigón (fig.55):

$$\begin{aligned}\Sigma M_{A_1} = 0 \quad & 151,2 \cdot 10^6 - 0,85 \cdot \frac{25}{1,5} \cdot 550 \cdot y \cdot \left( 210 - \frac{y}{2} \right) = 0 \\ & 151,2 \cdot 10^6 - 1636250 \cdot y + 3895,8 \cdot y^2 = 0 \\ y = & \frac{1636250 \pm \sqrt{(-1636250)^2 - 4 \cdot 3895,8 \cdot 151,2 \cdot 10^6}}{2 \cdot 3895,8} \\ y = & \frac{1636250 \pm 566671}{2 \cdot 3895,8} \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} y_1 = 137,3 \text{ mm} \\ y_2 = 282,7 \text{ mm} \end{cases}\end{aligned}$$

La segunda solución obtenida a partir de la ecuación de equilibrio de momentos no tiene sentido en flexión simple por quedar fuera de la sección, por ello se adopta como solución:

$$y = 137,3 \text{ mm}$$

Y analizando el equilibrio de fuerzas en dirección axial se obtiene la fuerza desarrollada por la armadura de tracción (fig.49):

$$\Sigma F_N = 0 \quad \sigma_1 \cdot A_1 - 0,85 \cdot \frac{25}{1,5} \cdot 550 \cdot 137,3 = 0 \quad \Rightarrow \quad \sigma_1 \cdot A_1 = 1069562,1 \text{ N}$$

$$\sigma_1 \cdot A_1 = 1069,6 \text{ kN}$$

## POSICION DE LA FIBRA NEUTRA

El siguiente paso consiste en determinar la posición de la fibra neutra. Para ello, se utiliza la relación existente entre la profundidad del bloque de compresiones rectangular ( $y$ ) y la profundidad del diagrama parábola rectángulo real ( $x$ ), ya que la fibra neutra se encuentra en el inicio del diagrama parábola rectángulo (fig.56)

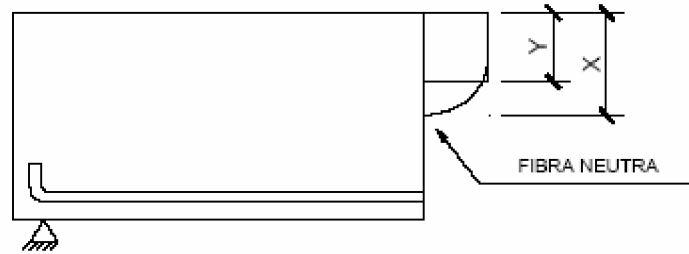


Fig.56 Posición de la fibra neutra

$$y = 0,8 \cdot x \quad \Rightarrow \quad x = \frac{y}{0,8} = \frac{137,3}{0,8} = 171,6 \text{ mm}$$

$$x = 171,6 \text{ mm}$$

### DETERMINACION DEL DOMINIO DE DEFORMACIÓN

Conocida la posición de la fibra neutra puede determinarse fácilmente el dominio en el que se encuentra trabajando la sección por medio del diagrama pivotes (fig.57)

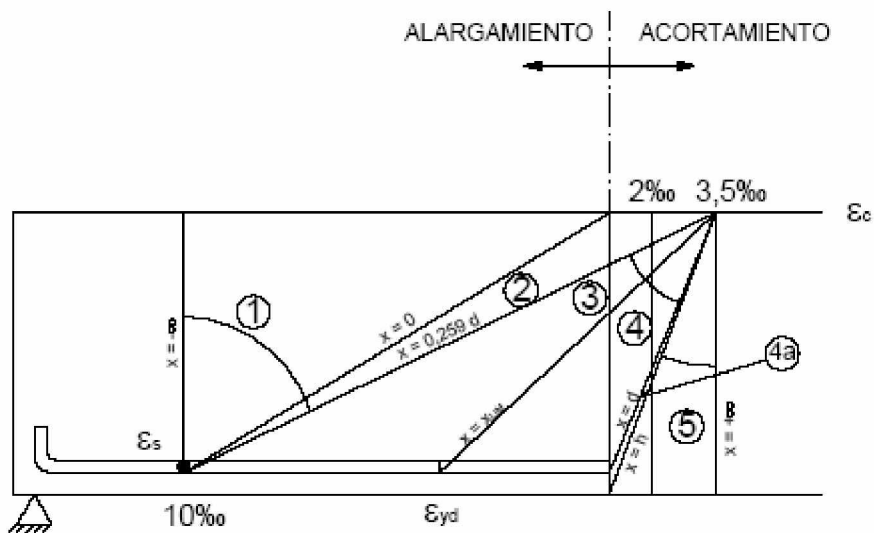


Fig.57 Dominios de deformación

La frontera entre los dominios 2 y 3 viene dada por la profundidad de la fibra neutra

$$x = 0,259 \cdot d \quad \Rightarrow \quad x = 0,259 \cdot 210 = 54,4 \text{ mm}$$

Por su parte, la frontera entre los dominios 3 y 4 viene dada por la profundidad límite  $x = x_{lim}$  que puede calcularse a partir de la fig. 58

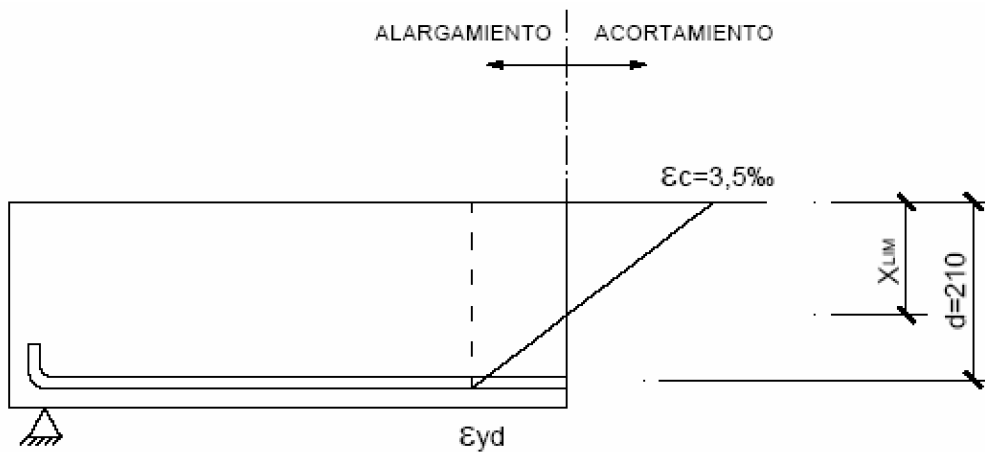


Fig.58 Cálculo de  $x_{lim}$

$$\varepsilon_{yd} = \frac{f_{yd}}{E} = \frac{400}{2 \cdot 10^5} = 1,74 \cdot 10^{-3} \quad \Rightarrow \quad \varepsilon_{yd} = 1,74 \text{ ‰}$$

$$\frac{3,5 + 1,74}{210} = \frac{3,5}{x_{lim}} \quad \Rightarrow \quad x_{lim} = \frac{3,5 \cdot 210}{3,5 + 1,74} = 140,3 \text{ mm}$$

$$x_{lim} = 140,3 \text{ mm}$$

En este caso, por tanto, se cumple que:

$$x_{lim} < x < d \quad \Rightarrow \quad 140,3 < 171,6 < 210$$

La profundidad de la fibra neutra se encuentra comprendida dentro de las fronteras del dominio 4, por ello, la sección se encuentra trabajando en **DOMINIO 4**, que tiene por pivote al punto que representa el máximo acortamiento del hormigón  $\varepsilon_c = 3,5\text{‰}$ .

## CALCULO DE DEFORMACIONES Y TENSIONES

Una vez determinado el dominio de deformación y el pivote a utilizar, se calculan las deformaciones desconocidas (en este caso el alargamiento en la armadura de tracción  $\varepsilon_s$ ) interpolando en la fig.59

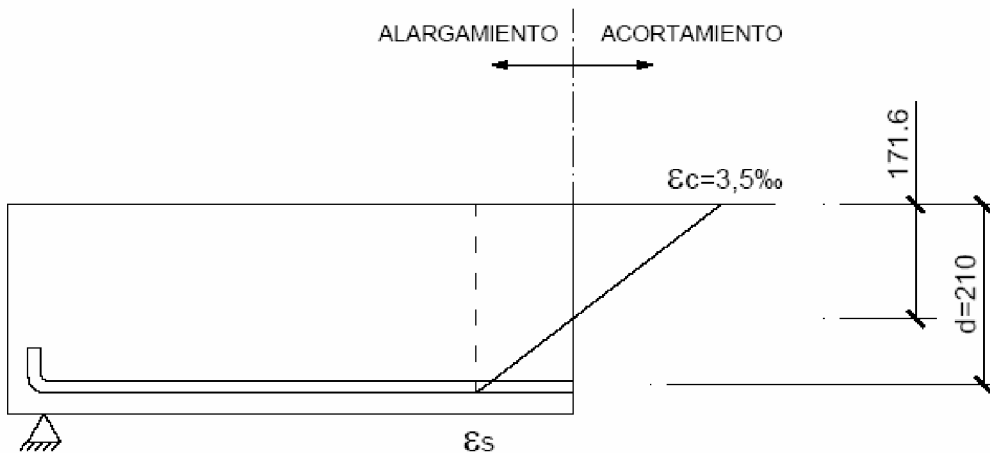


Fig.59 Cálculo de deformaciones

$$\frac{3,5 + \varepsilon_s}{210} = \frac{3,5}{171,6}$$

$$171,6 \cdot (3,5 + \varepsilon_s) = 210 \cdot 3,5 \quad \Rightarrow \quad 171,6 \cdot 3,5 + 171,6 \cdot \varepsilon_s = 210 \cdot 3,5 \quad \Rightarrow$$

$$\varepsilon_s = \frac{3,5 \cdot (210 - 171,6)}{171,6} = 0,8‰$$

Por tanto, las deformaciones en ambos materiales son:

Acero: $\varepsilon_s = 0,8‰$	Hormigón: $\varepsilon_c = 3,5‰$
-------------------------------	----------------------------------

Finalizado el cálculo de deformaciones, pueden obtenerse (mediante los diagramas tensión-deformación) las tensiones a las que se encuentran trabajando ambos materiales (fig.60)

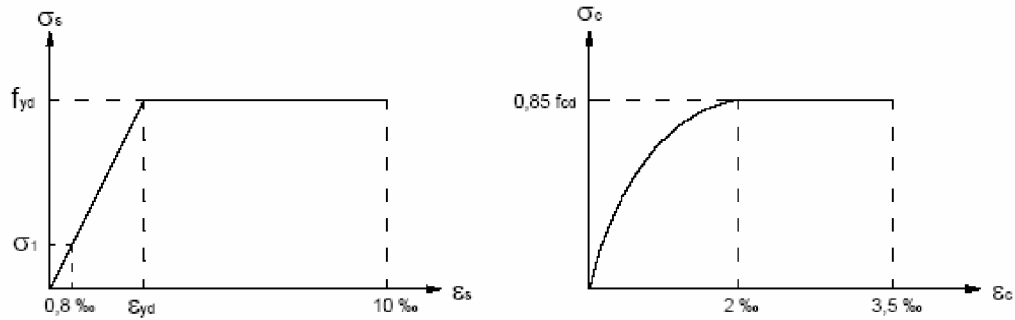


Fig.60 Diagramas tensión-deformación

A la vista de estos diagramas se observa que el acero se encuentra desaprovechado ya que al ser su alargamiento menor que el límite elástico la tensión que proporciona es inferior a la máxima que es capaz de desarrollar

$$\frac{\frac{400}{1,15}}{1,74} = \frac{\sigma_1}{0,8} \quad \Rightarrow \quad \sigma_1 = \frac{\frac{400}{1,15} \cdot 0,8}{1,74} = 155,9$$

$$\sigma_1 = 155,9 \text{ N/mm}^2$$

### CALCULO DE LA SECCION DE LA ARMADURA

Finalmente, tras determinar la tensión en la armadura de acero, se obtiene la sección de acero necesaria a partir del resultado de la ecuación de equilibrio en dirección axial

$$\sigma_1 \cdot A_1 = 1069,3 \cdot 10^3 \text{ N}$$

$$A_1 = \frac{1069,3 \cdot 10^3}{\sigma_1} \quad \Rightarrow \quad A_1 = \frac{1069,3 \cdot 10^3}{155,9} = 6859,8 \text{ mm}^2$$

RESULTADO :

$$\sigma_1 \cdot A_1 = 1069,3 \text{ kN} \quad \Rightarrow \quad A_1 = 6859,8 \text{ mm}^2$$

$$\sigma_2 \cdot A_2 = 0 \text{ kN} \quad \Rightarrow \quad A_2 = 0 \text{ mm}^2$$

La sección obtenida en la armadura de tracción resulta excesiva para el tamaño de la sección, ya que equivale a **22 Ø 20** que evidentemente no caben en los 550 mm de la sección. El origen de este problemático resultado se encuentra en el hecho de que al trabajar en dominio 4 el acero no proporciona toda la tensión que es capaz de desarrollar, por lo cual, para conseguir la misma fuerza en la armadura de tracción es preciso sobredimensionar dicha armadura con la consiguiente pérdida de rendimiento. Se desprende como conclusión en flexión simple no debería permitirse a la sección trabajar en dominio 4.

La solución al problema está en incorporar a la sección una armadura de compresión que ayude al hormigón a resistir los esfuerzos y obligue a la sección a trabajar en dominio 3, en el cual se logra el máximo aprovechamiento tanto del hormigón como del acero.

### 3.4.FLEXION SIMPLE CON ARMADURA DE COMPRESIÓN

La introducción de una armadura de compresión en el cálculo tiene por objetivo colaborar con el hormigón para lograr que éste se mantenga en dominio 3.

Se explica en primer lugar el funcionamiento de la armadura de compresión. Existe una relación directa entre el valor del momento flector y su correspondiente profundidad de la fibra neutra. Asimismo, a medida que se incrementa el momento flector aumenta la profundidad de la fibra neutra. Así pues, una misma sección con poco momento flector estará en dominio 2, con más momento flector cambiará a dominio 3 y si sigue aumentando el momento, llegará un punto en que entrará en dominio 4. Ese punto en el que la sección entra en dominio 4 es precisamente la profundidad límite  $x = x_{lim}$  (fig.61)

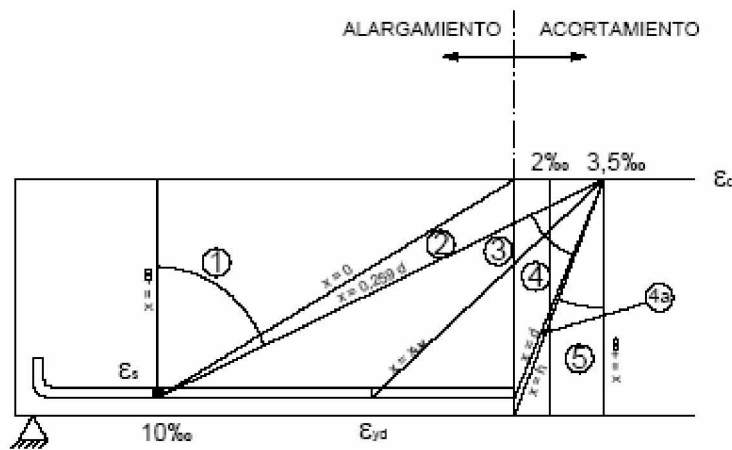


Fig.61 Dominios de deformación

Pues bien, se define el concepto de **momento límite ( $M_{lim}$ )**, como aquel valor de momento flector que hace que la profundidad de la fibra neutra sea precisamente  $x = x_{lim}$ . El valor del momento límite se obtiene fácilmente planteando el equilibrio de momentos en la fig.62, en la que se ha representado un bloque de compresiones del hormigón rectangular cuya profundidad  $y = y_{lim}$  corresponde a la profundidad de la fibra neutra  $x = x_{lim}$

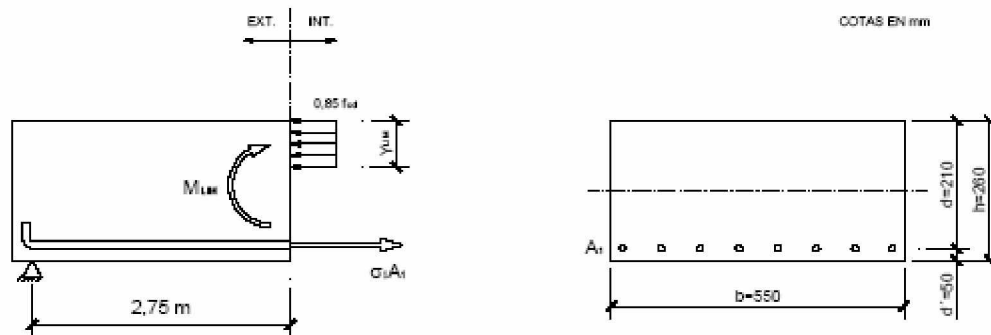


Fig.62 Cálculo del momento límite

Según los cálculos realizados a partir de la fig.58, la profundidad límite de la sección que se está estudiando es  $x_{lim} = 140,3$  mm. Por tanto la profundidad del bloque rectangular de compresiones que corresponde a la profundidad límite será:

$$y_{lim} = 0,8 \cdot x_{lim} \quad \Rightarrow \quad y_{lim} = 0,8 \cdot 140,3 = 112,2 \text{ mm}$$

y aplicando la ecuación de equilibrio de momentos queda:

$$\sum M_{A_t} = 0 \quad M_{lim} - 0,85 \cdot \frac{25}{1,5} \cdot 550 \cdot y_{lim} \cdot \left( 210 - \frac{y_{lim}}{2} \right) = 0 \quad \Rightarrow$$

$$M_{lim} - 0,85 \cdot \frac{25}{1,5} \cdot 550 \cdot 112,2 \cdot \left( 210 - \frac{112,2}{2} \right) = 0$$

$$M_{lim} = 134,6 \text{ m} \cdot \text{kN}$$

Planteado el concepto de momento límite, hay que asumir el hecho de que el máximo momento flector que es capaz de equilibrar el hormigón sin salirse del dominio 3 es el momento límite. Por ello, cuando el momento exterior es superior al límite, si se quiere que la sección permanezca en dominio 3, quedará un exceso

de momento sobre el límite ( $M_d - M_{lim}$ ) sin equilibrar, y la única manera de hacerlo es encargándole esa misión a la armadura de compresión (fig.63)

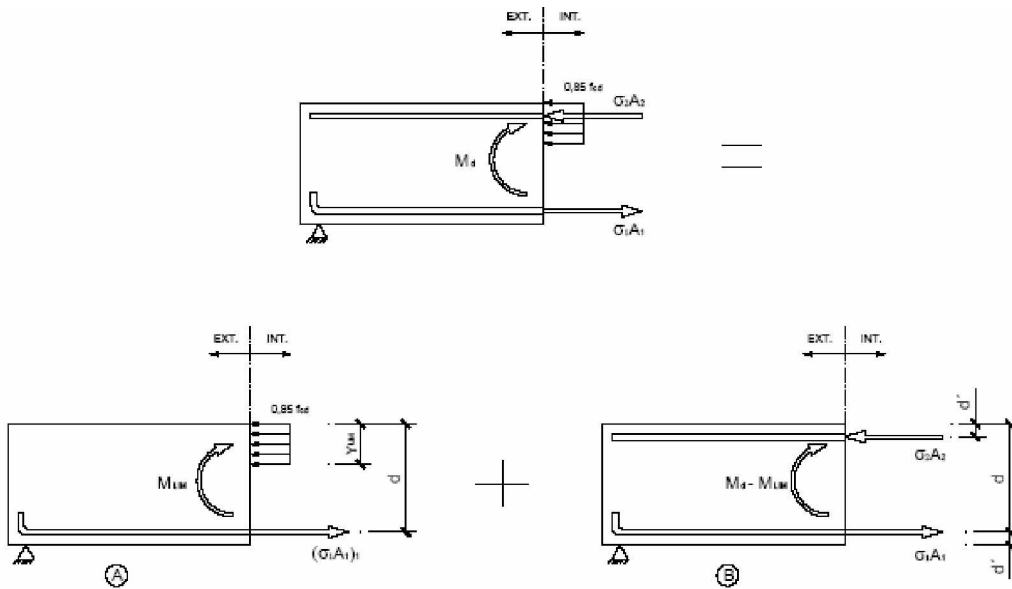


Fig.63 Misión de la armadura de compresión

Dicho de otro modo, cuando el momento exterior es superior al momento límite, el hormigón y la armadura de compresión se reparten el trabajo, de tal forma que el hormigón se encarga de absorber hasta el momento límite y la armadura de compresión se encarga de absorber el resto.

$$M_d > M_{lim} \Rightarrow \text{ARMADURA DE COMPRESION}$$

Aplicando la ecuación de equilibrio de momentos al esquema B de la fig.63 se obtiene el valor de la fuerza global que debe desarrollar la armadura de compresión:

$$\sum M_{A_1} = 0 \quad (M_d - M_{lim}) - \sigma_2 \cdot A_2 \cdot (d - d') = 0 \quad \Rightarrow$$

$$\sigma_2 \cdot A_2 = \frac{M_d - M_{lim}}{d - d'}$$

En el cálculo de la sección abordada en el apartado 3.3 el momento exterior mayorado era  $M_d = 151,2 \text{ m}\cdot\text{kN}$ , siendo su momento límite el obtenido a partir de la fig.63 que ha resultado ser  $M_{lim} = 134,6 \text{ m}\cdot\text{kN}$ , por tanto



$$151,2 > 134,6 \Rightarrow M_d > M_{lim} \Rightarrow \text{Necesita Armadura de Compresión}$$

Y el valor de la fuerza desarrollada por dicha armadura de compresión tendrá que ser al menos

$$\sigma_2 \cdot A_2 = \frac{M_d - M_{lim}}{d - d'} = \frac{151,2 \cdot 10^6 - 134,6 \cdot 10^6}{210 - 50} = 107419,3 \text{ N}$$

$$\sigma_2 \cdot A_2 = 107,4 \text{ kN}$$

Conocida la fuerza que debe desarrollar la armadura de compresión se elabora un nuevo esquema de cálculo que incluya esta fuerza de compresión (fig.64).

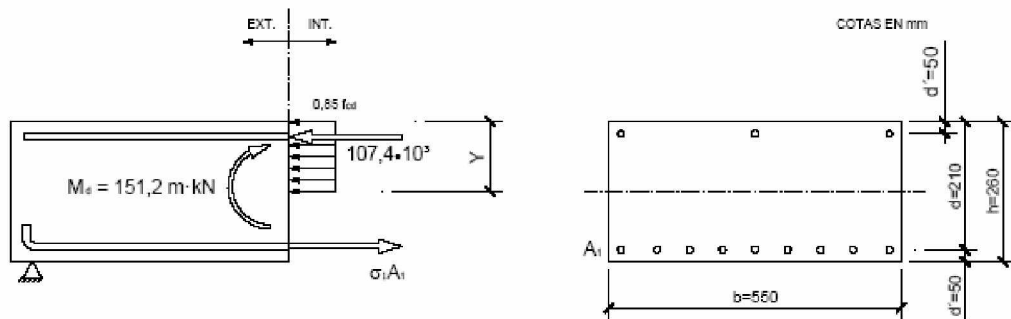


Fig.64 Esquema de cálculo con armadura de compresión

### ECUACIONES DE EQUILIBRIO

A partir de la ecuación de equilibrio de momentos se obtiene la profundidad del bloque de compresiones del hormigón:

$$\sum M_{A_1} = 0 \quad 151,2 \cdot 10^6 - 107,4 \cdot 10^3 \cdot (210 - 50) - 0,85 \cdot \frac{25}{1,5} \cdot 550 \cdot y \cdot \left(210 - \frac{y}{2}\right) = 0$$

$$134,6 \cdot 10^6 - 1636250 \cdot y + 3895,8 \cdot y^2 = 0$$

$$y = \frac{1636250 \pm \sqrt{(-1636250)^2 - 4 \cdot 3895,8 \cdot 134,6 \cdot 10^6}}{2 \cdot 3895,8}$$

$$y = \frac{1636250 \pm 761456,1}{2 \cdot 3895,8} \Rightarrow \begin{cases} y_1 = 112,2 \text{ mm} \\ y_2 = 307,7 \text{ mm} \end{cases}$$

La segunda solución obtenida a partir de la ecuación de equilibrio de momentos no tiene sentido en flexión simple por quedar fuera de la sección, por ello se adopta como solución:

$$y = 112,2 \text{ mm} = y_{lim}$$

El hecho de que la profundidad del bloque de compresiones rectangular sea  $y_{lim}$  es algo que podía esperarse como evidente, y confirma el planteamiento realizado en párrafos anteriores de este apartado.

Analizando ahora el equilibrio de fuerzas en dirección axial  $\sum F_N = 0$  se obtiene la fuerza desarrollada por la armadura de tracción:

$$\sigma_1 \cdot A_1 - 0,85 \cdot \frac{25}{1,5} \cdot 550 \cdot 112,2 - 107,4 \cdot 10^3 = 0 \quad \Rightarrow \quad \sigma_1 \cdot A_1 = 981702,9 \text{ N}$$

$$\sigma_1 \cdot A_1 = 981,7 \text{ kN}$$

### CALCULO DE DEFORMACIONES Y TENSIONES

Al haberse obtenido como profundidad del bloque de compresiones del hormigón  $y_{lim}$  resulta evidente que la profundidad de la fibra neutra es  $x_{lim}$ , por lo cual la sección se encuentra trabajando en la frontera entre los dominios 3 y 4 (fig.65)

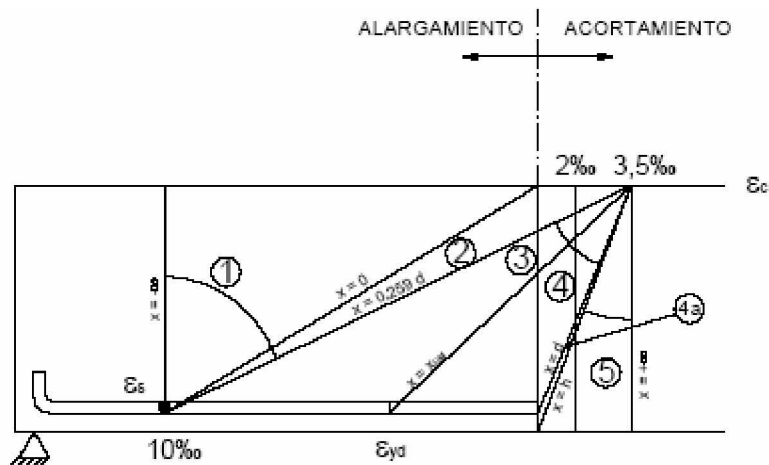


Fig.65 Dominios de deformación

Por tanto, las deformaciones en el hormigón y en la armadura traccionada son:

Armadura de tracción :  $\epsilon_{s1} = \epsilon_{yd} = 1,74 \text{ ‰}$       Hormigón :  $\epsilon_c = 3,5 \text{ ‰}$

Por lo que respecta a la armadura de compresión, su deformación puede determinarse a partir del esquema de la fig.66

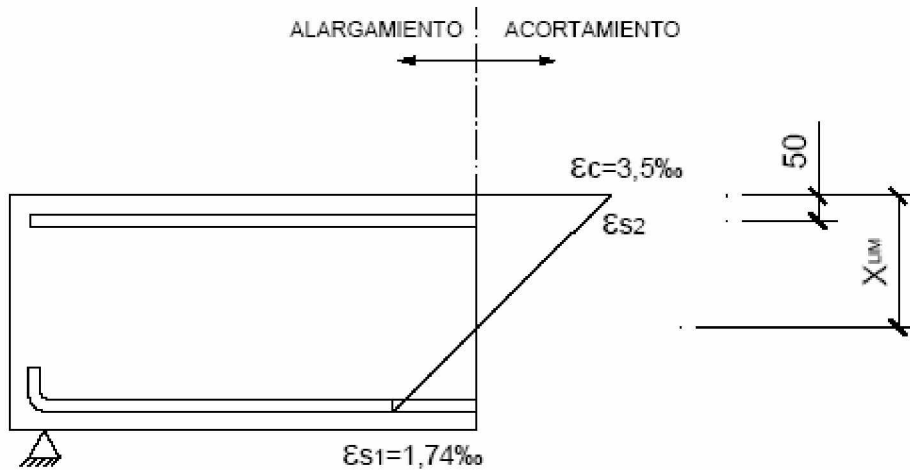


Fig.66 Deformación en la armadura de compresión

$$\frac{3,5}{x_{lim}} = \frac{\epsilon_{s2}}{x_{lim} - 50} \Rightarrow \frac{3,5}{140,3} = \frac{\epsilon_{s2}}{140,3 - 50}$$

$$\epsilon_{s2} = \frac{3,5 \cdot (140,3 - 50)}{140,3} = 2,2$$

Armadura de compresión :  $\epsilon_{s2} = 2,2 \text{ ‰}$

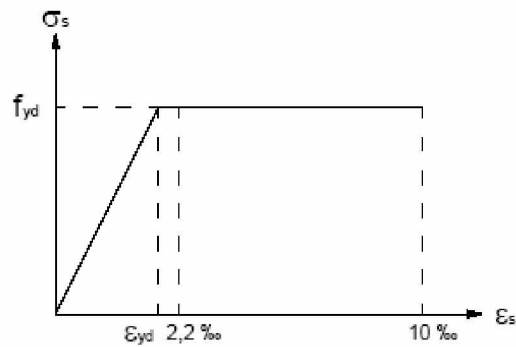


Fig.67 Diagramas tensión-deformación

Con estas deformaciones (de acuerdo con los diagramas tensión –deformación) tanto el hormigón como las dos armaduras se encuentran trabajando a pleno rendimiento, proporcionando la máxima tensión que son capaces de desarrollar (fig.67)

$$\sigma_1 = \sigma_2 = f_{yd} = \frac{400}{1,15} \text{ N/mm}^2$$

### CALCULO DE LA SECCION DE LA ARMADURA

Finalmente, tras determinar la tensión en las armaduras de acero, se obtiene la sección de acero necesaria

$$\sigma_1 \cdot A_1 = 981,7 \cdot 10^3 \text{ N}$$

$$A_1 = \frac{981,7 \cdot 10^3}{\sigma_1} \Rightarrow A_1 = \frac{981,7 \cdot 10^3}{\frac{400}{1,15}} = 2822,3 \text{ mm}^2$$

$$\sigma_2 \cdot A_2 = 107,4 \cdot 10^3 \text{ N}$$

$$A_2 = \frac{107,4 \cdot 10^3}{\sigma_2} \Rightarrow A_2 = \frac{107,4 \cdot 10^3}{\frac{400}{1,15}} = 308,8 \text{ mm}^2$$

**RESULTADO :**

$$\sigma_1 \cdot A_1 = 981,7 \text{ kN} \Rightarrow A_1 = 2822,3 \text{ mm}^2$$

$$\sigma_2 \cdot A_2 = 107,4 \text{ kN} \Rightarrow A_2 = 308,8 \text{ mm}^2$$

Gracias a la colocación de una pequeña armadura de compresión se obtiene un resultado mucho más razonable en la armadura de tracción,  $A_1 = 2822,3 \text{ mm}^2$  que equivale a 9  $\emptyset 20$  en lugar de los 22  $\emptyset 20$  que había que colocar sin armadura de compresión.

## 4. ABACOS PARA FLEXIÓN SIMPLE

Todos los cálculos expuestos anteriormente para flexión simple pueden realizarse rápidamente con ayuda del ábaco de la fig.68, obtenido del libro Hormigón Armado de P. Jiménez Montoya, A. García Meseguer y F. Morán Cabre

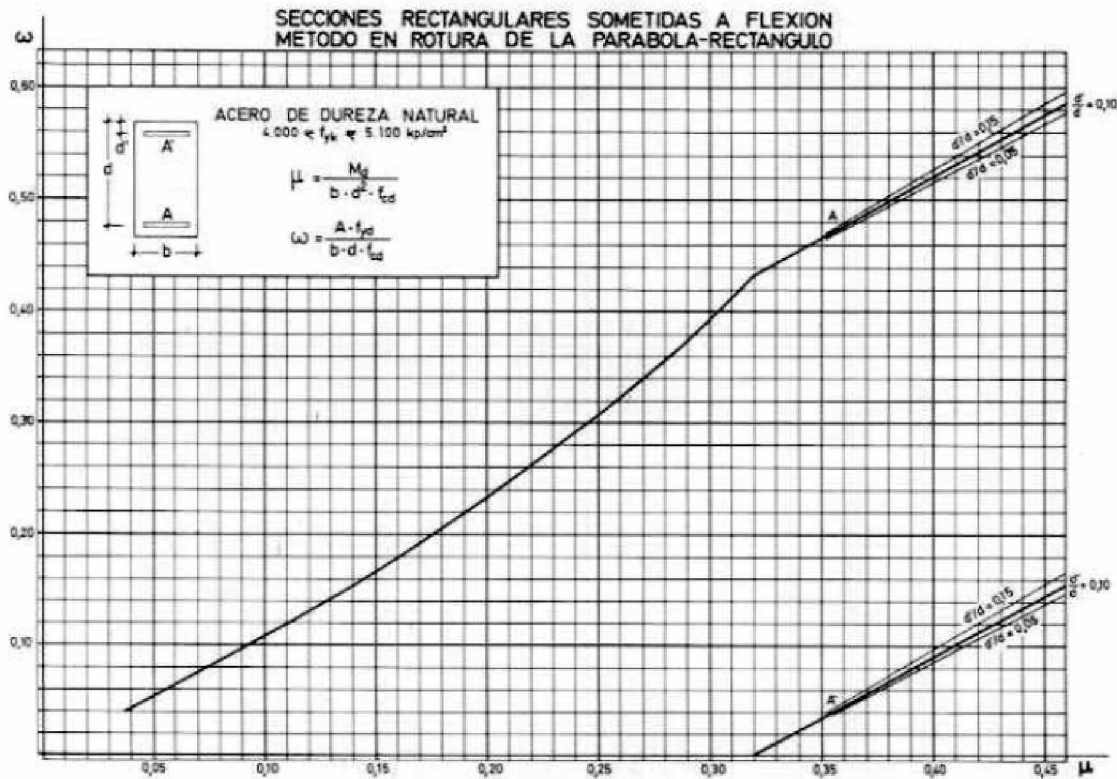


Fig.68 Abaco para flexión simple

La utilización del ábaco es muy sencilla, basta con entrar en el eje de abscisas con el valor del momento reducido  $\mu$  para obtener en ordenadas el área reducida  $\omega$

$$\mu = \frac{M_d}{b \cdot d^2 \cdot f_{cd}} \qquad \omega = \frac{A \cdot f_{yd}}{b \cdot d \cdot f_{cd}}$$

Si sólo se intercepta la curva principal (la correspondiente a A) significa que no es necesario según el cálculo disponer armadura de compresión. Por el contrario, si se interceptan ambas curvas (la de A y la de A') significa que si es necesario colocar armadura de compresión.

Se resuelve a continuación, a modo de ejemplo, la sección calculada en el apartado 3.2 (fig.69)

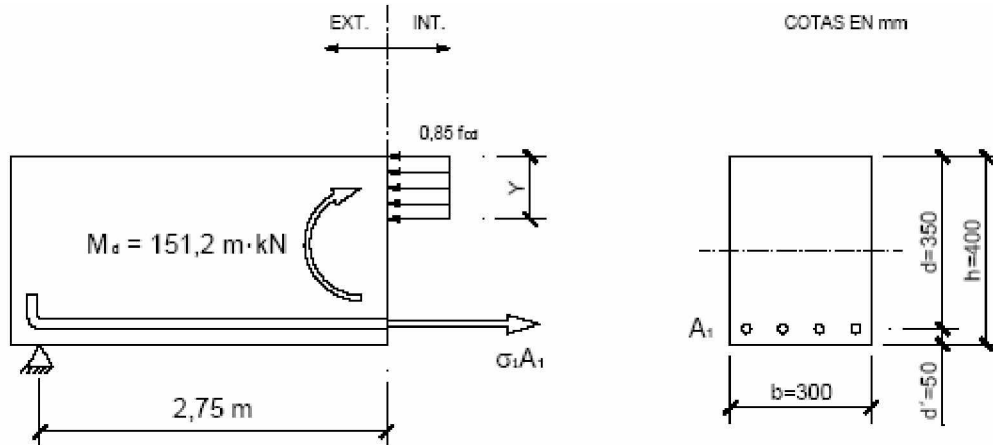


Fig.69 Esquema de cálculo de la sección

Se calcula en primer lugar el valor del momento reducido  $\mu$

$$\mu = \frac{M_d}{b \cdot d^2 \cdot f_{cd}} = \frac{151,2 \cdot 10^6}{300 \cdot 350^2 \cdot \frac{25}{1,5}} = 0,247$$

Entrando en el ábaco con este valor se comprueba que no es necesario colocar armadura de compresión pues solo se corta la gráfica principal, y se obtiene para el área reducida un valor de

$$\omega = 0.305$$

$$\omega = \frac{A_1 \cdot f_{yd}}{b \cdot d \cdot f_{cd}} \Rightarrow A_1 = \frac{\omega \cdot b \cdot d \cdot f_{cd}}{f_{yd}} = \frac{0,305 \cdot 300 \cdot 350 \cdot \frac{25}{1,5}}{\frac{400}{1,15}} = 1534,5 \text{ mm}^2$$

RESULTADO

$$A_1 = 2822,3 \text{ mm}^2$$

$$A_2 = 308,8 \text{ mm}^2$$

## 5.FLEXOCOMPRESION COMPUESTA

La situación de flexocompresión compuesta se caracteriza porque la sección se encuentra solicitada por un esfuerzo axial de compresión y un momento flector.

Según la importancia relativa que exista entre esos dos esfuerzos, pueden presentarse dos casos (fig.70)

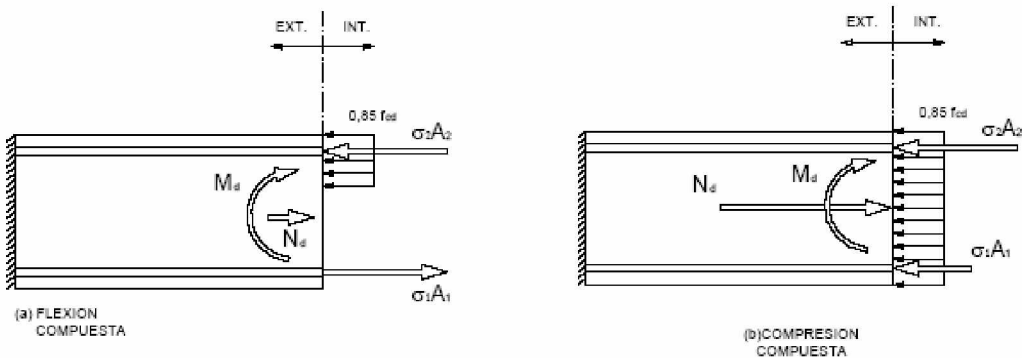


Fig.70 Casos de flexocompresión compuesta

En el primer caso, flexión compuesta, el efecto del momento flector predomina sobre el axial y la sección presenta una zona traccionada y otra comprimida.

En el segundo caso se encuentra la compresión compuesta, en la cual el efecto del axial predomina sobre el del momento flector y como consecuencia de ello toda la sección se encuentra comprimida. En este caso, la "armadura de tracción" está también comprimida por lo que pasa a denominarse como armadura menos comprimida.

A priori, y simplemente a la vista del valor de las solicitaciones, es difícil saber en cuál de los dos casos se encuentra la sección. Por ello, es preciso averiguarlo por eliminación.

Se empieza el proceso, por ejemplo, suponiendo que la sección se encuentra en flexión compuesta. Si los resultados confirman que la armadura  $A_1$  está traccionada, será cierto que es flexión compuesta y el cálculo termina. En caso contrario, se vuelve a realizar el cálculo suponiendo en esta ocasión que es compresión compuesta.

En principio el proceso puede empezarse indistintamente por el extremo de compresión compuesta o por el extremo de flexión compuesta.

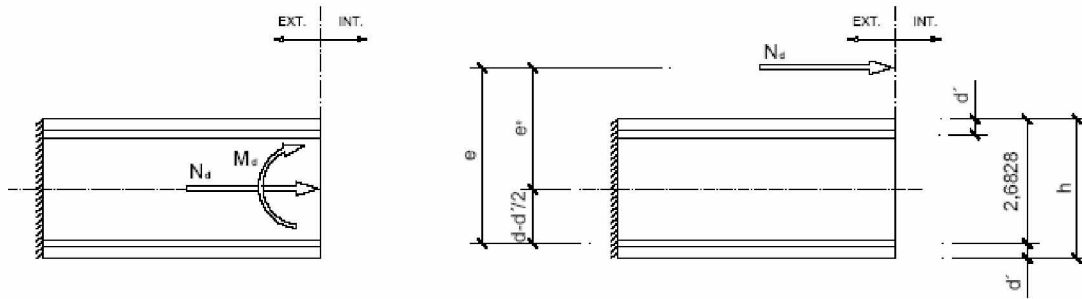


Fig.71 Sustitución del esquema de solicitaciones

Por último, hay que indicar que en los casos de flexocompresión compuesta (fig.71) suele sustituirse la solicitación real formada por el axial ( $N_d$ ) y el momento ( $M_d$ ), por un esquema de carga equivalente formado por el axial ( $N_d$ ) excéntrico, colocado a una distancia respecto al eje a la que se denomina excentricidad de primer orden y cuyo valor viene dado por:

$$M_d = N_d \cdot e_0 \quad \Rightarrow \quad e_0 = \frac{M_d}{N_d}$$

y la excentricidad total respecto a la armadura de tracción o menos comprimida ( $A_1$ ) será:

$$e = e_0 + \frac{d - d'}{2}$$

La norma EHE establece (art. 42.2.1) que la excentricidad de primer orden  $e_0$  tendrá un valor mínimo dado por las condiciones:

$$e_0 \geq \frac{h}{20} \quad \text{y} \quad e_0 \geq 2 \text{ cm}$$

## 5.1.FLEXION COMPUESTA CON ARMADURA ASIMÉTRICA

Supóngase un pilar que en una determinada sección tiene como solicitaciones un momento flector  $M_d = 125 \text{ m}\cdot\text{kN}$  y un axial  $N_d = 300 \text{ kN}$ , siendo la sección de la barra de  $300 \times 400 \text{ (mm} \times \text{mm)}$  (fig.72).



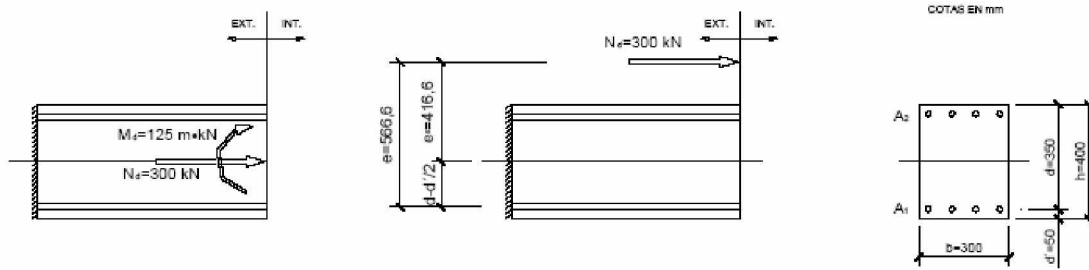


Fig.72 Solicitaciones y esquema de la sección

El valor de la excentricidad de primer orden y el de la excentricidad respecto a la armadura  $A_1$  viene dado por:

$$e_0 = \frac{M_d}{N_d} = \frac{125 \cdot 10^6}{300 \cdot 10^3} = 416,6 \text{ mm}$$

$$e = e_0 + \frac{d - d'}{2} = 416,6 + \frac{350 - 50}{2} = 566,6 \text{ mm}$$

Ante esta sollicitación y dada la imposibilidad de conocer a priori si se trata de flexión compuesta o compresión compuesta, se comienza suponiendo como hipótesis que se trata de un caso de flexión compuesta.

### NECESIDAD DE ARMADURA DE COMPRESIÓN

Se compara en primer lugar el momento exterior respecto a la armadura  $A_1$  ( $N_d \cdot e$ ) con el momento límite de la sección para saber si es preciso colocar armadura de compresión.

La profundidad límite de la sección propuesta vendrá dada a partir de la fig.73

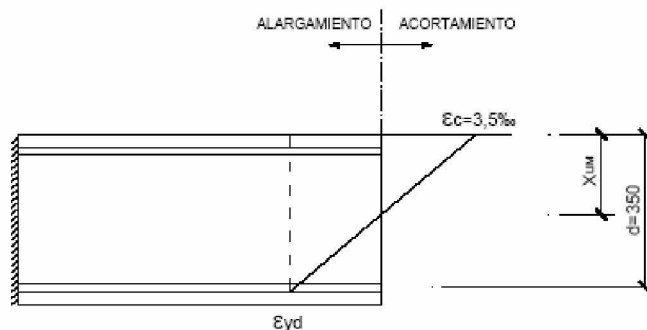


Fig.73 Determinación de la profundidad límite

$$\varepsilon_{yd} = \frac{f_{yd}}{E} = \frac{400}{2 \cdot 10^5} = 1,74 \cdot 10^{-3} \Rightarrow \varepsilon_{yd} = 1,74 \text{ ‰}$$

$$\frac{3,5 + 1,74}{350} = \frac{3,5}{x_{lim}} \Rightarrow x_{lim} = \frac{3,5 \cdot 350}{3,5 + 1,74} = 233,8 \text{ mm}$$

$$x_{lim} = 233,8 \text{ mm} \Rightarrow y_{lim} = 0,8 \cdot 233,8 = 187,0 \text{ mm}$$

Conocida la profundidad límite del bloque de compresiones del hormigón se obtiene el valor del momento límite planteando la ecuación de equilibrio de momentos en la fig.74

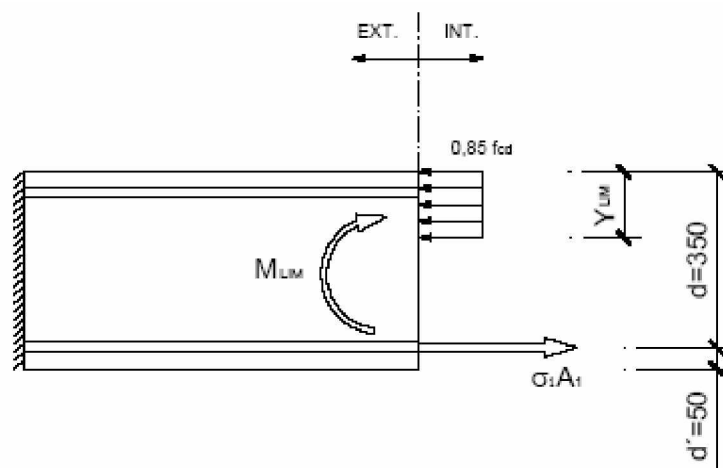


Fig.74 Cálculo del momento límite

$$\sum M_{A_1} = 0 \quad M_{lim} - 0,85 \cdot 0,9 \cdot \frac{25}{1,5} \cdot 300 \cdot y_{lim} \cdot \left( 350 - \frac{y_{lim}}{2} \right) = 0 \Rightarrow$$

$$M_{lim} - 0,85 \cdot 0,9 \cdot \frac{25}{1,5} \cdot 300 \cdot 187,0 \cdot \left( 350 - \frac{187,0}{2} \right) = 0$$

$$M_{lim} = 183,5 \text{ m} \cdot \text{kN}$$

El momento exterior respecto a la armadura A1 es:

$$N_d \cdot e = 300 \cdot 0,56 = 170,0 \text{ m} \cdot \text{kN}$$

Por tanto:

$$N_d \cdot e < M_{lim} \Rightarrow \text{NO NECESITA ARMADURA DE COMPRESION}$$

Conocida esta información se plantea un esquema de cálculo en flexión compuesta sin armadura de compresión (fig75)

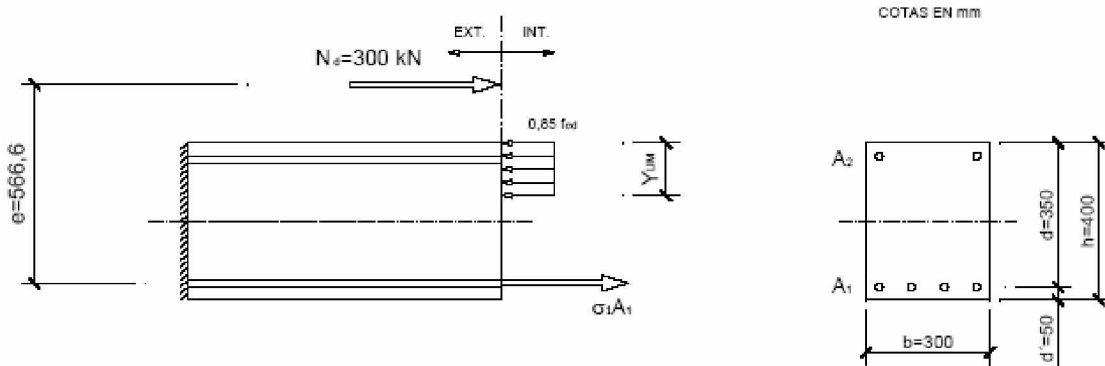


Fig.75 Esquema de cálculo de la sección

### ECUACIONES DE EQUILIBRIO

A partir de la ecuación de equilibrio de momentos se obtiene la profundidad del bloque de compresiones del hormigón (fig.75):

$$\begin{aligned} \sum M_{A_1} = 0 \quad & 170,0 \cdot 10^6 - 0,85 \cdot 0,9 \cdot \frac{25}{1,5} \cdot 300 \cdot y \cdot \left( 350 - \frac{y}{2} \right) = 0 \\ & 170,0 \cdot 10^6 - 1338750 \cdot y + 1912,5 \cdot y^2 = 0 \\ & y = \frac{1338750 \pm \sqrt{(-1338750)^2 - 4 \cdot 1912,5 \cdot 170,0 \cdot 10^6}}{2 \cdot 1912,5} \\ & y = \frac{1338750 \pm 701250}{2 \cdot 1912,5} \Rightarrow \begin{cases} y_1 = 166,7 \text{ mm} \\ y_2 = 533,3 \text{ mm} \end{cases} \end{aligned}$$

La segunda solución obtenida a partir de la ecuación de equilibrio de momentos no tiene sentido en flexión simple por quedar fuera de la sección, por ello se adopta como solución:

$$y = 166,7 \text{ mm}$$

Y analizando el equilibrio de fuerzas en dirección axial ( $\Sigma F_N = 0$ ) se obtiene la fuerza desarrollada por la armadura de tracción (fig.75):

$$\sigma_1 \cdot A_1 - 0,85 \cdot 0,9 \cdot \frac{25}{1,5} \cdot 300 \cdot 166,7 + 300 \cdot 10^3 = 0 \quad \Rightarrow \quad \sigma_1 \cdot A_1 = 337627,5 \text{ N}$$

$$\sigma_1 \cdot A_1 = 337,6 \text{ kN}$$

### POSICION DE LA FIBRA NEUTRA

El siguiente paso consiste en determinar la posición de la fibra neutra. Para ello, se utiliza la relación existente entre la profundidad del bloque de compresiones rectangular ( $y$ ) y la profundidad del diagrama parábola rectángulo real ( $x$ ), ya que la fibra neutra se encuentra en el inicio del diagrama parábola rectángulo (fig.50)

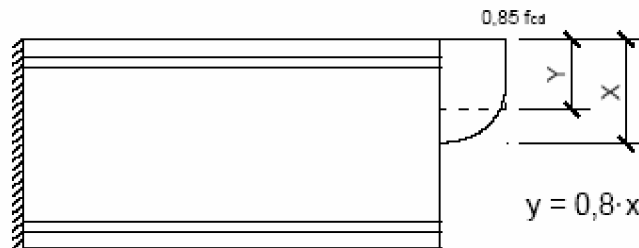


Fig.76 Posición de la fibra neutra

$$y = 0,8 \cdot x \quad \Rightarrow \quad x = \frac{y}{0,8} = \frac{166,7}{0,8} = 208,4 \text{ mm}$$

$$x = 208,4 \text{ mm}$$

### DETERMINACION DEL DOMINIO DE DEFORMACION

Conocida la posición de la fibra neutra puede determinarse fácilmente el dominio en el que se encuentra trabajando la sección por medio del diagrama de pivotes (fig.77)

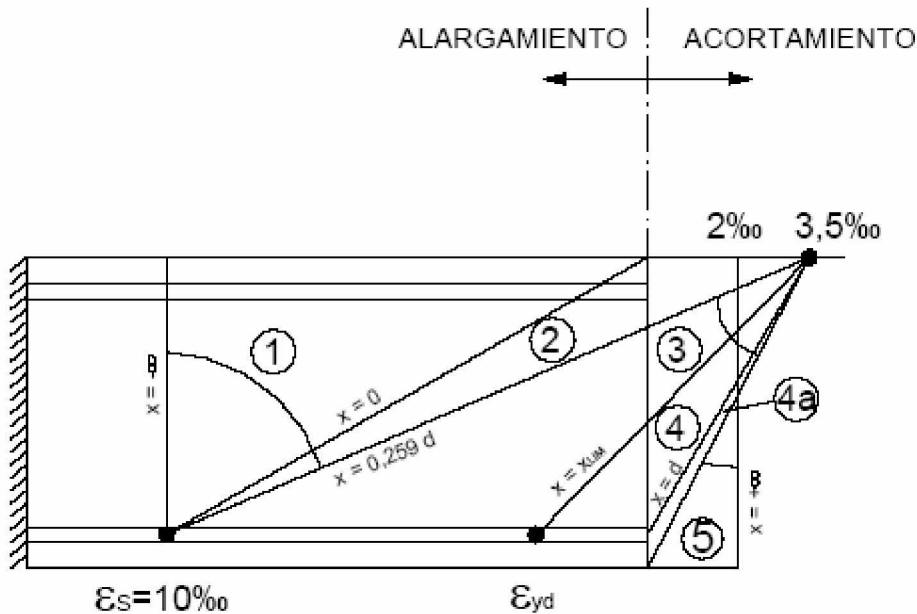


Fig.77 Dominios de deformación

La frontera entre los dominios 2 y 3 viene dada por la profundidad de la fibra neutra

$$x = 0,259 \cdot d \quad \Rightarrow \quad x = 0,259 \cdot 350 = 90,6 \text{ mm}$$

Por su parte, la frontera entre los dominios 3 y 4 viene dada por la profundidad límite  $x = x_{lim}$  que según se ha calculado previamente tiene un valor de

$$x_{lim} = 233,8 \text{ mm}$$

En este caso, por tanto, se cumple que:

$$0,259 \cdot d < x < x_{lim} \quad \Rightarrow \quad 90,6 < 208,4 < 233,8$$

La profundidad de la fibra neutra se encuentra comprendida dentro de las fronteras del dominio 3, por ello, la sección se encuentra trabajando en **DOMINIO 3**, que tiene por pivote al punto que representa el máximo acortamiento del hormigón  $\epsilon_c = 3,5\text{‰}$ .

## CALCULO DE DEFORMACIONES Y TENSIONES

Una vez determinado el dominio de deformación y el pivote a utilizar, se calculan las deformaciones desconocidas (en este caso el alargamiento en la armadura de tracción  $\epsilon_s$ ) interpolando en la fig.78

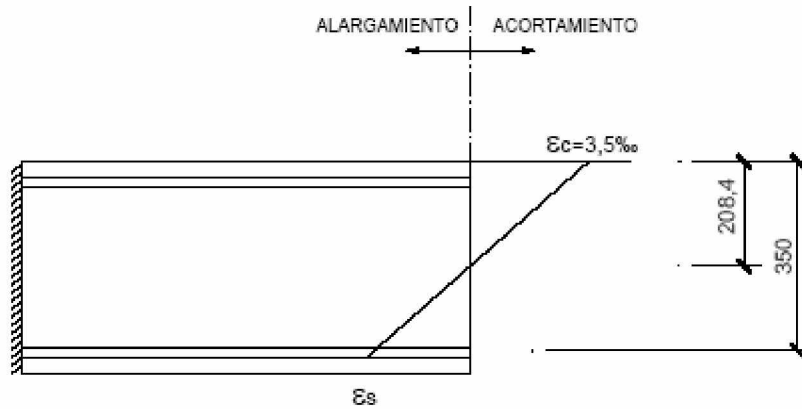


Fig.78 Cálculo de deformaciones

$$208,4 \cdot (3,5 + \epsilon_s) = 350 \cdot 3,5 \quad \Rightarrow \quad 208,4 \cdot 3,5 + 208,4 \cdot \epsilon_s = 350 \cdot 3,5 \quad \Rightarrow$$

$$\epsilon_s = \frac{3,5 \cdot (350 - 208,4)}{208,4} = 2,4\text{‰}$$

Por tanto, las deformaciones en ambos materiales son:

<b>Acero:</b> $\epsilon_s = 2,4\text{‰}$	<b>Hormigón:</b> $\epsilon_c = 3,5\text{‰}$
--	---

Finalizado el cálculo de deformaciones, pueden obtenerse (mediante los diagramas tensión-deformación) las tensiones a las que se encuentran trabajando ambos materiales (fig.79)

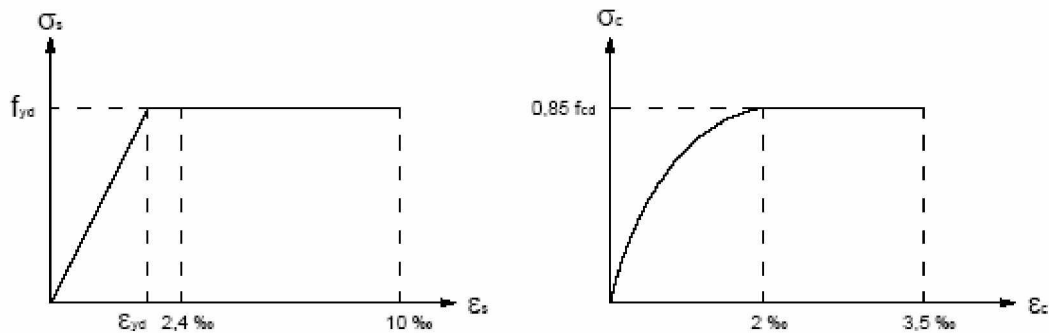


Fig.79 Diagramas tensión-deformación

A la vista de estos diagramas se observa que, tanto el hormigón como el acero, se encuentran trabajando a pleno rendimiento, proporcionando la máxima tensión que son capaces de desarrollar.

$$\sigma_1 = f_{yd} = \frac{400}{1,15} \text{ N/mm}^2$$

### CALCULO DE LA SECCION DE LA ARMADURA

Finalmente, tras determinar la tensión en la armadura de acero, se obtiene la sección de acero necesaria a partir del resultado obtenido en la ecuación de equilibrio en dirección axial

$$\sigma_1 \cdot A_1 = 337,6 \cdot 10^3 \text{ N}$$

$$A_1 = \frac{337,6 \cdot 10^3}{\sigma_1} \Rightarrow A_1 = \frac{337,6 \cdot 10^3}{\frac{400}{1,15}} = 970,6 \text{ mm}^2$$

RESULTADO :

$$\sigma_1 \cdot A_1 = 337,6 \text{ kN} \Rightarrow A_1 = 970,6 \text{ mm}^2$$

$$\sigma_2 \cdot A_2 = 0 \text{ kN} \Rightarrow A_2 = 0 \text{ mm}^2$$

## 5.2.FLEXION COMPUESTA CON ARMADURA SIMÉTRICA

En el caso de los pilares de las estructuras suele ser frecuente disponer armadura simétrica en ambas caras de la sección, es decir

$$A_1 = A_2$$

Cuando esto ocurre, aunque no sea imprescindible la armadura de compresión (tal y como se ha visto en 4.3), es conveniente tener en cuenta en el cálculo la

colaboración que dicha armadura está prestando con el fin de optimizar la armadura del pilar.

Si se obliga a la sección a trabajar en dominio 3, puede aceptarse que ambas armaduras trabajaran a pleno rendimiento y desarrollarían de igual modo su máxima tensión  $f_{yd}$ . Por ello, puede admitirse como hipótesis el hecho de que dos armaduras de la misma sección trabajando a la misma tensión generan la misma fuerza

$$\sigma \cdot A$$

Con esta hipótesis, que sólo será válida en dominio 3, se representa el esquema de cálculo de la sección (fig.80)

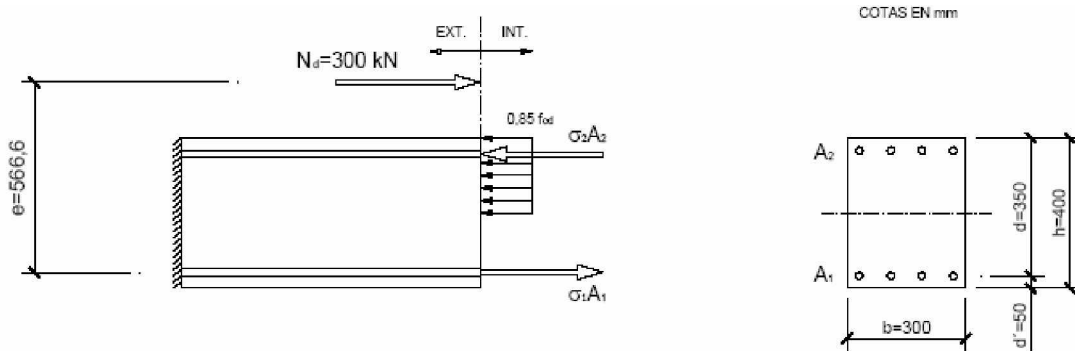


Fig.80 Esquema de cálculo de la sección

### ECUACIONES DE EQUILIBRIO

Analizando el equilibrio de fuerzas en dirección axial  $\sum F_N = 0$  se obtiene la profundidad del bloque de compresiones del hormigón:

$$\sum F_N = 0 \quad \sigma \cdot A - \sigma \cdot A - 0,85 \cdot 0,9 \cdot \frac{25}{1,5} \cdot 300 \cdot y + 300 \cdot 10^3 = 0$$

$$- 0,85 \cdot 0,9 \cdot \frac{25}{1,5} \cdot 300 \cdot y + 300 \cdot 10^3 = 0$$

$$y = 78,4 \text{ mm}$$

Planteando ahora la ecuación de equilibrio de momentos ( $\sum M_{A1} = 0$ ) se obtiene la fuerza que desarrollan las armaduras:



$$300 \cdot 10^3 \cdot 566,6 - 0,85 \cdot 0,9 \cdot \frac{25}{1,5} \cdot 300 \cdot 78,4 \cdot \left( 350 - \frac{78,4}{2} \right) - \sigma \cdot A \cdot (350 - 50) = 0$$

$$\sigma \cdot A = 255,9 \text{ kN}$$

### POSICION DE LA FIBRA NEUTRA

El siguiente paso consiste en determinar la posición de la fibra neutra. Para ello, se utiliza la relación existente entre la profundidad del bloque de compresiones rectangular ( $y$ ) y la profundidad del diagrama parábola rectángulo real ( $x$ ), ya que la fibra neutra se encuentra en el inicio del diagrama parábola rectángulo (fig.81)

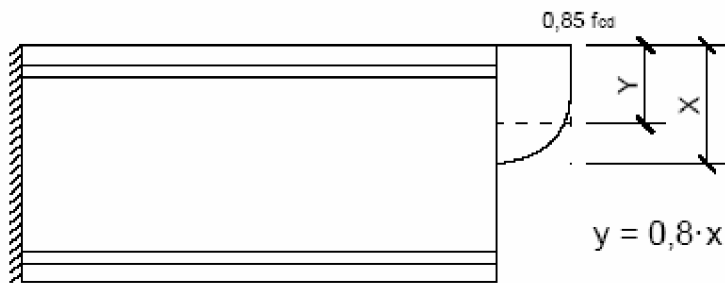


Fig.81 Posición de la fibra neutra

$$y = 0,8 \cdot x \quad \Rightarrow \quad x = \frac{y}{0,8} = \frac{78,4}{0,8} = 98 \text{ mm}$$

$$x = 98 \text{ mm}$$

### DETERMINACION DEL DOMINIO DE DEFORMACION Y TENSION EN LAS ARMADURAS

Conocida la posición de la fibra neutra puede determinarse el dominio en el que se encuentra trabajando la sección por medio del diagrama de pivotes (fig.82)

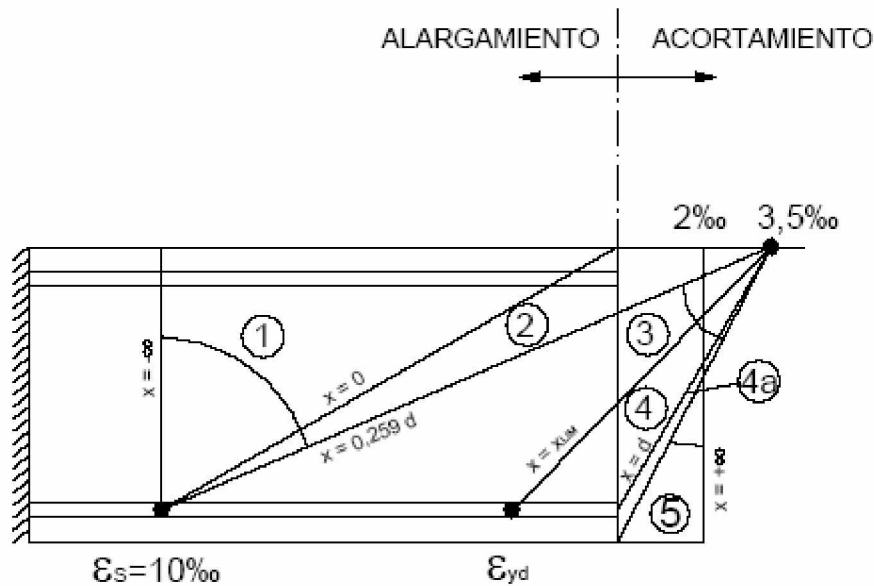


Fig.82 Dominios de deformación

La frontera entre los dominios 2 y 3 viene dada por la profundidad de la fibra neutra

$$x = 0,259 \cdot d \quad \Rightarrow \quad x = 0,259 \cdot 350 = 90,6 \text{ mm}$$

Por su parte, la frontera entre los dominios 3 y 4 viene dada por la profundidad límite  $x = x_{lim}$  que según se ha calculado en el apartado 5.1 tiene un valor de

$$x_{lim} = 233,8 \text{ mm}$$

En este caso, por tanto, se cumple que:

$$0,259 \cdot d < x < x_{lim} \quad \Rightarrow \quad 90,6 < 98 < 233,8$$

La profundidad de la fibra neutra se encuentra comprendida dentro de las fronteras del dominio 3, por ello, la sección se encuentra trabajando en **DOMINIO 3**, que tiene por pivote al punto que representa el máximo acortamiento del hormigón  $\epsilon_c = 3,5\text{‰}$ .

Al encontrarse la sección en dominio 3 la tensión en ambas armaduras será la máxima que pueden desarrollar ( $f_{yd}$ )

$$\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma = f_{yd} = \frac{400}{1,15} \text{ N/mm}^2$$

### CALCULO DE LA SECCION DE LA ARMADURA

Finalmente, tras determinar la tensión en las armaduras de acero, se obtiene la sección de acero necesaria

$$\sigma \cdot A = 255,9 \cdot 10^3 \text{ N}$$

$$A = \frac{255,9 \cdot 10^3}{\sigma} \Rightarrow A = \frac{255,9 \cdot 10^3}{\frac{400}{1,15}} = 735,7 \text{ mm}^2$$

RESULTADO :

$$\sigma \cdot A = 255,9 \text{ kN} \Rightarrow A = 735,7 \text{ mm}^2$$

### 5.3.COMPRESION COMPUESTA

Supóngase el mismo pilar que se ha calculado en los apartados anteriores, con la misma sección de 300 x 400 (mm x mm), armadura simétrica y solicitado en esta ocasión por un momento flector  $M_d = 50 \text{ m}\cdot\text{kN}$  y un axial  $N_d = 2000 \text{ kN}$  (fig.83)

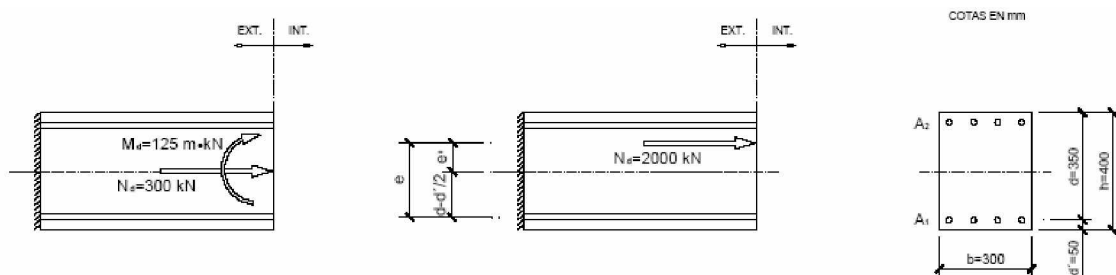


Fig.83 Solicitaciones y esquema de la sección

El valor de la excentricidad de primer orden y el de la excentricidad respecto a la armadura  $A_1$  viene dado por:

$$e_0 = \frac{M_d}{N_d} = \frac{50 \cdot 10^6}{2000 \cdot 10^3} = 25 \text{ mm}$$

$$e = e_0 + \frac{d - d'}{2} = 25 + \frac{350 - 50}{2} = 175 \text{ mm}$$

Ante esta sollicitación, y al no conocer a priori si se trata de flexión compuesta o compresión compuesta, se comienza suponiendo como hipótesis que se trata de un caso de flexión compuesta con armadura simétrica, con la cual el esquema de cálculo será el representado en la fig.84.

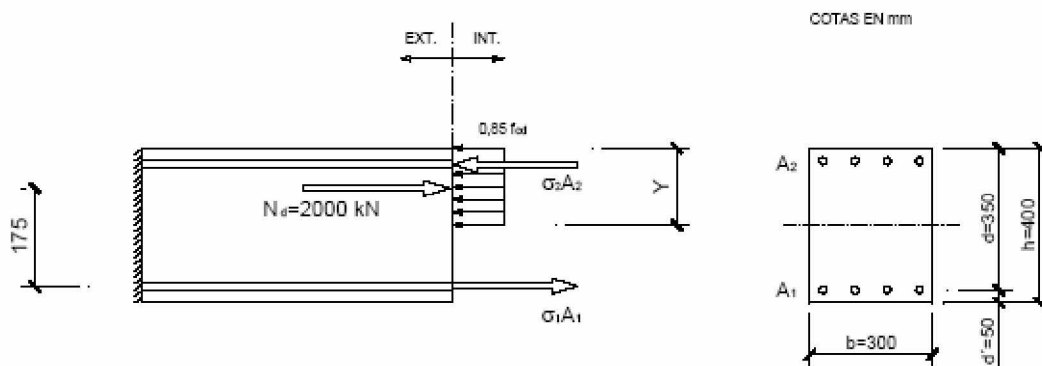


Fig.84 Esquema de cálculo de la sección.  
Hipótesis de flexión compuesta

### ECUACIONES DE EQUILIBRIO

Analizando el equilibrio de fuerzas en dirección axial  $\sum F_N = 0$  se obtiene la profundidad del bloque de compresiones del hormigón:

$$\sum F_N = 0 \quad \sigma \cdot A - \sigma \cdot A - 0,85 \cdot 0,9 \cdot \frac{25}{1,5} \cdot 300 \cdot y + 2000 \cdot 10^3 = 0$$

$$- 0,85 \cdot 0,9 \cdot \frac{25}{1,5} \cdot 300 \cdot y + 2000 \cdot 10^3 = 0$$

$$y = 522,9 \text{ mm}$$

La profundidad del bloque de compresiones obtenida es superior al canto de la sección (400 mm), lo cual pone de manifiesto que la hipótesis de flexión compuesta es falsa y que se trata de un caso de **compresión compuesta**.

Así pues, se inicia de nuevo el cálculo partiendo de un esquema de compresión compuesta (fig.85)

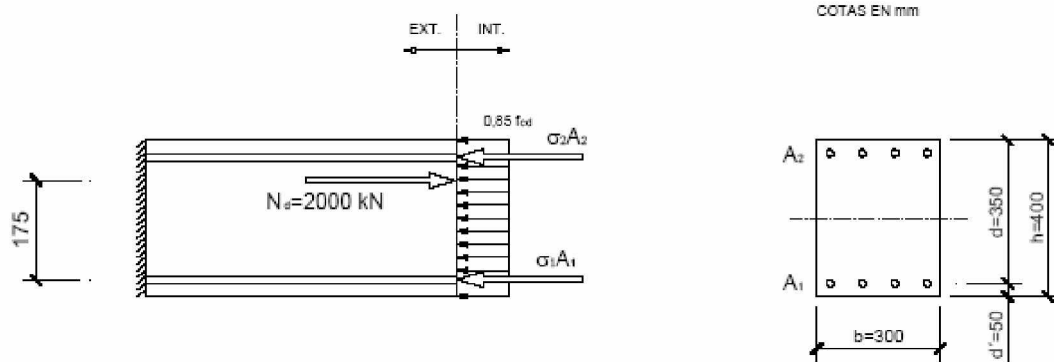


Fig.85 Esquema de cálculo de la sección. Hipótesis de compresión compuesta

### ECUACIONES DE EQUILIBRIO

Planteando la ecuación de equilibrio de momentos ( $\Sigma M_{A1} = 0$ ) se obtiene la fuerza que desarrolla la armadura más comprimida :

$$2000 \cdot 10^3 \cdot 175 - 0,85 \cdot 0,9 \cdot \frac{25}{1,5} \cdot 300 \cdot 400 \cdot \left( \frac{400}{2} - 50 \right) - \sigma_2 \cdot A \cdot (350 - 50) = 0$$

$$\sigma_2 \cdot A = 401,7 \text{ kN}$$

Analizando ahora el equilibrio de fuerzas en dirección axial  $\Sigma F_N = 0$  se obtiene la fuerza desarrollada por la armadura menos comprimida :

$$\Sigma F_N = 0 \quad 2000 \cdot 10^3 - 401,7 \cdot 10^3 - \sigma_1 \cdot A - 0,85 \cdot 0,9 \cdot \frac{25}{1,5} \cdot 300 \cdot 400 = 0$$

$$\sigma_1 \cdot A = 68,3 \text{ kN}$$

### DOMINIO DE DEFORMACION, TENSIONES Y SECCION DE ARMADURA

Al tratarse de un caso de compresión compuesta resulta evidente que la sección trabaja en dominio 5 (fig.86).

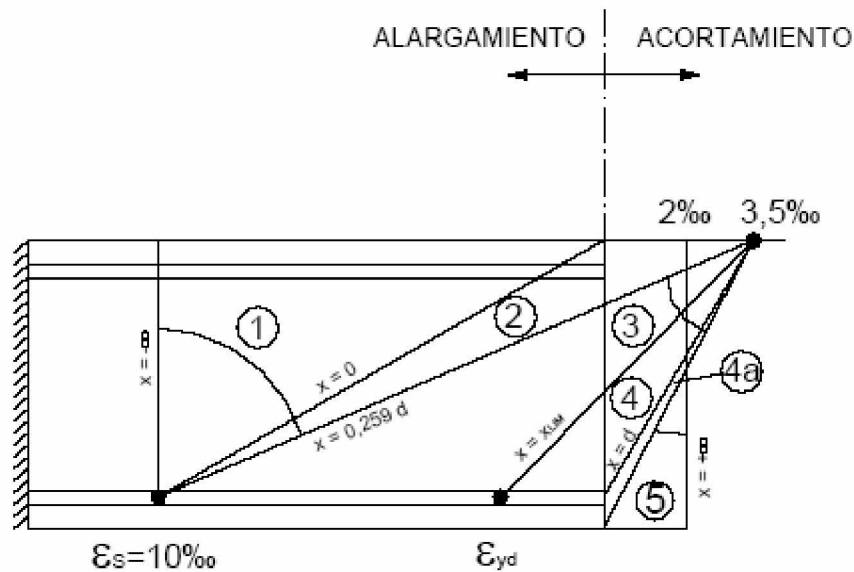


Fig.86 Dominios de deformación

Debido al hecho de que la fibra neutra se encuentra fuera de la sección y que se admite un bloque rectangular de compresiones del hormigón en toda la sección, las ecuaciones de equilibrio no proporcionan la posición exacta de la fibra neutra con lo cual el cálculo de las tensiones hay que hacerlo de forma indirecta.

A la vista del diagrama de dominios de deformación, lo que sí está claro en dominio 5, es que la deformación en la armadura más comprimida está comprendida entre 2‰ y 3,5‰. Por ello, se encuentra trabajando por encima de su límite elástico, y la tensión que desarrolla dicha armadura será

$$\sigma_2 = f_{yd} = \frac{400}{1,15} \text{ N/mm}^2$$

Conocida la tensión en la armadura más comprimida la sección de acero necesaria vendrá dada por:

$$\sigma_2 \cdot A = 401,7 \cdot 10^3 \text{ N}$$

$$A = \frac{401,7 \cdot 10^3}{\sigma_2} \Rightarrow A = \frac{401,7 \cdot 10^3}{\frac{400}{1,15}} = 1154,9 \text{ mm}^2$$

Al ser la armadura simétrica, la sección de la armadura menos comprimida será la misma, por lo cual la tensión en dicha armadura será

$$\sigma_1 \cdot A = 68,3 \cdot 10^3 \text{ N}$$

$$\sigma_1 = \frac{68,3 \cdot 10^3}{A} \Rightarrow \sigma_1 = \frac{68,3 \cdot 10^3}{1154,9} = 59,14 \text{ N/mm}^2$$

Resultado que pone de manifiesto que la armadura menos comprimida se encuentra trabajando por debajo de su límite elástico.

**RESULTADO:**

$$\sigma_2 \cdot A = 401,7 \text{ kN} \Rightarrow \sigma_1 \cdot A = 68,3 \text{ kN}$$

$$A = 1154,9 \text{ mm}^2$$

## 6. DIAGRAMAS DE INTERACCION

Todos los cálculos expuestos para flexocompresión compuesta pueden realizarse rápidamente con ayuda de diagramas de interacción como el de la fig.87, obtenido del libro Hormigón Armado de P. Jiménez Montoya, A. García Meseguer y F. Morán Cabre

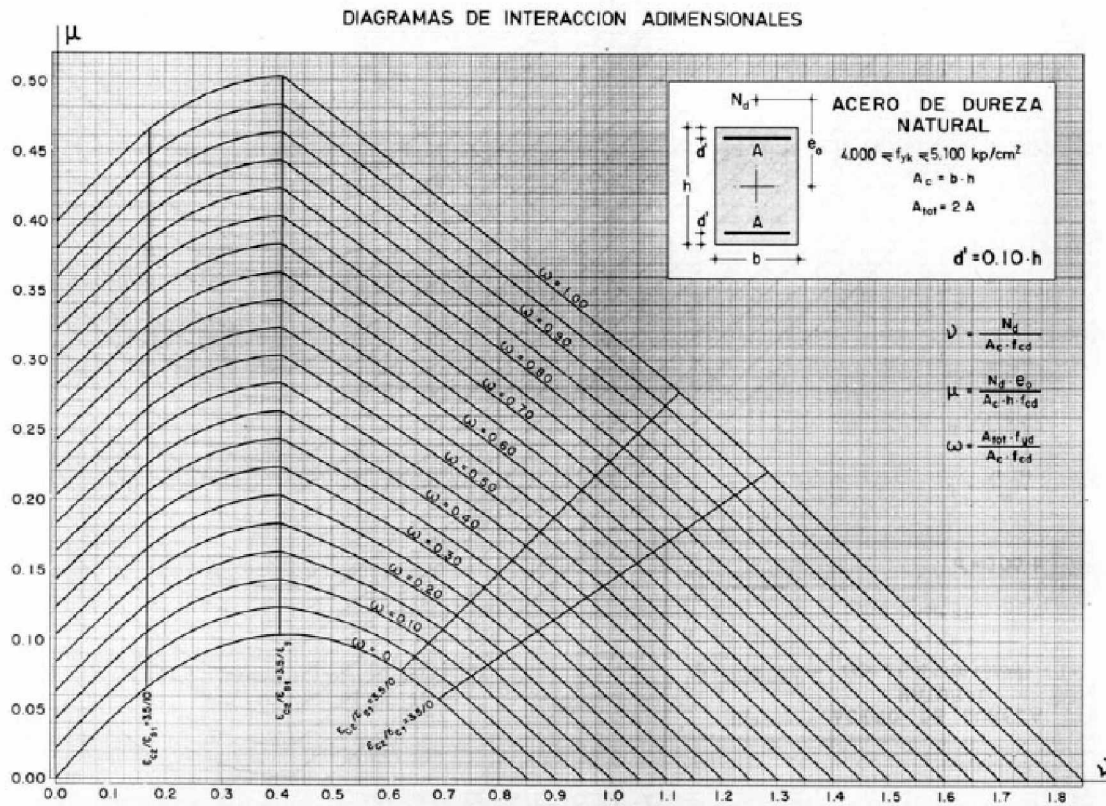


Fig.87 Diagrama de interacción

La utilización del ábaco es muy sencilla, basta con entrar en el eje de abscisas con el valor del axial reducido  $v$  y en el eje de ordenadas con el momento reducido  $\mu$  para obtener en las curvas del diagrama el área reducida  $\omega$



$$v = \frac{N_d}{b \cdot h \cdot f_{cd}} \quad \mu = \frac{N_d \cdot e_o}{b \cdot h^2 \cdot f_{cd}} \quad \omega_{tot} = \frac{A_{tot} \cdot f_{yd}}{b \cdot h \cdot f_{cd}}$$

Se resuelve a continuación, a modo de ejemplo, la sección calculada en el apartado 5.2 (fig.88)

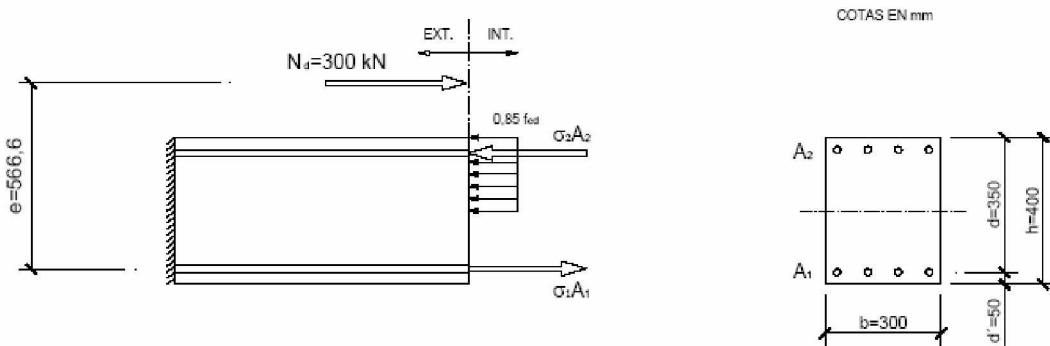


Fig.88 Esquema de cálculo de la sección

Se calcula en primer lugar el valor del axial reducido  $v$  y del momento reducido  $\mu$

$$v = \frac{N_d}{b \cdot h \cdot f_{cd}} = \frac{300 \cdot 10^3}{300 \cdot 400 \cdot 0,9 \cdot \frac{25}{1,5}} = 0,17$$

$$\mu = \frac{M_d}{b \cdot h^2 \cdot f_{cd}} = \frac{125 \cdot 10^6}{300 \cdot 400^2 \cdot 0,9 \cdot \frac{25}{1,5}} = 0,174$$

A continuación se selecciona el diagrama de interacción adimensional correspondiente a la relación  $d' / h$  de la sección. En este caso  $d' / h = 0,125$  por lo cual se promediará entre el resultado del diagrama de  $d' / h = 0,10$  y el de  $d' / h = 0,15$

Entrando en los diagramas de interacción indicados, se obtienen los siguientes valores de sección reducida

$$\omega = 0.27 \quad \omega = 0.31$$

Conocidas las secciones reducidas que proporcionan ambos diagramas, se adopta el valor promedio

$$\omega = 0.29$$

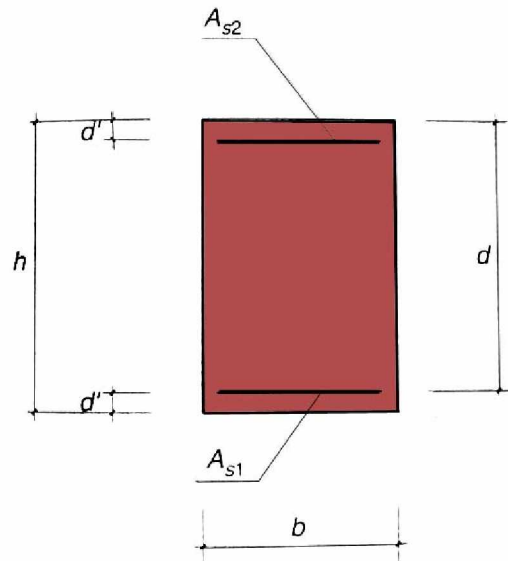
$$\omega = \frac{A_{\text{tot}} \cdot f_{yd}}{b \cdot h \cdot f_{cd}} \Rightarrow A_{\text{tot}} = \frac{\omega \cdot b \cdot h \cdot f_{cd}}{f_{yd}} = \frac{0.29 \cdot 300 \cdot 400 \cdot 0.9 \cdot \frac{25}{1.5}}{\frac{400}{1.15}} = 1513,7 \text{ mm}^2$$

$$A = \frac{A_{\text{tot}}}{2} = \frac{1513,7}{2} = 756,8 \text{ mm}^2$$

RESULTADO

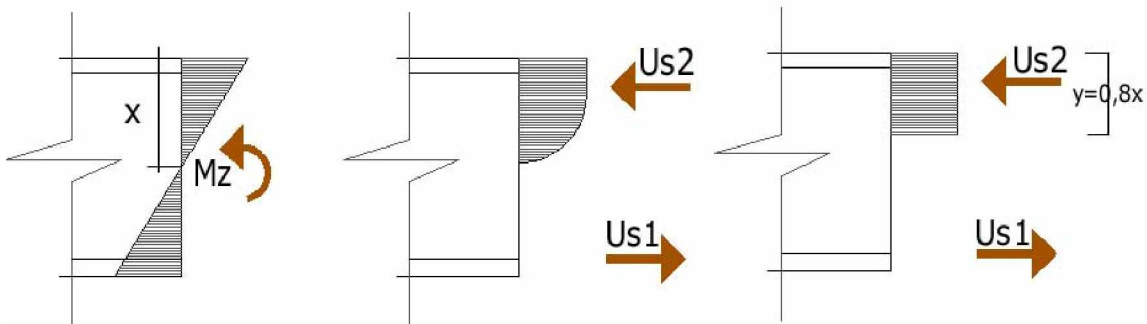
$$A = 756,8 \text{ mm}^2$$

## 7. Cálculo diagrama-rectangular en secciones rectangulares



$A_{s1}$  = Armadura de tracción

$A_{s2}$  = Armadura de compresión



$X$  = Es el trozo de sección que está sometido a compresión.

$Y$  = profundidad de las compresiones  $y \leq y_{lim} = 0,8 x_{lim}$  ( si no cumple , estaríamos en el dominio 4 y el acero trabajaría por debajo de sus posibilidades.. La norma admite la simplificación de  $y_{lim} = 0,5 d$ .

## 7.1 Flexión simple en sección rectangular

### Dimensionamiento

- Para  $M_d \leq 0,375U_0d$

$$U_{s1} = U_0 \left( 1 - \sqrt{1 - \frac{2M_d}{U_0d}} \right)$$

- Para  $M_d > 0,375U_0d$

$$U_{s2} = \frac{M_d - 0,375U_0d}{d - d'} \quad U_{s1} = 0,5U_0 + U_{s2}$$

Las fórmulas propuestas suponen que la sección sólo dispondrá de armadura en el paramento comprimido si el momento de cálculo  $M_d$  es superior al momento límite  $0,375U_0d$ , momento del bloque comprimido de hormigón respecto de la fibra donde se sitúa la armadura traccionada, para  $X=0,625d$ , que supone una deformación en la fibra de acero  $\epsilon_y=0,002$ .

El caso 1º corresponde a situaciones de dimensionamiento donde  $0 < X \leq 0,625d$ . En el caso 2º la posición de la fibra neutra,  $X=0,625d$ , se mantiene constante.

### Comprobación

- Para  $U_{s1} - U_{s2} < U_v$

$$M_u = 0,24U_v d' \frac{(U_v - U_{s1} + U_{s2})(1,5U_{s1} + U_{s2})}{(0,6U_v + U_{s2})^2} + U_{s1}(d - d')$$

- Para  $U_v \leq U_{s1} - U_{s2} \leq 0,5U_0$

$$M_u = (U_{s1} - U_{s2}) \left( 1 - \frac{U_{s1} - U_{s2}}{2U_0} \right) d + U_{s2}(d - d')$$

- Para  $U_{s1} - U_{s2} > 0,5U_0$

$$\alpha = \frac{U_{s1} + 0,6U_{s2}}{U_0} \quad M_u = \frac{4}{3}U_{s1} \left[ \frac{\alpha + 1,2}{\alpha + \sqrt{\alpha^2 + 1,92\frac{U_{s1}}{U_0}}} - 0,5 \right] d + U_{s2}(d - d')$$

donde:

En el caso 1º, la situación de la fibra neutra está comprendida entre  $0 < X < 2,5d'$ . En el caso 2º, la situación de la fibra neutra está comprendida entre  $2,5d' \leq X \leq 0,625d$ .

En el caso 3º, la situación de la fibra neutra está comprendida entre  $0,625d < X < d$ .

## 7.2 Flexión compuesta recta en sección rectangular, con $U_{s1} = U_{s2}$

### Dimensionamiento

- Para  $N_d > 0$   $U_{s1} = U_{s2} = \frac{M_d}{d - d'} + \frac{N_d}{2}$

- Para  $0 \geq N_d; |N_d| > 0,5U_0$

$$U_{s1} = U_{s2} = \frac{M_d}{d - d'} - \frac{N_d}{2} + \frac{N_d d}{d - d'} \left(1 + \frac{N_d}{2U_0}\right)$$

- Para  $0 \geq N_d; |N_d| \leq 0,5U_0$

$$U_{s1} = U_{s2} = \frac{M_d}{d - d'} - \frac{N_d}{2} - \alpha \frac{U_0 d}{d - d'}$$

$$\alpha = \frac{0,48m_1 - 0,375m_2}{m_1 - m_2} \leq 0,5 \left[1 - \left(\frac{d}{d'}\right)^2\right]$$

$$m_1 = (-N_d - 0,5U_0)(d - d')$$

$$m_2 = -0,5N_d(d - d') - M_d - 0,32U_0(d - 2,5d')$$

donde:

El caso 1º corresponde a situaciones de dimensionamiento con axiles de tracción y donde la posición de la fibra neutra varía entre  $-0,5d' \leq X \leq 2,5d'$ . El axil de tracción tiene signo negativo.

Los casos 2º y 3º corresponden a situaciones de dimensionamiento con axil de compresión y donde la posición de la fibra neutra es inferior o superior a  $0,625d$ , respectivamente.

### Comprobación

- Para  $e_0 < 0$   $N_u = \frac{U_{s1}(d-d')}{e_0 - 0,5(d-d')} \quad M_u = N_u e_0$
- Para  $0 \leq e_0 < \frac{d+2d'}{4} + 2\frac{U_{s1}}{U_0}(d-d')$   

$$N_u = \frac{U_{s2}(d-d') + \alpha U_0 d}{e_0 + 0,5(d-d')} \quad M_u = N_u e_0 \quad \alpha = \frac{0,48m_1 - 0,375m_2}{m_1 - m_2} < 0,5 \left[ 1 - \left( \frac{d}{d'} \right)^2 \right]$$

$$m_1 = -0,5U_0 e_0 + (U_{s1} + U_{s2}) \frac{d-d'}{2} + 0,125U_0(d+2d')$$

$$m_2 = -(U_{s2} + 0,8U_0)e_0 + U_{s2} \frac{d-d'}{2} + 0,08U_0(d+5d')$$
- Para  $e_0 \geq \frac{d+2d'}{4} + 2\frac{U_{s1}}{U_0}(d-d')$   

$$N_u = \sqrt{\left( \frac{e_0 - 0,5h}{d} \right)^2 + 2\frac{U_{s1}(d-d') - e_0 - 0,5h}{U_0 d}} U_0 \quad M_u = N_u e_0$$

El caso 1º corresponde a situaciones de comprobación con axiles de tracción y donde la posición de la fibra neutra varía entre  $-0,5d' \leq X \leq 2,5d'$ .

Los casos 2º y 3º corresponden a situaciones de comprobación con axil de compresión y donde la posición de la fibra neutra es inferior o superior a  $0,625d$ , respectivamente.

Otra manera de calcular la armadura necesaria , es entrar en las siguientes tablas:

## Números gordos:

Secciones a flexión

### Armaduras de tracción

La flexión en una sección de hormigón armado provoca un estado de tensiones normales.

La armadura puede estimarse tomando momentos respecto al centro de compresiones, suponiendo que la distancia entre fuerzas es  $0,8 h$  y que el acero trabaja al máximo ( $f_{yd}$ ).

Igualando momentos ( el exterior con el de las tensiones) se obtiene:

$$M_d = A_s f_{yd} 0,8 h$$

$$A_s = M_d / 0,80h f_{yd}$$

### Armadura a compresión

A partir de un cierto valor de momento flector ( llamado momento limite) se hace necesario , por economía, disponer armadura de compresión.

$$M_{lim} = 0,32 f_{cd} b d^2$$

Si  $M_d < M_{lim}$  Basta con disponer armadura de tracción

Si  $M_d > M_{lim}$  Hay que disponer armadura de compresión de la siguiente forma.

Armadura longitudinal de una viga

Datos necesarios

Luz de la viga ( L)

Carga característica en la viga ( qk)

Sección de la viga ( bxh)

## EJEMPLO

**Sección rectangular, con:  $b = 35 \text{ cm}$  ;  $h = 60 \text{ cm}$ ; Está solicitada por un momento:  $M = 110 \text{ mKN}$  de carga permanente y  $M = 50 \text{ mKN}$ .**

**La viga está en situación de exposición interior con humedades medias (Iib), y las características de los materiales son:  $f_{ck} = 32 \text{ N/mm}^2$  ;  $f_{yk} = 400 \text{ N/mm}^2$ . El diámetro de armadura transversal es de 10, y la principal 20.**

Como es elemento a la intemperie , la distancia al paramento de cualquier armadura para el ambiente Iib es 40 mm

La resistencia de cálculo del hormigón será:

$$f_{cd} = 32/1.5 = 21,33 \text{ N/mm}^2.$$

Suponiendo la armadura a tracción en una sólo capa, la posición de su centro de gravedad sería:

$$Z = 40 + 10 \text{ ( cerco) } + 10 \text{ ( radio de la barra) } = 60 \text{ mm}$$

El canto útil es :

$$D = 0,60 - 0,060 = 0,54 \text{ m}$$

El valor de  $U_0$  es :

$$U_0 = 0,85 f_{cd} b \cdot d = 0,85 \times 21,33 \times 1000 \times 0,35 \times 0,54 = 3.426,7 \text{ kN}$$

El momento mayorado;

$$M_d = 1,50 \times 110 + 1,60 \times 50 = 245 \text{ mkN}$$

$$M_d / U_{od} = 245 / 3.426,7 \times 0,54 = 0,13$$

Para  $f_{yk} = 400 \text{ N / mm}^2$  y  $\gamma_s = 1,15$  da:

$$U_{s2} / U_o = 0$$

$$U_{s1} / U_o = 0,1425.$$

Por lo tanto no tiene armadura de compresión

$$U_{s1} = 0,1425 \times 3,426,7 = 488,3 \text{ kN}$$

Correspondiendo a 5 $\phi$ 20, (  $U = 502,7 \text{ kN}$  )

Se estudia ahora si caben en una capa.

$$B_{\text{min}} = ( 2 \times 5 - 1 ) \cdot 2 + 2 \times 5 = 28 \text{ cm}$$

El ancho es suficiente, por consiguiente, para poder colocar los redondos en una sola capa. El canto útil definitivo es :

$$D = 0,60 - 0,04 - 0,01 = 0,54 \text{ m que es el supuesto.}$$

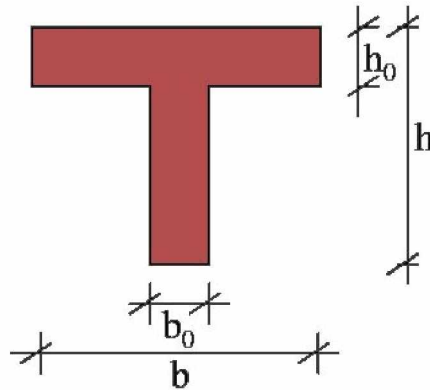
La cuantía geométrica del 3,3 por 1000, está ampliamente rebasada.

$$15,71 \text{ cm}^3 \geq 3,3 \times 35 \times 60 / 1000 = 6,93 \text{ cm}^2$$



## 8. DIMENSIONAMIENTO DE SECCIONES EN T (FLEXIÓN SIMPLE)

Para secciones en T se adoptarán las siguientes definiciones:  $U_{Tc} = 0.85 f_{cd} b h_0$  ;  $U_{Ta} = 0.85 f_{cd} (b - b_0) h_0$ .

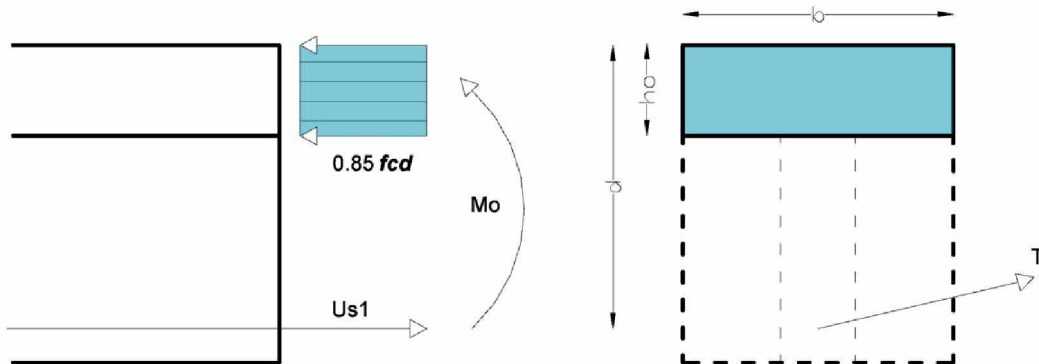


$$U_{Tc} = 0,85 f_{cd} b h_0$$

$$U_{Ta} = 0,85 f_{cd} (b - b_0) h_0$$

- Para  $h_0 \geq 0,5d$

utilizar el caso rectangular considerando como ancho  $b$  del rectángulo el ancho de la cabeza comprimida  $b$ .

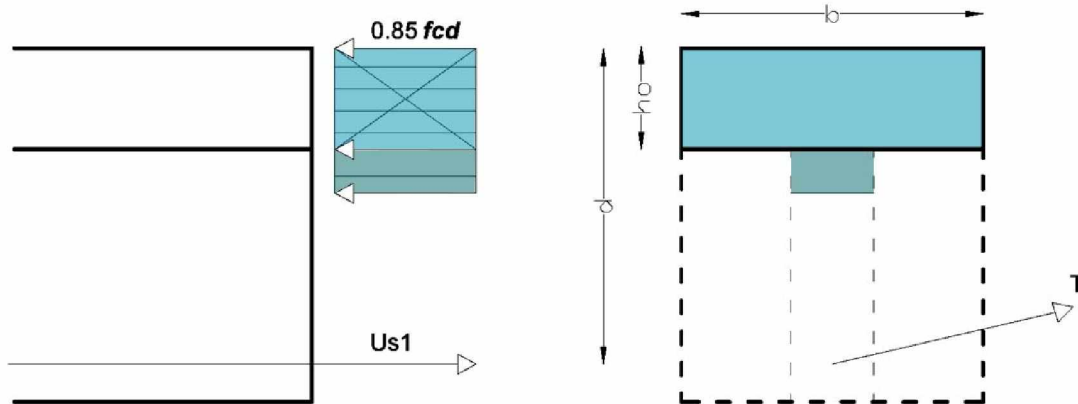


Momento que produce compresiones sólo en la cabeza de la T. Si las compresiones no salen de la cabeza equivale a una sección rectangular.

$$M_0 = 0.85 f_{cd} b h_0 (d - 0.5 h_0) ; (M_d < M_0) : U_{s1} = 0.85 f_{cd} b y ; M_d = 0.85 f_{cd} b y (d - 0.5 y) .$$

- Para  $h_0 < 0,5d$

- Para  $M_d \leq U_{Tc} (d - 0.5 h_0)$  ; igual al caso anterior
- Para  $M_d > U_{Tc} (d - 0.5 h_0)$  ; igual al caso anterior pero tomando  $M_d^{eq} = M_d - U_{Ta}(d - 0.5h_0)$  ;  $b = b_0$  ;  $U_{s1} = U_{s1}^{eq} + U_{Ta}$  ;  $U_{s2} = U_{s2}^{eq}$  .



Planteado de otro modo, como  $M_d > M_0$  hay que definir  $M_{d\lim}$  ( $y = 0.5d$ ):

$$M_{d\lim} = M_0 + 0.85 f_{cd} b_0 (0.5d - h_0) [d - 0.5(0.5d - h_0) - h_0] .$$

-Si  $M_d \leq M_{d\lim}$ , no hará falta armadura de compresión:

$$U_{s1} = 0.85 f_{cd} [b h_0 + b_0 (y - h_0)]$$

$$M_d = M_0 + 0.85 f_{cd} b_0 (y - h_0) [d - 0.5(y - h_0) - h_0]$$

Sacando como incógnitas  $y$ ,  $U_{s1}$ .

-Si  $M_d > M_{d\lim}$ , necesitará armadura de compresión:

$$U_{s1} = U_{s2} + 0.85 f_{cd} [b h_0 + b_0 (0.5d - h)]$$

$$M_d = M_{d\lim} + U_{s2} (d - d')$$

Sacando como incógnitas  $U_{s1}$ ,  $U_{s2}$ .

## 8.1 COMPROBACIÓN DE SECCIONES EN T (FLEXIÓN SIMPLE)

- Se define

$$s_1 = \frac{1,25\sigma_{s1}h_0}{f_{yd}} \quad s_2 = \frac{1,25\sigma_{s2}h_0}{f_{yd}} \quad \beta = \frac{d}{2h_0} < 1$$

- Para  $U_{Tc} + U_{s1} s_1 + U_{s2} s_2 \geq 0$

Utilizar el caso rectangular considerando como ancho b del rectángulo el ancho de la cabeza comprimida b.

- Para  $U_{Tc} + U_{s1} s_1 + U_{s2} s_2 < 0$

-Para  $U_{s1} - U_{s2} \leq 0.425 f_{cd} b_0 h + \beta U_{Tc}$

$M_u = M_u^{eq} + U_{Ta}(d - 0.5 h_0)$  con  $M_{eq}$  el de la sección rectangular tomando como ancho  $b_0$  y capacidades equivalentes  $U_{s1}^{eq} = U_{s1} - U_{Ta}$ ;  $U_{s2}^{eq} = U_{s2}$ .

-Para  $U_{s1} - U_{s2} \leq 0.425 f_{cd} b_0 h + \beta U_{Tc}$

$M_u = M_u^{eq} - U_{Ta}(0.5 h_0 - d')$  con  $M_{eq}$  el de la sección rectangular tomando como ancho  $b_0$  y capacidades equivalentes  $U_{s1}^{eq} = U_{s1}$ ;  $U_{s2}^{eq} = U_{s2} + U_{Ta}$ .

Si tuviéramos momentos negativos, la cabeza de la sección en T estaría fisurada (esfuerzos de tracción en zona superior), de modo que sería equivalente a una sección rectangular de ancho  $b_0$ . Por tanto si la sección va a tener momentos de ambos signos, habría que diseñar la sección de forma distinta (por ejemplo, doble T).

Si la cabeza de la sección en T es muy ancha, puede que no trabaje toda (limitación de la dimensión b), la dimensión válida del ancho se llama ancho eficaz de la cabeza ( $b_e$ ) y debe cumplir:

$$b_e = b_0 + \left. \begin{array}{l} l_0 / 5 \text{ (alineación interior)} \\ l_0 / 10 \text{ (extremo alineación)} \end{array} \right\} (b)$$

$l_0$  = distancia entre los puntos de momento nulo.

## EJEMPLO

Sección en T, con:  $b = 1$ ;  $h = 1$ ;  $h_0 = 0.15$ ;  $b_0 = 0.25$ . Sestá solicitada por un momento:  $M = 400$  mKN.

La viga está en situación de exposición interior con humedades medias (IIa), y las características de los materiales son:  $f_{ck} = 30$  N/mm<sup>2</sup>;  $f_{yk} = 400$  N/mm<sup>2</sup>. El diámetro de armadura máximo es 20 y los cercos 8.

El recubrimiento mínimo será de 32 mm. La resistencia de cálculo del hormigón será:

$$f_{cd} = 30/1.5 = 20 \text{ N/mm}^2.$$

El momento mayorado:

$$M_d = 1.6 \times 400 = 640 \text{ mKN}.$$

Si la armadura cabe en una capa, el centro de gravedad de la armadura está del borde inferior de la sección a:

$$z = 305 + 0.8 + 1 = 5.3$$

y por tanto tendríamos el canto útil:

$$d = 1 - 0.053 = 0.947 \text{ m}.$$

**Estimamos la cantidad de armadura**, mediante la fórmula:  $CM = M_d/z$ ; donde CM es la capacidad mecánica de la armadura, y z es el brazo mecánico de la sección, que estimamos en 0.8h, así tenemos:

$$U_{s1} = 640/0.8 = 800 \text{ KN}$$

que corresponde aproximadamente a 8φ20.

Ahora que conocemos el número aproximado de barras que necesitaremos, podemos ver cuantas caben en 0.25 m y por tanto determinar el canto útil:

$$2 \times (3.5 + 0.8) + 2 \times (2n - 1) = 25 \text{ ----- } n = 4$$

$$z = (4 \times 5.3 + 4 \times (5.3 + 4)) / 8 = 7.3 \text{ cm}$$

$$d = 1 - 0.073 = 0.927 \text{ m}$$

**Calculando según el método del Anejo 8 de la norma:**

$$h_0/d = 0.15/0.927 = 0.16 < 0.5$$

así tenemos:

$$U_{Tc} = 0.85 f_{cd} b h_0 = 0.85 \times 20 \times 1 \times 1000 \times 0.15 = 2550 \text{ KN}$$

$$U_{Ta} = 0.85 f_{cd} (b - b_0) h_0 = 0.85 \times 20 \times 1000 \times (1 - 0.25) \times 0.15 = 1912.5 \text{ KN}$$

Se determina el valor de comparación:

$$U_{Tc} (d - 0.5 h_0) = 2550 (0.927 - 0.5 \times 0.15) = 2172.6 \text{ mKN}$$

Como  $M_d < 2172.6$ , la sección se calcula como si fuera rectangular con ancho b, que es el ancho de la cabeza comprimida.

$$U_0 = 0.85 f_{cd} b d = 0.85 \times 20 \times 1000 \times 1 \times 0.927 = 15759 \text{ KN}$$

$$M_d < 0.375 U_0 d = 0.375 \times 15759 \times 0.927 = 5478.2 \text{ mKN}$$

$$\underline{U_{s1}} = 15759 (1 - \sqrt{1 - 2 \times 640 / (15759 \times 0.927)}) = \underline{706.3 \text{ KN}}$$

Correspondiendo a 7 $\phi$ 20, resultado próximo al estimado. El resultado cumple todas las cuantías mínimas.

### Otro planteamiento

Calculamos el  $M_0$  para ver si las compresiones salen o no de la cabeza de la sección:

$$M_0 = 0.85 f_{cd} b h_0 (d - 0.5 h_0) = 0.85 \times 20 \times 1000 \times 1 \times 0.15 (0.93 - 0.15/2) = 2180.25 \text{ mKN} > M_d,$$

las compresiones no salen de la cabeza, por lo que la sección es equivalente a otra rectangular con ancho b.

$$M_d = 0.85 f_{cd} b y (d - 0.5y); 640 = 0.85 \times 20 \times 1000 \times y (0.93 - y/2) \text{ ----- } y = 0.0414$$

$$\underline{U}_{s1} = 0.85 f_{cd} b y = 0.85 \times 20 \times 1000 \times 1 \times 0.0414 = \underline{703.8 \text{ mKN}}$$

Correspondiendo a 7 $\phi$ 20,

## 9. Flexión compuesta esviada

Para elementos de sección rectangular y armadura constante se podrá realizar una comprobación separada, según los dos planos principales de simetría, si la excentricidad del axil se sitúa en la zona rayada de la figura. Esta situación se produce si se cumple alguna de las dos condiciones indicadas en la figura, donde  $e_x$  y  $e_y$  son las excentricidades de cálculo en la dirección de los ejes  $x$  e  $y$ , respectivamente.

Cuando no se cumplen las condiciones anteriores, podrá comprobarse el soporte esbelto si se cumple la siguiente condición:

$$\frac{M_{xd}}{M_{xu}} + \frac{M_{yd}}{M_{yu}} \leq 1$$

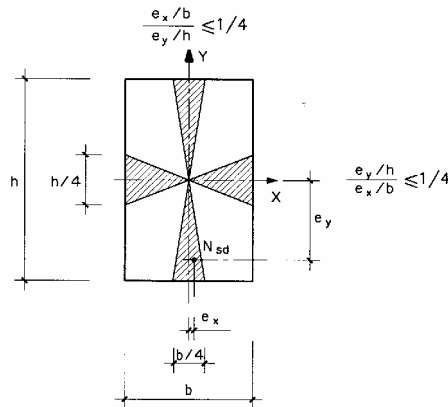
donde:

$M_{xd}$  Momento de cálculo, en la dirección  $x$ , en la sección crítica de comprobación, considerando los efectos de segundo orden.

$M_{yd}$  Momento de cálculo, en la dirección  $y$ , en la sección crítica de comprobación, considerando los efectos de segundo orden.

$M_{xu}$  Momento máximo, en la dirección  $x$ , resistido por la sección crítica.

$M_{yu}$  Momento máximo, en la dirección  $y$ , resistido por la sección crítica.



### 9.1 Dimensionamiento de secciones rectangulares (Flexión esviada simple o compuesta)

Para el caso de armaduras iguales en las cuatro caras o armaduras iguales en las cuatro esquinas, se reduce el problema a uno de flexión recta compuesta con excentricidad ficticia definida como

$$e'_y = e_y + \beta e_x \frac{h}{b} \quad \text{con } \frac{e_y}{e_x} \geq \frac{h}{b}$$

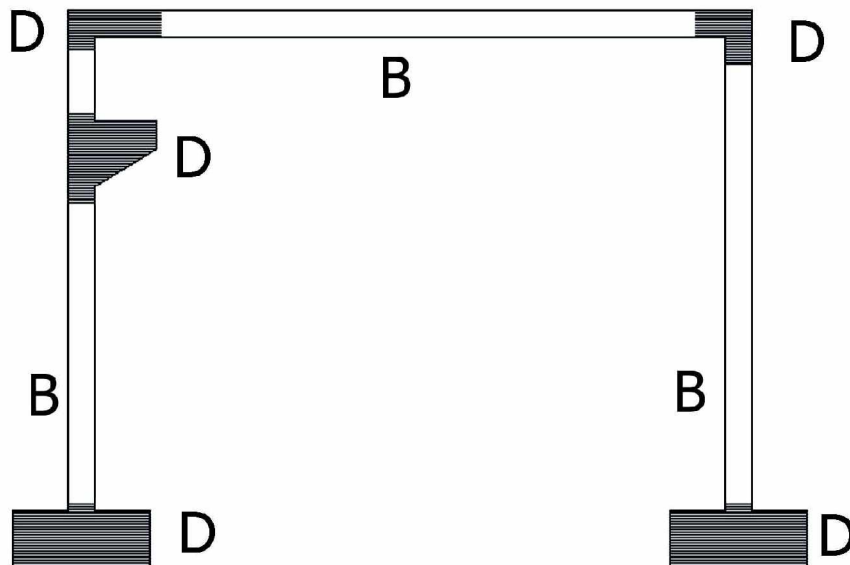
$v = N_d / b h f_{cd}$	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	$\geq 0,8$
$\beta$	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5

Para cuantías mecánicas  $\omega = U_s / U_c > 0,6$   $b$  se aumentará en 0,1 y para  $\omega < 0,2$  se disminuirá en 0,1.

## 10. ANÁLISIS DE REGIONES D

Son regiones D (regiones de discontinuidad) las estructuras o partes de una estructura en las que no sea válida la teoría general de flexión, es decir, donde no sean aplicables las hipótesis de Bernoulli-Navier o Kirchhoff. Por el contrario, las estructuras o partes de las mismas en que se cumplen dichas hipótesis se denominan regiones B.

Las regiones D existen en una estructura cuando se producen cambios bruscos de geometría o en zonas de aplicación de cargas concentradas y reacciones. Igualmente, una región D puede estar constituida por una estructura en su conjunto debido a su forma o proporciones (discontinuidad generalizada). Las vigas de gran canto o ménsulas cortas son ejemplos de discontinuidad generalizada.



### 10.1 Tipos de análisis estructural

Se admiten como métodos de análisis de esfuerzos los siguientes:

- Análisis lineal
- Método de las bielas y tirantes
- Análisis no lineal

#### 10.1.1 Análisis lineal

Puede adoptarse la teoría de la elasticidad. El análisis proporciona el campo de tensiones principales y de deformaciones. Las concentraciones de tensiones, como las que se



dan en las esquinas o huecos, pueden redistribuirse teniendo en cuenta los efectos de la fisuración, reduciendo la rigidez en las zonas correspondientes. El análisis lineal es válido tanto para comportamiento en servicio como para Estados Límite Últimos.

### 10.1.2 Análisis no lineal

Para un análisis más refinado, pueden tenerse en cuenta las relaciones tensodeformacionales no lineales de los materiales bajo estados multiaxiales de carga, utilizando un método numérico adecuado. En este caso, el análisis resulta satisfactorio para los Estados Límite de Servicio y Últimos.

### 10.1.3 Método de las bielas y tirantes

Este método consiste en sustituir la estructura, o la parte de la estructura que constituya la región D, por una estructura de barras articuladas, generalmente plana o en algunos casos espacial, que representa su comportamiento. Las barras comprimidas se definen como bielas y representan la compresión del hormigón. Las barras traccionadas se denominan tirantes y representan las fuerzas de tracción de las armaduras.

El modelo debe equilibrar los esfuerzos exteriores existentes en la frontera de la región D, cuando se trata de una zona de la estructura, las cargas exteriores actuantes y las reacciones de apoyo, en el caso de una estructura con discontinuidad generalizada. Este tipo de modelos, que suponen un comportamiento plástico perfecto, satisfacen los requerimientos del teorema del límite inferior de la teoría de la plasticidad y, una vez decidido el modelo, el de unicidad de la solución.

Este método permite la comprobación de las condiciones de la estructura en Estado Límite Último, para las distintas combinaciones de acciones establecidas en el Artículo 13º de la EHE, si se verifican las condiciones de las bielas, los tirantes y los nudos, de acuerdo con los criterios establecidos en el Artículo 40º de la EHE.

Las comprobaciones relativas al Estado Límite de Servicio, especialmente la fisuración, no se realizan explícitamente, pero pueden considerarse satisfechas si el modelo se orienta con los resultados de un análisis lineal y se cumplen las condiciones para los tirantes establecidas en el Artículo 40º de la EHE.

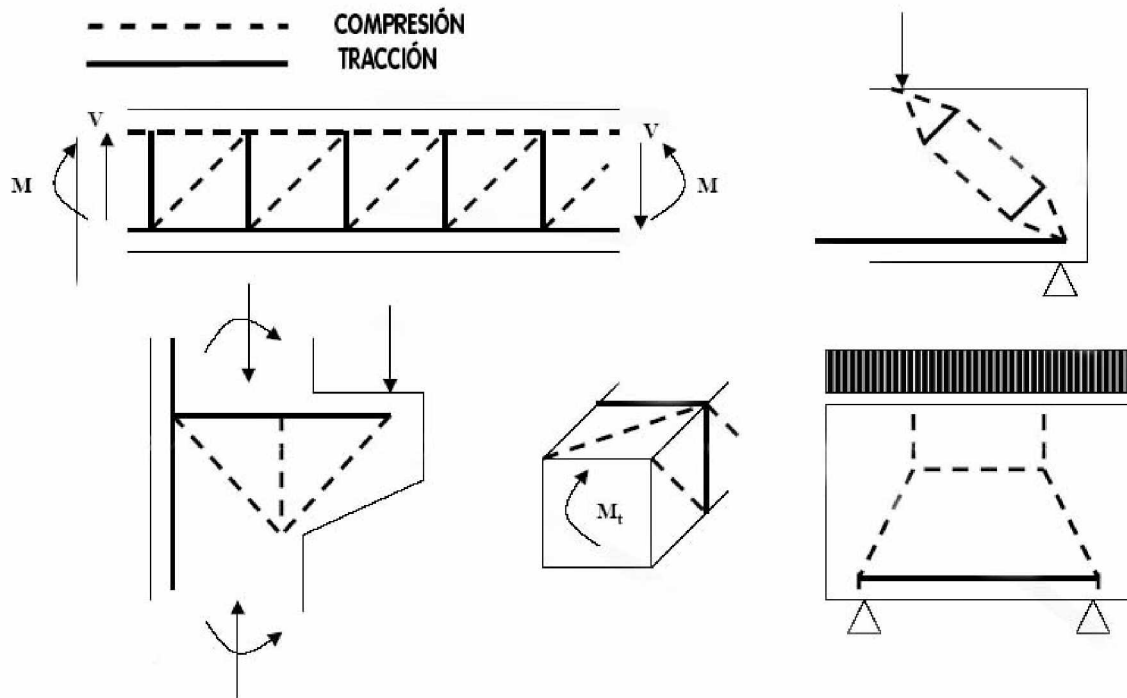
Es preferible utilizar modelos isostáticos.

La angulación de las bielas debe estar orientada en ángulos adecuado (alrededor de 45º en las diagonales, 0º en los cordones y 90º en los montantes).

Suelen ser más adecuados los modelos con tirantes de menor longitud.

Para la comprobación es necesario demostrar que los tirantes tiene capacidad mecánica suficiente para resistir las fuerzas que en ellos aparecen y en las bielas que la capacidad del hormigón (más eventuales barras de compresión) es también suficiente. Para ello es necesario conocer el ancho de la biela que la norma no define, dejándolo a la experiencia del calculista.

El método de los estados de tensión define el ancho de la biela como aquel que da lugar a una tensión en el hormigón igual a la de cálculo. Con ello es perfectamente posible el cálculo del sistema.



## 11. DISPOSICIÓN DE ARMADURAS LONGITUDINALES:

Deben cumplirse unos mínimos de armado: un mínimo mecánico (flexión simple y compuesta y compresión), que exige la norma con tal de evitar roturas frágiles de las piezas; y otro geométrico para coartar la retracción, referido al área bruta de hormigón.

- La armadura longitudinal, tanto resistente como de piel, ha de cumplir que la separación máxima entre dos barras longitudinales cumpla que:

- $s \leq 30 \text{ cm.}; s \leq 3e$  (con e el espesor bruto de la sección del elemento -ala o alma-en la que se encuentren)
- $s \geq 2 \text{ cm.}; s = \emptyset_{\max}; s = 1,25 D_{\max};$

- La armadura longitudinal de tracción debe cumplir también que

$$A_p f_{pd} + A_s f_{yd} \geq 0,25 \frac{W_1}{h} f_{cd}$$

con  $W_1$  el módulo resistente de la sección bruta relativo a la fibra más traccionada y el resto conocido.

- Para secciones de hormigón armado se admite un factor reductor de la cuantía mínima anterior definido por

$$\alpha = 1.5 - 1.95 A_s h f_{yd} / (f_{cd} W_1)$$

- En secciones rectangulares de hormigón armado la cuantía mecánica mínima es

$$A_s \geq 0.04 A_c f_{cd} / f_{yd} \quad ; \quad (U_{s1} \geq 0.04 f_{cd} b h)$$

con  $A_c$  el área de hormigón y

$$\alpha = 1.5 - 12.5 A_s h f_{yd} / (A_c f_{cd})$$

- Para flexión compuesta se recomienda una armadura mínima de compresión que cumpla

$$A'_s f_{yd} \geq 0.05 N_d$$

- Para secciones sometidas a compresión simple o compuesta, las armaduras principales de compresión deben cumplir

$$0.05 N_d \leq A'_{s1} f_{yd} \leq A_c f_{cd} \quad 0.05 N_d \leq A'_{s2} f_{yc,d} \leq 0.5 A_c f_{cd}$$

con  $f_{yc,d} = f_{yd} < 400 \text{ N/mm}^2$ .

- Para compresión simple con armadura simétrica las fórmulas anteriores quedan reducidas a

$$0.1 N_d \leq A'_s f_{yc,d} \leq A_c f_{cd}$$

con  $A'_s$  el área total de las armaduras.

$$A_p f_{pd} + A_s f_{yd} \geq 0.2 A_c f_{cd}$$

- Para evitar la fisuración debe disponerse una cuantía geométrica mínima definida por

$$A_p f_{pd} + A_s f_{yd} \geq \frac{\gamma}{1000} A_c f_{cd} \quad (A_{s1} \geq x / 1000 A_c)$$

con  $\gamma(x)$  definido por la siguiente tabla:

Tipo de elemento estructural		Tipo de acero	
		B 400 S	B 500 S
Pilares		4,0	4,0
Losas (*)		2,0	1,8
Vigas (**)		3,3	2,8
Muros (***)	Armadura horizontal	4,0	3,2
	Armadura vertical	1,2	0,9

(\*) Cuantía mínima de cada una de las armaduras, longitudinal y transversal repartida en las dos caras. Las losas apoyadas sobre el terreno requieren un estudio especial.

(\*\*) Cuantía mínima correspondiente a la cara de tracción. Se recomienda disponer en la cara opuesta una armadura mínima igual al 30% de la consignada. ( $A_{s2} = 0.3 A_{s1}$ )

(\*\*\*) La cuantía mínima vertical es la correspondiente a la cara de tracción. Se recomienda disponer en la cara opuesta una armadura mínima igual al 30% de la consignada. La armadura mínima horizontal deberá repartirse en ambas caras. Para muros vistos por ambas caras debe disponerse el 50% en cada cara. Para muros vistos por una sola cara podrán disponerse hasta 2/3 de la armadura total en la cara vista. En el caso en que se dispongan juntas verticales de contracción a distancias no superiores a 7,5 m, con la armadura horizontal interrumpida, las cuantías geométricas horizontales mínimas pueden reducirse a la mitad.

Además en una viga, la armadura longitudinal debe cumplir también: que al menos  $1/3$  de la armadura necesaria en la sección de máximo momento positivo, debe llegar al apoyo si éste es extremo, y  $1/4$  si es intermedio.

## BIBLIOGRAFIA

*EHE. Instrucción de Hormigón Estructural.*

Ed. Ministerio de Fomento (1998)

Luis Felipe Rodríguez Martín

*Curso de Hormigón Armado Según la EH – 82*

Ed. Colegio Oficial de Arquitectos de Madrid. (1983)

Alvaro García Meseguer

*Hormigón Armado.*

Ed. Escuela de la edificación (UNED).(1994)

Jiménez Montoya, A. García Meseguer, F. Morán Cabré

*Hormigón Armado*

Ed. Gustavo Gili

José Calavera Ruiz

*Proyecto y Cálculo de Estructuras de Hormigón*

Ed. INTEMAC. (1999)

Normas EHE 98, RC97 y NBE AE-88.

L. Gracia, M. Doblaré

*Dimensionado y comprobación de secc. mediante el diagrama parábola-rectángulo*

Copy Center

L. Gracia, M. Doblaré.

*Problemas de hormigón armado y pretensado*

Serv.Publ. Univ. de Zaragoza.

Montoya, García y Morán.

*Hormigón Armado*

Ed. Gustavo Gili

Lacroix y Fuentes.

*Hormigón pretensado. Concepción, cálculo y ejecución*

Ed. Técnicos.

Calavera, J.:

*Cálculo de estructuras de cimentación*

Intemac, 1992.

Leonhardt, F.

*Hormigón pretensado*

Instituto Eduardo Torroja.

## **LECCIÓN 6.**

# **LAS TENSIONES TANGENCIALES EN EL HORMIGÓN: EL ESTUDIO DEL CORTANTE Y EL PUNZONAMIENTO.**

**INDICE:**

- 1-. Introducción: tensiones tangenciales.
- 2-. El cortante.
  - 2.1.- Introducción.
    - 2.1.1.-Analogía de la celosía.
  - 2.2.- Dimensionamiento práctico de las armaduras de cortante en elementos lineales.
    - 2.2.1.- Notaciones y símbolos.
    - 2.2.2.- Sección de cálculo.
    - 2.2.3.- Esfuerzo cortante efectivo.
    - 2.2.4.- Comprobaciones y cálculo de la sección.
  - 2.3.- Armadura mínima de cortante y criterios de armado.
  - 2.4.- Interacción cortante-flexión (decalaje de las leyes de esfuerzos).
  - 2.5.- Resumen procedimiento de dimensionado y armado de una pieza.
  - 2.6.- Ejemplo práctico.
  - 2.7.- Ejemplos de representación en planos de estructuras.
    - 2.7.1.- Ejemplos de armados y detalles.
- 3-. El punzonamiento.
  - 3.1.- Introducción.
  - 3.2.- Dimensionamiento práctico de las armaduras de punzonamiento.
    - 3.2.1.- Notaciones y símbolos.
    - 3.2.2.- Sección de cálculo.
    - 3.2.3.- Esfuerzo de punzonamiento efectivo.
    - 3.2.4.- Comprobaciones y cálculo de la sección.



3.3.- Armadura mínima de punzonamiento y criterios de armado.

3.4.- Resumen procedimiento de dimensionado y armado de una pieza.

3.5.- Ejemplo práctico.

3.6.- Ejemplos de armados y detalles.

3.6.1.- Losas.

3.6.2.- Forjados.

3.6.3.- Cimentaciones.

4.- Bibliografía.

## 1.-INTRODUCCIÓN: TENSIONES TANGENCIALES

En la realidad prácticamente no podemos encontrar estados de cortadura pura, no obstante hay muchos casos en los que se pueden despreciar los efectos de la flexión existente, por ser de segundo orden.

En un estado de cortadura pura, las tensiones tangenciales  $\zeta$  se obtienen de dividir el cortante, es decir, la fuerza que actúa contenida en el plano, por el área donde se desarrolla.

$\zeta = V/A$  la sección estará en condiciones de estabilidad siempre que:  
 $\zeta_d$  (de diseño) <  $\zeta_{ad}$  (admisible)

En el caso de los materiales que afectan a las estructuras habituales de edificación tenemos que las tensiones tangenciales admisibles vienen dadas por:

**Acero:**  $\zeta_{ad} = f_{yd}/\sqrt{3}$

**Hormigón:** (antiguo planteamiento de la EH-91)  $f_{cv} = 0,16 \cdot \sqrt{f_{cd}}$   
 Actualmente la EHE supone:  $f_{cv} = 0,12 \cdot \xi \cdot (100 \cdot \rho_1 \cdot f_{ck})^{1/3}$

En realidad esta expresión podría simplificarse en las estructuras de la edificación por:

$$f_{cv} = 0,126 \cdot \xi \cdot (f_{ck})^{1/3}$$

En el caso de los forjados habitualmente empleados en la edificación, donde  $d$  se mueve en torno a 250 mm, esta expresión podría simplificarse a:

$$f_{cv} = 0,24 \cdot (f_{ck})^{1/3}$$

**Hormigón armado:** su expresión es más compleja, ya que se compone de la suma de la resistencia del hormigón más la resistencia de la armadura de punzonamiento. Su expresión queda reflejada en el apartado de dimensionamiento práctico.

(ver notaciones y símbolos)

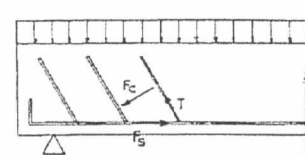
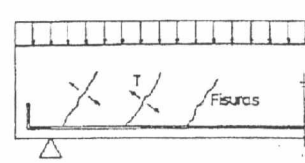
## 2.-EL CORTANTE:

### 2.1.-INTRODUCCIÓN:

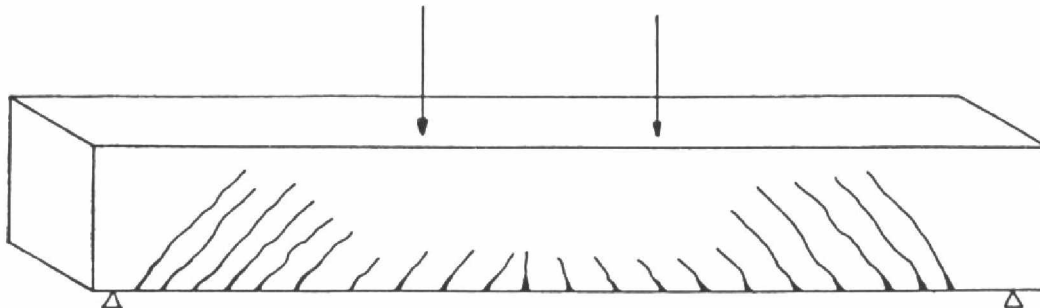
Todavía no se ha elaborado una teoría que permita el análisis simultáneo a flexión y a cortante.

En una viga sometida a flexión la función de conexión entre la zona que trabaja a compresión y la zona que trabaja a tracción la realiza el alma, a través de los esfuerzos cortantes.

Mientras en la flexión se analiza la pieza sección a sección, en el cortante se analiza por regiones.

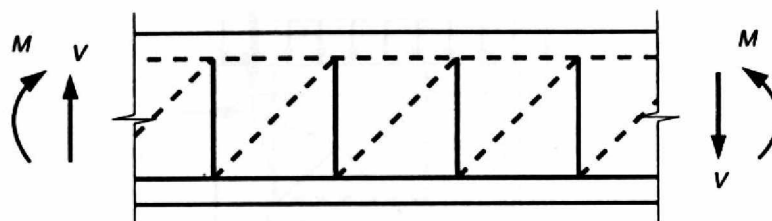


Las deformaciones por cortante no se perciben, por lo que la rotura es brusca.



Para el análisis de las piezas a esfuerzo cortante se utiliza la “teoría de las bielas y tirantes”.

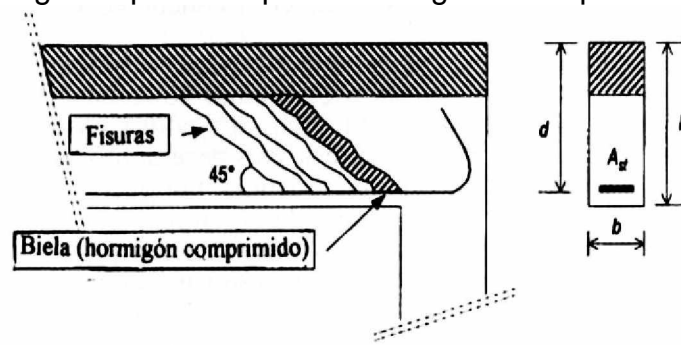
El método consiste en sustituir la estructura o parte de ella por una estructura de barras articuladas, generalmente plana, que representa su comportamiento. Llamamos bielas a las barras comprimidas, que representan la compresión del hormigón, y tirantes a las traccionadas, que representan las armaduras.



Es aconsejable plantear el modelo de barras teniendo en cuenta la distribución de tensiones que se obtiene en un análisis lineal, orientando las bielas comprimidas de acuerdo con las orientaciones de las tensiones principales de compresión y los tirantes con las tensiones principales de tracción, adaptándose a las disposiciones de armadura posibles en el elemento estructural.

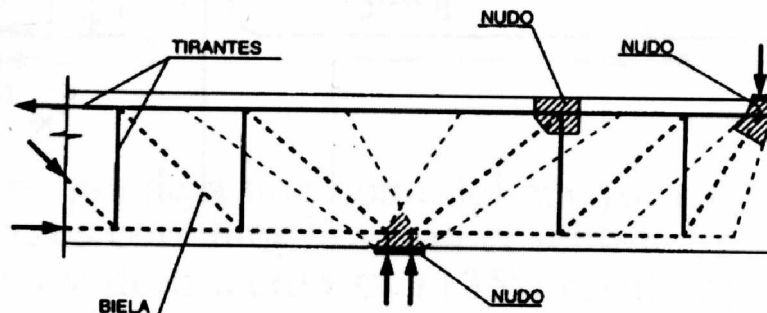
Las tensiones de tracción no las absorberá el hormigón, sino que precisará de una armadura transversal para resistirlas. Si ésta no existe aparecerán fisuras

con una inclinación aproximada de  $45^\circ$ , entre las cuales se configuran las bielas cuyo hormigón sí puede soportar la fatiga de compresión.



### 2.1.1.-ANALOGÍA DE LA CELOSÍA

Para describir cómo se organizan los esfuerzos internos de una viga sometida a esfuerzo cortante es válida la analogía de la celosía de Ritter-Mörsch, según la cual, al añadir cercos (o armadura transversal) la viga trabajará como una celosía formada por un cordón superior de compresión, fundamentalmente de hormigón o de hormigón armado, un cordón inferior de tracción constituido por armadura de flexión, unas bielas inclinadas y articuladas trabajando a compresión a través del hormigón del alma y unos tirantes verticales o inclinados trabajando a tracción. Esta analogía necesita que las armaduras transversales se anclen adecuadamente formando nudos.



A partir de la experiencia se ha demostrado que este mecanismo resulta bastante conservador por 4 razones:

- 1- prescinde de la capacidad resistente del hormigón a tracción
- 2- el cordón superior de hormigón no figurado tiene una cierta capacidad resistente a cortante.
- 3- las bielas de compresión no se encuentran articuladas
- 4- la cabeza comprimida no es del todo horizontal sino inclinada y absorbe parte del esfuerzo cortante.

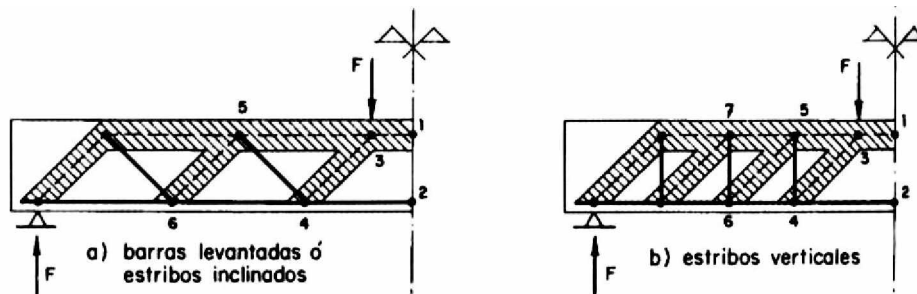
A partir del mecanismo anterior y planteando el estudio del cortante a través del equilibrio de bloque comprimido haciendo intervenir el esfuerzo rasante, se puede desarrollar la Regla de Cosido en la que se basa el dimensionamiento a cortante de la actual normativa española.

Dicha regla constituye una teoría general o modelo de comportamiento de una superficie, en principio plana, sometida a tensiones tangenciales en su plano. Las tensiones tangenciales que actúan en este plano constituyen la sollicitación

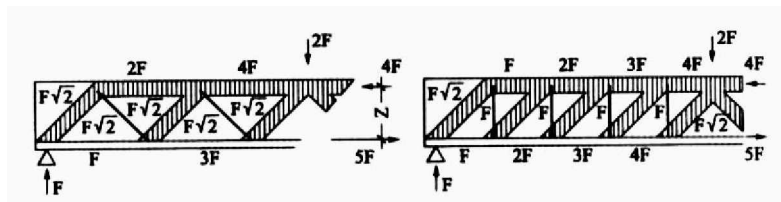
que se conoce como esfuerzo rasante y requiere, cuando el hormigón ya no resiste a tracción, la existencia de una armadura que atraviese y cosa dicho plano.

La colocación de esta armadura viene fijada por el proyectista, que diseña su colocación y su inclinación con respecto al plano donde actúan las tensiones tangenciales. Sin embargo, esta inclinación se desarrolla en la realidad sin que conozcamos con precisión su valor, por lo que en la práctica se utilizan unas disposiciones estándar.

Los dos tipos de soluciones utilizadas en edificación son las de barras inclinadas a 45° y las de estribos verticales:



Observando los esfuerzos que soportaría cada elemento en ambas vigas, las barras inclinadas soportan  $F\sqrt{2}$  mientras que los estribos soportan  $F$ . A partir de este dato podría parecer que la solución de barras inclinadas es más económica, pero teniendo en cuenta la longitud de las barras nos encontramos en que ambas soluciones necesitan la misma cantidad de acero.



Actualmente toda la industria de la construcción se ha inclinado por las barras verticales con geometrías diversas, siendo la solución más utilizada la de estribos verticales por simplicidad constructiva.

## 2.2.-DIMENSIONAMIENTO PRÁCTICO DE LAS ARMADURAS DE CORTANTE EN ELEMENTOS LINEALES

### 2.2.1.-NOTACIONES Y SÍMBOLOS

<p> <math>b_0</math> = anchura neta mínima (ver sección de cálculo) (mm)  <math>d</math> = canto útil (mm)  <math>f_{cd} = f_{ck}/\gamma_c</math> (N/mm<sup>2</sup>)  <math>f_{cv} = 0,16 \cdot \sqrt{f_{cd}}</math> (tensión tangencial admisible del hormigón)  <math>f_{1cd} = 0,60 f_{cd}</math> (N/mm<sup>2</sup>)  <math>K</math> = coeficiente de reducción por efecto del esfuerzo axial  <math>k = (5/3) \cdot [1 + (\sigma'_{cd}/f_{cd})] \leq 1</math>  <math>\sigma'_{cd}</math> = tensión axial efectiva en la sección (tracción positiva)  <math>\sigma'_{cd} = N_d/A_c</math>  <math>\alpha</math> = ángulo de las armaduras con el eje de la pieza  <math>\theta</math> = ángulo entre las bielas de compresión del hormigón y el eje de la pieza.  <math>0,5 \leq \text{Cotg}\theta \leq 2</math>  <math>\xi = 1 + \sqrt{(200/d)}</math> (d en mm)  <math>\rho_1 = A_s/b_0 \cdot d \leq 0,02</math> (cuantía geométrica de la armadura longitudinal traccionada)  <math>A_\alpha = (n \cdot A_{\emptyset})/s</math>    <math>n</math> = número de ramas (1 estribo = 2 ramas)  <math>A_{\emptyset}</math> = área de la armadura del estribo (mm<sup>2</sup>)  <math>s</math> = separación entre estribos <math>S_t</math> (mm)  <math>f_{y\alpha,d} = f_{yk}/\gamma_s</math> (N/mm<sup>2</sup>)  <math>z = 0,9d</math> (brazo mecánico)  <math>\beta = (2 \cdot \text{cotg}\theta - 1)/(2 \cdot \text{cotg}\theta_e - 1)</math>    si <math>0,5 \leq \text{cotg}\theta \leq 2 \cdot \text{cotg}\theta_e</math>  <math>\beta = (\text{cotg}\theta - 2)/(\text{cotg}\theta_e - 2)</math>    si <math>\text{cotg}\theta_e \leq \text{cotg}\theta \leq 2</math>  <math>\theta_e</math> = ángulo de referencia de inclinación de las fisuras  <math>0,5 \leq \text{cotg}\theta_e \leq 2</math>    <math>\text{cotg}\theta_e = \sqrt{[f_{ct,m}^2 - f_{ct,m} \cdot (\sigma_{xd} + \sigma_{yd}) + \sigma_{xd} \cdot \sigma_{yd}] / (f_{ct,m} - \sigma_{yd})}</math>  <math>f_{ct,m}</math> = resistencia media a tracción del hormigón considerada como positiva  <math>\sigma_{xd}, \sigma_{yd}</math> = tensiones normales de cálculo  <math>\emptyset_t</math> = diámetro del estribo                 </p>
--

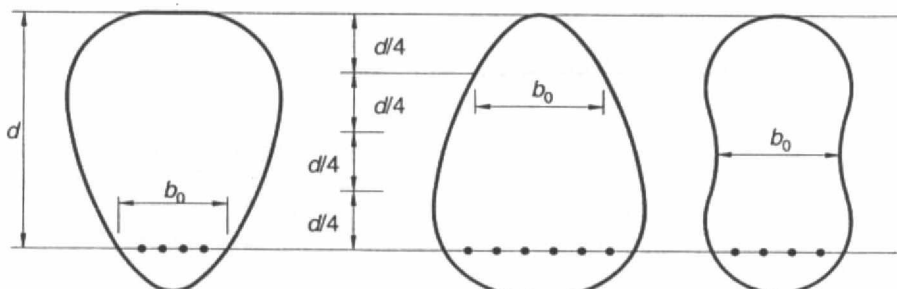
### 2.2.2.-SECCIÓN DE CÁLCULO:

Para la comprobación de  $V_{u1}$  se utilizará la sección situada en el borde del apoyo.

Para la comprobación de  $V_{u2}$  se utilizará la sección situada a “d” del borde del apoyo.

Por el lado de la seguridad se recomienda utilizar la sección situada en el borde del apoyo.

Si la sección de cálculo tiene el alma variable se adoptará como  $b_0$  el menor ancho dentro de los  $3/4d$  contados desde la armadura traccionada.



**2.2.3.-ESFUERZO CORTANTE EFECTIVO: (Art.44.2.2.EHE)**

$$V_{rd} = V_d + V_{pd} + V_{cd}$$

$V_d$  = producido por las acciones externas

$V_{pd}$  = componente de la fuerza de pretensado paralela a la sección de cálculo

$V_{cd}$  = componente de las fuerzas normales paralela a la sección de cálculo, en piezas de sección variable.

En edificación se suele considerar sólo  $V_d$

**2.2.4.-COMPROBACIONES Y CÁLCULO DE LA SECCIÓN: (Art.44.2.3.EHE)**

Se comprobará que la sección armada resiste el esfuerzo cortante efectivo tanto a compresión oblicua del alma ( $V_{u1}$ ) como a agotamiento por tracción ( $V_{u2}$ ).

$V_{rd} \leq V_{u1}$  (en caso de ser mayor deberá aumentarse la sección de hormigón.)

$V_{rd} \leq V_{u2}$  (en caso de ser mayor se deberá colocar más armadura de cortante o fijar una separación menor.)

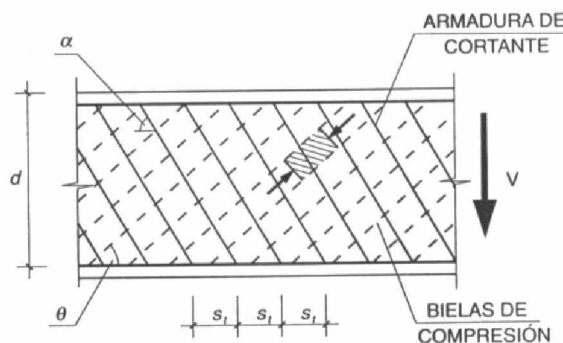
Fórmulas generales para todos los casos y variables según la EHE:

$$V_{u1} = K \cdot f_{1cd} \cdot b_0 \cdot d \cdot (\cotg\theta + \cotg\alpha) / (1 + \cotg^2\theta)$$

$V_{u2} = [0,12 \cdot \xi \cdot (100 \cdot \rho_1 \cdot f_{ck})^{1/3} - 0,15 \cdot \sigma'_{cd}] \cdot b_0 \cdot d$  (en piezas sin armadura de cortante)  
 En piezas con armadura de cortante  $V_{u2} = V_{su} + V_{cu}$

$$V_{su} = z \cdot \text{sen}\alpha \cdot (\cotg\alpha + \cotg\theta) \cdot \sum A_\alpha \cdot f_{y\alpha,d}$$

$$V_{cu} = [0,1 \cdot \xi \cdot (100 \cdot \rho_1 \cdot f_{ck})^{1/3} - 0,15 \cdot \sigma'_{cd}] \cdot b_0 \cdot d \cdot \beta$$



Para estructuras de edificación con dimensiones y sollicitaciones habituales se simplifican los cálculos de  $V_{u1}$  y  $V_{u2}$  a las siguientes expresiones (en  $N/mm^2$ ):

$$V_{u1} = 0,3 \cdot f_{cd} \cdot b_0 \cdot d$$

$V_{u2} = [0,12 \cdot \xi \cdot (100 \cdot \rho_1 \cdot f_{ck})^{1/3}] \cdot b_0 \cdot d$  (considerando sólo resistencia del hormigón  $V_{cu}$ )

En caso de no cumplirse  $V_{rd} \leq V_{u2}$  se calculará la armadura necesaria ( $V_{u2} = V_{cu} + V_{su}$ )

$$V_{su} = V_{rd} - V_{cu} \text{ (en este caso } V_{cu} = [0,1 \cdot \xi \cdot (100 \cdot \rho_1 \cdot f_{ck})^{1/3}] \cdot b_0 \cdot d \text{)}$$

$$V_{su} = A_{\alpha} \cdot f_{y\alpha,d} \cdot 0,9 \cdot d \text{ (para } \alpha=90^{\circ} \text{ en caso de ser } \alpha=45^{\circ} \text{ } V_{cu} = A_{\alpha} \cdot f_{y\alpha,d} \cdot 0,9 \cdot \sqrt{2} \cdot d \text{)}$$

$$A_{\alpha} \cdot f_{y\alpha,d} \cdot 0,9 \cdot d = V_{rd} - [0,1 \cdot \xi \cdot (100 \cdot \rho_1 \cdot f_{ck})^{1/3}] \cdot b_0 \cdot d$$

Tabla de esfuerzo cortante de agotamiento  $A_{\alpha} \cdot f_{y\alpha,d} \cdot 0,9 \cdot d$  que absorben los estribos de dos ramas, en KN.

B400S	Estribos de dos ramas			
s/d	2Ø5	2Ø6	2Ø8	2Ø10
0.10	122.9	177.0	314.7	491.7
0.15	82.0	118.0	209.8	327.8
0.20	61.5	88.5	157.4	245.9
0.25	49.2	70.8	125.9	196.7
0.30	41.0	59.0	104.9	163.9
0.35	35.1	50.6	89.9	140.5
0.40	30.7	44.3	78.7	122.9
0.45	27.3	39.3	69.9	109.3
0.50	24.6	35.4	62.9	98.3
0.55	22.4	32.2	57.2	89.4
0.60	20.5	29.5	52.5	82.0
0.65	18.9	27.2	48.4	75.6
0.70	17.6	25.3	45.0	70.2
0.75	16.4	23.6	42.0	65.6

B500S	Estribos de dos ramas			
s/d	2Ø5	2Ø6	2Ø8	2Ø10
0.10	141.4	203.6	361.9	565.5
0.15	94.2	135.7	241.3	377.0
0.20	70.7	101.8	181	282.7
0.25	56.5	81.4	144.8	226.2
0.30	47.1	67.9	120.6	188.5
0.35	40.4	58.2	103.4	161.6
0.40	35.3	50.9	90.5	141.4
0.45	31.4	45.2	80.4	125.7
0.50	28.3	40.7	72.4	113.1
0.55	25.7	37.0	65.8	102.8
0.60	23.6	33.9	60.3	94.2
0.65	21.7	31.3	55.7	87.0
0.70	20.2	29.1	51.7	80.8
0.75	18.8	27.1	48.3	75.4

El método establecido por la EHE no sólo conlleva unos cálculos complejos para el establecimiento de la armadura de cortante, con dependencia de múltiples factores como la armadura longitudinal de flexión, sino que sus valores son muy conservadores, en relación con otras normativas a nivel mundial como por ejemplo la norma del código ACI-318 americano.

Determinados autores recomiendan para los cálculos manuales de las piezas lineales a cortante los siguientes valores:

$$f_{cv} = 0,16 \cdot \sqrt{f_{cd}} \text{ en (N/mm}^2\text{)}$$

$$\text{ó bien } f_{cv} = 0,145 \cdot \sqrt{f_{ck}} \text{ en (N/mm}^2\text{)} \text{ según el código ACI-318.}$$

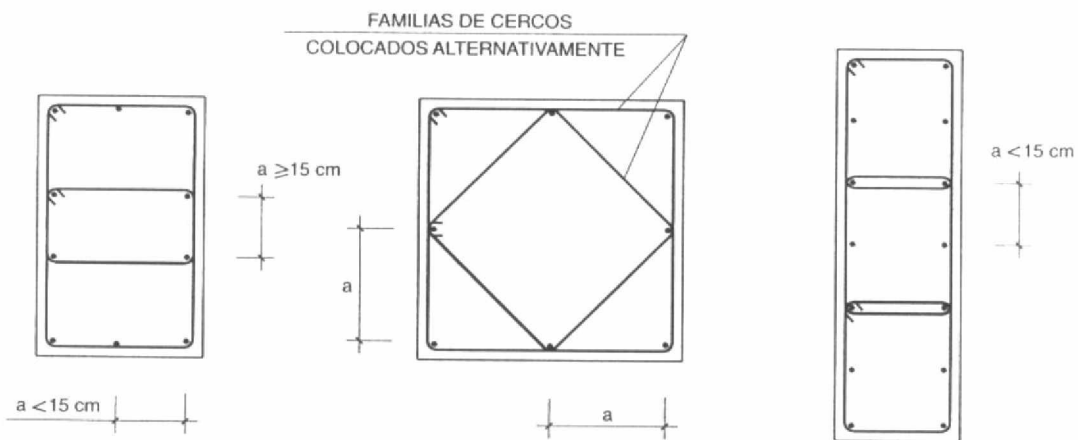


### 2.3.-ARMADURA MÍNIMA DE CORTANTE Y CRITERIOS DE ARMADO: (Art.44.2.3.4. y 42.3.1.EHE)

En caso de armaduras pasivas en compresión, y para evitar problemas de inestabilidad de las mismas se establece:

$$\begin{aligned} \varnothing_t &\geq \frac{1}{4} \varnothing_{\text{máx comp.}} \\ S_t &\leq 15 \varnothing_{\text{mín comp.}} \end{aligned}$$

Estarán sujetas 1 de cada 2 barras consecutivas de la misma cara.  
Estarán sujetas todas las barras que se dispongan a una distancia mayor de 15 cm respecto a las armaduras consecutivas.



En caso de piezas comprimidas:

$$\begin{aligned} S_t &\leq 30 \text{ cm.} \\ S_t &< \text{menor dimensión del elemento.} \end{aligned}$$

En todos los casos:

$$\begin{aligned} S_t &\leq 0,8 \cdot d \leq 300 \text{ mm. (si } V_{rd} \leq V_{u1}/5) \\ S_t &\leq 0,6 \cdot d \leq 300 \text{ mm. (si } V_{u1}/5 < V_{rd} \leq 2 \cdot V_{u1}/3) \\ S_t &\leq 0,3 \cdot d \leq 200 \text{ mm. (si } V_{rd} > 2 \cdot V_{u1}/3) \end{aligned}$$

Cuantía mínima:

$$A_\alpha \cdot f_{y\alpha,d} / \text{sen} \alpha \leq 0,02 \cdot f_{cd} \cdot b_0$$

de forma práctica se traduce en:

$$\begin{aligned} n \cdot A_b \cdot f_{yd} / s &\leq 0,02 \cdot f_{cd} \cdot b_0 && \text{(para armaduras a } 90^\circ) \\ n \cdot A_b \cdot f_{yd} / s &\leq (0,02 / \sqrt{2}) \cdot f_{cd} \cdot b_0 && \text{(para armaduras a } 45^\circ) \end{aligned}$$

Siendo:

n = número de ramas transversales situadas en el mismo plano de área.

$A_b$  = área de la barra de la armadura de cortante  
 $s$  = separación entre estribos

Tabla de valores de  $A_\alpha \cdot f_{y\alpha,d}$  en N.

B400S	Separación (mm)		
Cercos	200	250	300
1Ø6	98.3	78.7	65.6
1Ø8	174.8	139.9	116.6
1Ø10	273.2	218.5	182.1
2Ø6	196.7	157.4	131.1
2Ø8	349.7	279.7	233.1
2Ø10	546.4	437.1	364.2

B500S	Separación (mm)		
Cercos	200	250	300
1Ø6	122.9	98.3	81.9
1Ø8	218.5	174.8	145.7
1Ø10	341.5	273.2	227.7
2Ø6	245.9	196.7	163.9
2Ø8	437.1	349.7	291.4
2Ø10	682.9	546.4	455.3

Disposiciones constructivas:

- Se prolongará la colocación de cercos o estribos en una longitud “d/2” a partir de la sección en la que no sean necesarios.
- En los apoyos, los cercos o estribos se dispondrán hasta el borde de los mismos.
- La armadura de cortante formará un ángulo de entre 45° y 90° con el eje longitudinal de la pieza, inclinadas en el sentido de la tensión principal de tracción.
- Al menos 1/3 de la armadura necesaria, y en todo caso la cuantía mínima se dispondrá en estribos que formen 90° con el eje longitudinal de la pieza.

Con objeto de tener controlada una hipotética figuración debida al cortante, se tendrán que cumplir también las siguientes limitaciones, partiendo de los valores que se obtengan de  $\lambda$ .

$$\lambda = [(V_{rd} - 3V_{cu}) / (A_\alpha \cdot d)] \cdot \text{sen} \alpha \quad (\text{en N/mm}^2)$$

En edificación  $V_{rd} = V_d$  y  $\text{sen} \alpha = \text{sen} 90^\circ = 1$  (estribos)

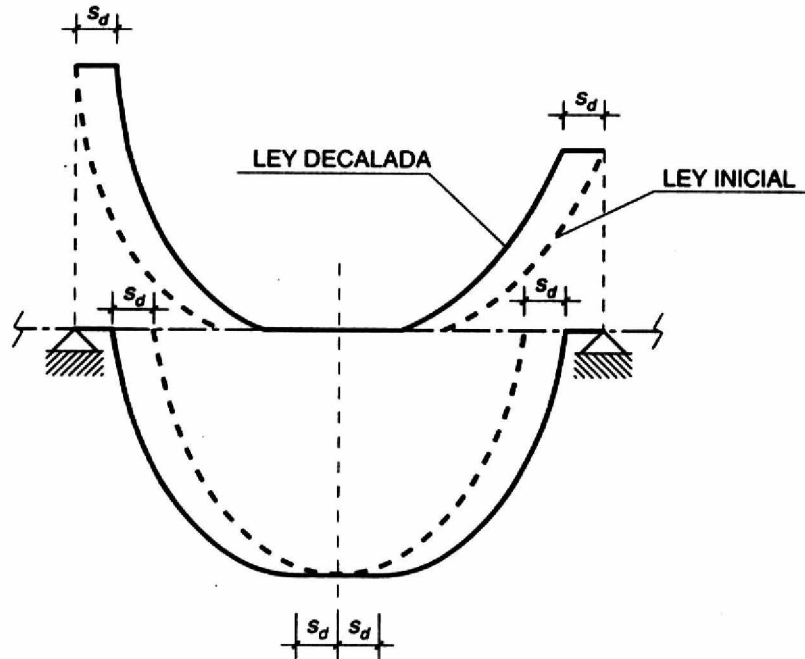
Con  $A_\alpha = n \cdot A_b / s$  la expresión de  $\lambda$  se convierte en:

$$\lambda = s \cdot (V_d - 3V_{cu}) / (n \cdot A_b \cdot d) \quad (\text{en N/mm}^2)$$

Separación entre estribos de vigas para el control de la figuración	
$\lambda$ en N/mm <sup>2</sup>	Separación entre estribos mm
<50	300
75	200
100	150
150	100
200	50

## 2.4.-INTERACCIÓN CORTANTE-FLEXIÓN (DECALAJE DE LAS LEYES DE ESFUERZOS):

Según la EHE, se debe decalar un canto las leyes de momento alargando las barras de tracción en el sentido más desfavorable para tener en cuenta el efecto de la fisuración oblicua debida al cortante.



A pesar de suponer en todos los métodos de cálculo en un sólo factor  $V_{cu}$  el cortante resistido por la sección de hormigón, en la realidad son diversos los factores que contribuyen a resistirlo (cortante por hormigón comprimido no figurado + cortante por rozamiento entre los labios de la fisura + cortante por resistencia transversal de las armaduras + cortante por tracción en las armaduras de cortante)

La interacción entre los esfuerzos de flexión y de cortante suponen un incremento de tracción en la armadura traccionada, tanto mayor cuanto menor sea la armadura de corte dispuesta y cuanto más ortogonal sea.

La instrucción EHE por simplicidad operativa, en lugar de calcular directamente la armadura de tracción necesaria, decala la ley de momentos un canto, aumentando la armadura de flexión de forma indirecta.

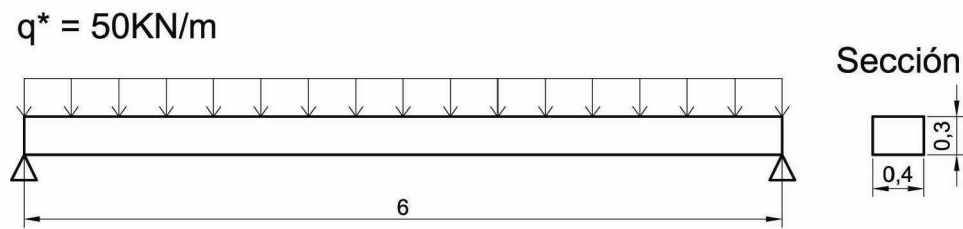
Esta regla de decalar la ley de momentos queda en cualquier caso del lado de la seguridad, a la vez que simplifica el obtención de la armadura necesaria.

**2.5.-RESUMEN PROCEDIMIENTO DE DIMENSIONADO Y ARMADO DE UNA PIEZA:**

1. Resolución de la estructura, obtención del diagrama de esfuerzos cortantes mayorados  $V_d$ .
2. Cálculo del agotamiento por compresión del alma  $V_{u1}$  y comparación con  $V_d$
3. Cálculo del agotamiento por tracción  $V_{u2}$  (sólo hormigón) y comparación  $V_d$ .
4. Fijar  $S_t$  máxima y  $\emptyset_{\min}$  con disposiciones constructivas y cuantía mínima.
5. Cálculo del agotamiento por tracción del alma  $V_{u2}$  con la armadura mínima y comparación con  $V_d$ .
6. Cálculo de zonas con esfuerzos mayores a los absorbidos por la cuantía mínima, a partir de los diagramas de esfuerzos cortantes y de  $V_{u2}$  anterior.
7. Nuevo cálculo de  $S_t$  y  $\emptyset$  en estas zonas para que  $V_{u2} \geq V_d$
8. Comprobaciones de cuantía mínima y disposiciones constructivas.
9. Armado de la pieza con zonas de estribado distinto.

## 2.6.-EJEMPLO PRÁCTICO:

A partir de la siguiente estructura calcular a esfuerzos cortantes:



Materiales utilizados: HA-25/20/B/I y B-400S

$$f_{ck} = 25 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{yk} = 400 \text{ N/mm}^2$$

Tenemos la sección de hormigón:

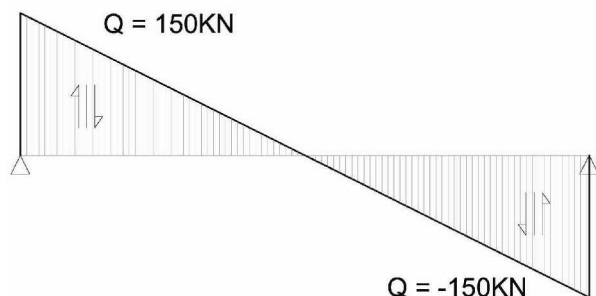
$$h = 300 \text{ mm}$$

$$d = 270 \text{ mm}$$

$$b_0 = 400 \text{ mm}$$

El esfuerzo mayorado de cálculo es:

$$V_d = 150 \text{ KN}$$



Resistencia a compresión del alma:

$$V_{u1} = 0,3 \cdot f_{cd} \cdot b_0 \cdot d = 0,3 \cdot (25/1,5) \cdot 400 \cdot 270 = 540 \text{ KN}$$

Por tanto tenemos que  $V_{u1} > V_{rd}$  (se cumple la comprobación a compresión del alma)

Resistencia a tracción (sólo sección de hormigón):

$$V_{u2} = [0,12 \cdot \xi \cdot (100 \cdot \rho_1 \cdot f_{ck})^{1/3}] \cdot b_0 \cdot d = [0,12 \cdot 1,86 \cdot (100 \cdot 0,006 \cdot 25)^{1/3}] \cdot 400 \cdot 270 = 59,45 \text{ KN}$$

$$\xi = 1 + \sqrt{(200/d)} \quad (d \text{ en mm}) = 1 + \sqrt{(200/270)} = 1,86$$

Consideramos una cuantía longitudinal  $\rho_1 = 0,006$

Como  $V_{u2} < V_{rd}$  habrá que calcular la armadura a cortante.

$$V_{u2} = V_{cu} + V_{su} > V_d$$

$$V_d = 150 \text{ KN} \quad V_{cu} = (0,10/0,12) \cdot 59,45 = 49,54 \text{ KN}$$

$$V_{su} = V_d - V_{cu} = 150 - 49,54 = 100,45 \text{ KN}$$

Armadura mínima y separación máxima de estribos:

Separación:

$$V_d = 150 \text{ KN}$$

$$V_{u1}/5 = 540/5 = 108 \text{ KN}$$

$$2V_{u1}/3 = 2 \cdot 540/3 = 360 \text{ KN}$$

Como  $108 < 150 < 360$  y según Art.44.2.3.4 EHE  $S_t \leq 0,6 \cdot d = 0,6 \cdot 270 = 162 \text{ mm}$

Cuantía:  $A_{\alpha} \cdot f_{y\alpha,d} \leq 0,02 \cdot f_{cd} \cdot b_0 \rightarrow \text{con } \varnothing 6 \text{ mm} \rightarrow S_t = 73 \text{ mm}$

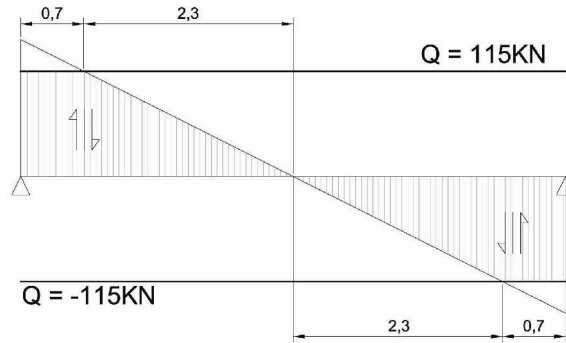
$\rightarrow \text{con } \varnothing 8 \text{ mm} \rightarrow S_t = 130 \text{ mm}$

Tomamos como estribado mínimo  $\varnothing 8/130$  mm

A partir de este armado tendríamos una resistencia  $V_{su} = 65,7$  KN

Si obtenemos  $V_{u2} = V_{su} + V_{cu} = 65,7 + 49,54 = 115,24$  KN. tenemos que con el armado mínimo podemos cubrir el siguiente tramo:

150 KN  $\rightarrow$  3m  
 115,24 KN  $\rightarrow$  Xm  $X = 2,30$  m.



Para los tramos de 0,70 m extremos volvemos a calcular la armadura necesaria:

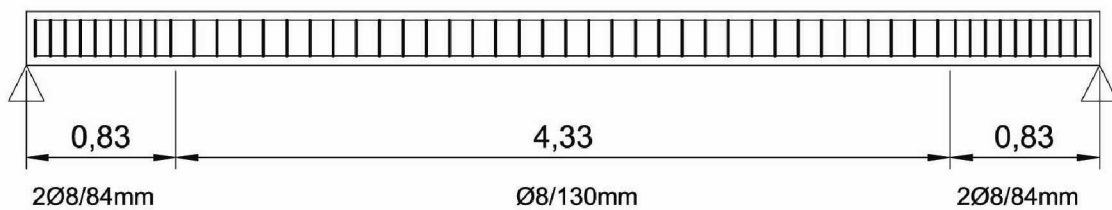
Necesitamos un  $V_{su} = A_{\sigma} \cdot f_{y\sigma,d} \cdot 0,9 \cdot d = 100,45$  KN  $\rightarrow$  con  $2\varnothing 8$ mm  $\rightarrow S_t = 84$  mm

El armado de la viga quedaría:

Tres tramos de armado (solape de  $d/2$  para el tramo de mayor armadura)

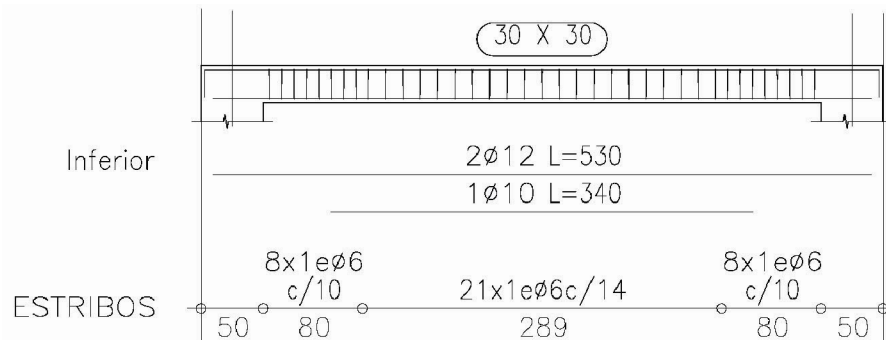
**Tramo 1 y 3 = 83,5 cm** ( $70 + 270/2 = 83,5$ )  $\rightarrow$  con  **$2\varnothing 8/84$ mm**

**Tramo 2 = 433 cm** ( $(230 - 270/2) \cdot 2 = 433$ )  $\rightarrow$  con  **$\varnothing 8/130$  mm**



## 2.7.-EJEMPLOS DE REPRESENTACIÓN EN PLANOS DE ESTRUCTURAS:

Estribado en plantillas de despieces de pórticos:



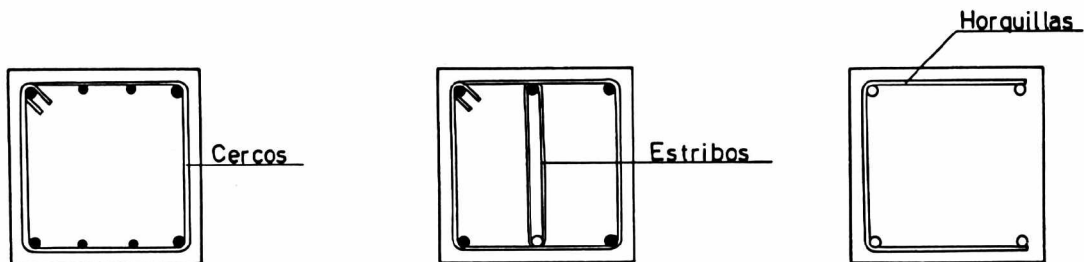
### 2.7.1.-EJEMPLOS DE ARMADOS Y DETALLES:

Como armadura a cortante que forme 90° con el eje longitudinal de la pieza se utilizan los cercos, los estribos y las horquillas.

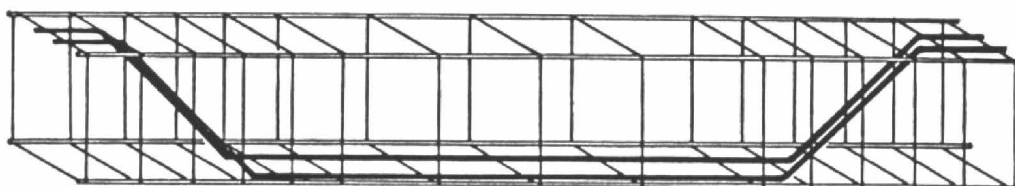
Los cercos tienen forma regular, es preceptiva su utilización en pilares y vigas con armadura a compresión.

Los estribos unen armaduras que no han quedado sujetas por cercos ni horquillas.

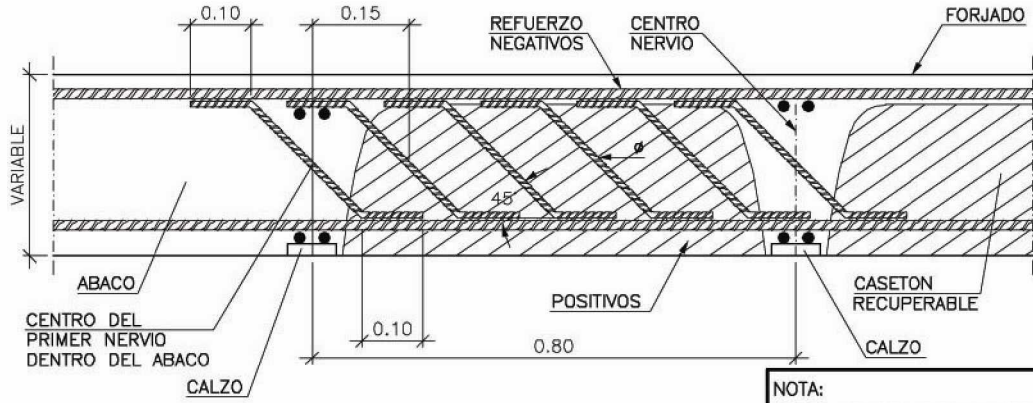
Las horquillas son abiertas y se utilizan en condiciones de difícil ejecución.



Cuando se decide utilizar barras inclinadas se ejecuta según el siguiente esquema:

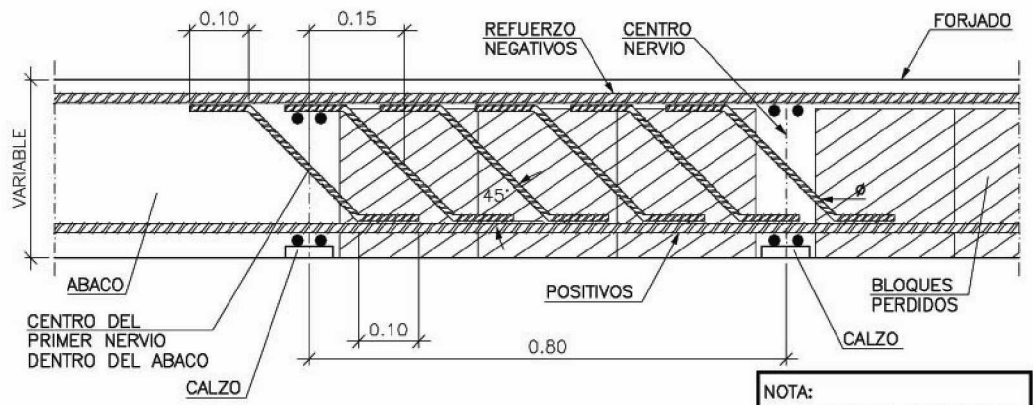


**Refuerzo de Nervios a Cortante en Salida del Abaco Mediante Barras a 45° Forjado Reticular. Caseton Recuperable**



NOTA:  
EN LA PLANTA SE INDICARA LA ZONA Y EL N° DE  $\phi$  DEL REFUERZO COLOCADO

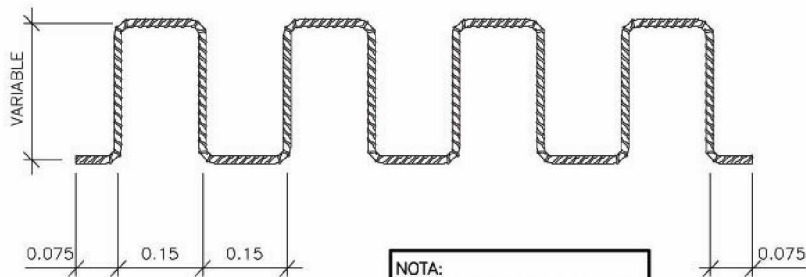
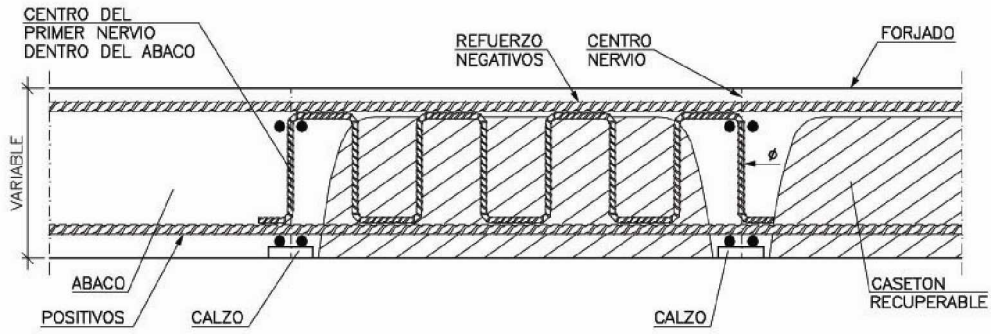
**Refuerzo de Nervios a Cortante en Salida del Abaco Mediante Barras a 45° Forjado Reticular. Bloques Perdidos**



NOTA:  
EN LA PLANTA SE INDICARA LA ZONA Y EL N° DE  $\phi$  DEL REFUERZO COLOCADO

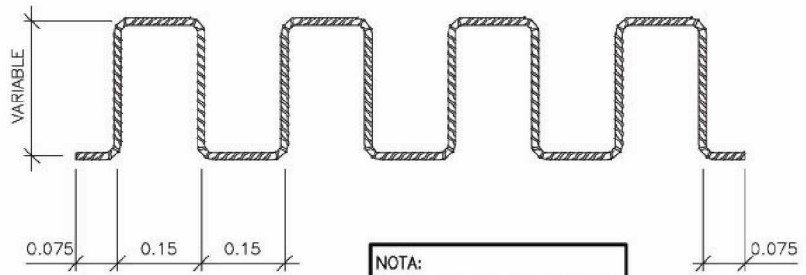
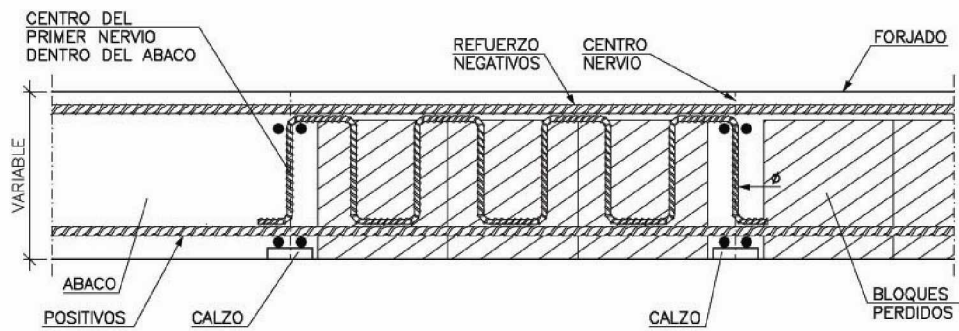


**Refuerzo de Nervios a Cortante en Salida del Abaco Mediante Espirales Forjado Reticular. Caseton Recuperable**



NOTA:  
EN LA PLANTA SE INDICARA LA ZONA Y EL N° DE  $\phi$  DEL REFUERZO COLOCADO

**Refuerzo de Nervios a Cortante en Salida del Abaco Mediante Espirales Forjado Reticular. Bloques Perdidos**

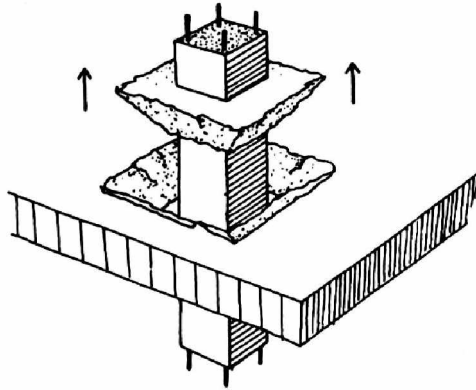


NOTA:  
EN LA PLANTA SE INDICARA LA ZONA Y EL N° DE  $\phi$  DEL REFUERZO COLOCADO

### 3.-EL PUNZONAMIENTO:

#### 3.1.-INTRODUCCIÓN:

Llamamos punzonamiento al agotamiento que puede producirse en una placa de hormigón (trabajando en las dos direcciones) producido por una carga que actúa en una superficie pequeña.

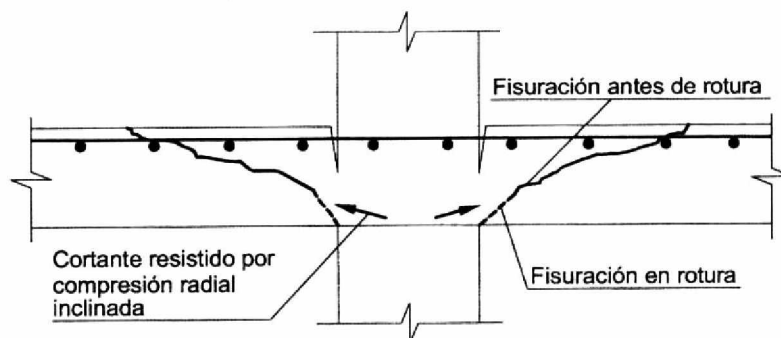


La rotura por punzonamiento es una rotura brusca, sin deformaciones apreciables previas, dando lugar a una superficie troncopiramidal o troncocónica, cuya base menor es el área cargada, sus generatrices están inclinadas respecto al plano de la placa un ángulo comprendido entre  $30^\circ$  y  $45^\circ$ , recibiendo el nombre de “superficie crítica de punzonamiento”.

La rotura de punzonamiento responde a las tracciones que se generan ortogonalmente a las bielas internas de compresión que siguen la dirección la “superficie crítica” de rotura, debido a las tensiones tangenciales que se generan por las cargas que soporta la losa, y que tienen que ser transmitidas a los pilares por flexión, torsión y cortadura.

Este mismo fenómeno, pero a la inversa, también se produce por la acción localizada de una carga concentrada sobre una superficie reducida, como sucede cuando se apean pilares sobre forjados, en las zapatas y en las losas de cimentación.

Esta situación se presenta normalmente en zonas de flexión negativa alrededor de soportes (placas o forjados reticulares) o en zonas de flexión positiva alrededor de cargas concentradas (zapatas).



Actualmente no existe ningún método que contemple un conocimiento exhaustivo del estado límite del punzonamiento.

En el artículo 46 de la Instrucción EHE se recoge un método para calcular y comprobar las secciones de hormigón y la armadura necesaria. Este método supone una resistencia frente a los efectos transversales producidos por cargas concentradas (cargas o reacciones) actuando en losas sin armadura transversal, a partir de una tensión nominal en una superficie crítica concéntrica a la zona cargada. Estas tensiones tangenciales en la superficie crítica no tienen significado físico, son un método empírico que permite representar los resultados experimentales disponibles.

El estudio del punzonamiento se centra en:

- Determinación de la superficie de punzonamiento más desfavorable alrededor de los pilares, definida simplificada por su perímetro crítico.
- Determinación de los esfuerzos pésimos que según las formulaciones oficiales pueden producir punzonamiento en la losa.
- Cálculo de las tensiones tangenciales en la superficie crítica de punzonamiento, definidas y evaluadas teóricamente perpendiculares a la losa en su perímetro crítico.
- Análisis y comparación de las tensiones tangenciales resultantes con las tensiones admisibles que puede resistir el hormigón del forjado, y cálculo de la armadura transversal de punzonamiento si fuera necesario para resistir dicho esfuerzo con seguridad, si el hormigón no se bastase por sí sólo para hacerlo.

La Instrucción EHE menciona el punzonamiento en el caso de forjados sin vigas (placas sobre apoyos aislados), aunque es también un estado límite último frecuente en zapatas.

El tema de punzonamiento se trata en la EHE de forma reducida, procedente del MODEL CODE CEB-FIP-90, para consultar el tema de forma completa habría que consultar la Norma ACI-318-95.

### 3.2.-DIMENSIONAMIENTO PRÁCTICO DE LAS ARMADURAS DE PUNZONAMIENTO

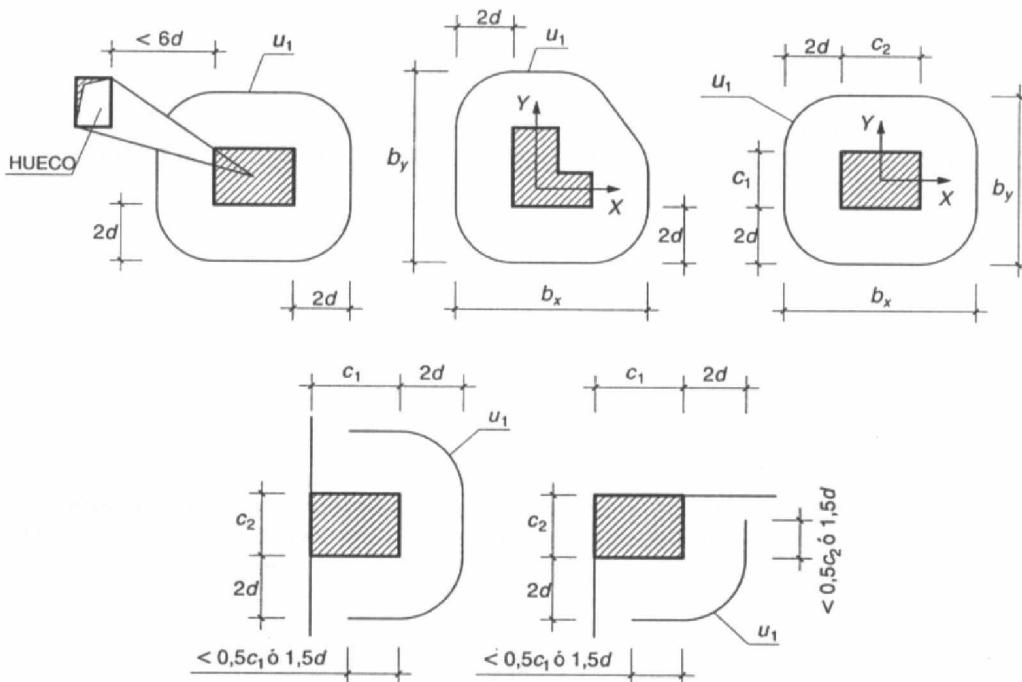
#### 3.2.1.-NOTACIONES Y SÍMBOLOS

$F_{sd}$	= esfuerzo de punzonamiento de cálculo, es la reacción del soporte (N)
$\beta$	= losa apoyada = 1 losa empotrada = 1.15 en soportes interiores, 1.40 en borde, 1.50 en esquina
$u_1$	= perímetro crítico (mm) (ver apartado sección de cálculo)
$d$	= canto útil de la losa (mm)
$\xi$	= $1 + \sqrt{200/d}$ (d en mm)
$\rho_1$	= $\sqrt{(\rho_x \cdot \rho_y)}$ (cuantía geométrica en dos direcciones perpendiculares, considerándose en un ancho igual a la dimensión del soporte más 3d a cada lado o hasta el borde de la losa, en cada dirección)
$A_\alpha$	= $(n \cdot A_\emptyset) / s$ n = número de ramas $A_\emptyset$ = área de la armadura del estribo (mm <sup>2</sup> ) s = separación entre estribos $S_t$ (mm)
$A_\alpha$	= $A_{sw} / s$ (mm)
$A_{sw}$	= área total de armadura de punzonamiento en un perímetro concéntrico al soporte o área cargada (mm <sup>2</sup> )
s	= distancia en dirección radial entre perímetros concéntricos de armadura (mm)
$f_{y\alpha,d}$	= $f_{yk} / \gamma_s$ (N/mm <sup>2</sup> )
$f_{cd}$	= $f_{ck} / \gamma_c$ (N/mm <sup>2</sup> )
$f_{1cd}$	= $0,30 f_{cd}$

#### 3.2.2.-SECCIÓN DE CÁLCULO:

El área crítica se define a una distancia igual a **2d** desde el perímetro del área cargada o del soporte.

En el caso de existir en la placa huecos situados a una distancia no mayor que **6d** respecto al contorno del área cargada, se descontará del perímetro crítico  $u_1$  la parte comprendida entre las tangentes trazadas desde el centro de gravedad de dicha área al contorno del hueco.

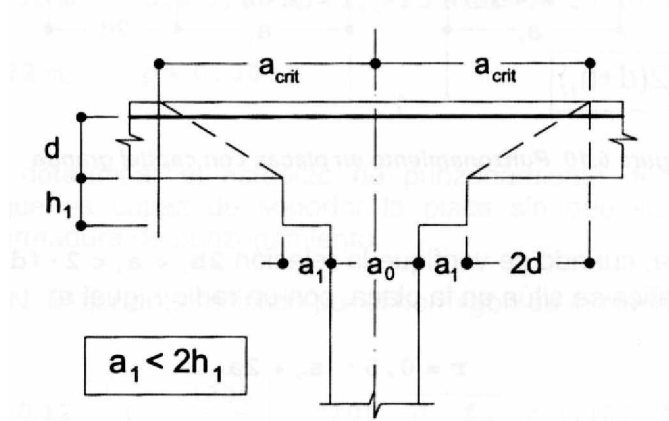


Para el caso de placas con capiteles o recrecidos en las cabezas de los soportes, las secciones críticas dependen de la forma y dimensiones de dichos capiteles.

**Caso de soportes y capiteles cuadrados:**

- Placas con capitel pequeño: si  $a_1 < 2h_1$ , la sección crítica se sitúa a una distancia  $2d$  del borde del capitel. Tendremos entonces una superficie cilíndrica de radio:

$$r = a_{crit} = 0.5 \cdot a_0 + a_1 + 2 \cdot d$$

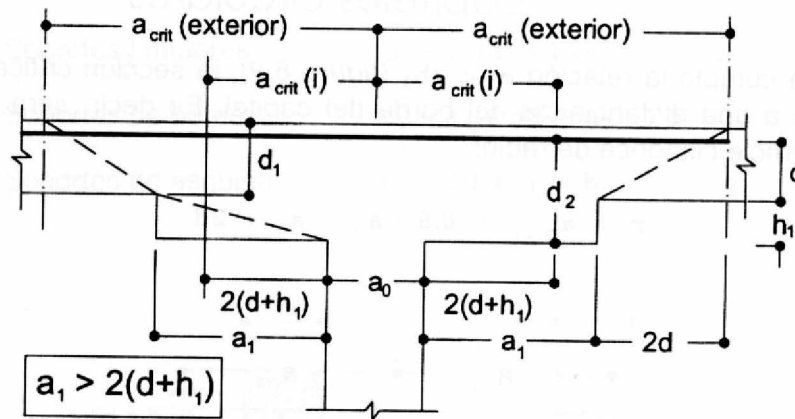


- Placas con capitel grande: si  $a_1 > 2 \cdot (d+h_1)$ , es necesario comprobar dos secciones, una exterior en la placa, igual al caso anterior, otra interior en la zona del capitel. Los radios en este caso son:

$$r_1 \text{ (ext)} = 0.5 \cdot a_0 + a_1 + 2 \cdot d \quad r_2 \text{ (int)} = 0.5 \cdot a_0 + 2 \cdot (d+h_1)$$

Cuyos cantos deben ser, respectivamente.

$$d_1 \text{ (ext)} = d \quad d_2 \text{ (int)} = d+h_1$$



- Si  $2h_1 < a_1 < 2 \cdot (d+h_1)$ , la sección crítica se sitúa en la placa, con un canto  $d$  y un radio igual a:  $r = 0.5 \cdot a_0 + 2 \cdot a_1$

**Caso de soportes y capiteles circulares:**

Para este caso se procede igual que en el del capitel pequeño, donde ahora  $a_0$  y  $a_0+2 \cdot a_1$  son los lados del soporte y del capitel respectivamente. Como perímetro crítico puede considerarse una circunferencia de radio:

$$r = 0.5 \cdot a_0 + 2 \cdot a_1$$

debiendo cumplirse que  $a_1 < 2 \cdot h_1$

**3.2.3.-ESFUERZO DE PUNZONAMIENTO EFECTIVO: (Art.46.2.EHE)**

El esfuerzo de punzonamiento efectivo se define como:

$$F_{sd,ef} = \beta \cdot F_{sd}$$

La tensión nominal de cálculo será:

$$\zeta_{sd} = F_{sd,ef} / u_1 \cdot d$$

**3.2.4.-COMPROBACIONES Y CÁLCULO DE LA SECCIÓN: (Art.46.3.EHE)**

La tensión nominal de cálculo será menor o igual a la tensión máxima resistente en el perímetro crítico:

$$\zeta_{sd} \leq \zeta_{rd}$$

La tensión resistente por la sección de hormigón (sin armadura) en el perímetro crítico viene definida por la expresión:

$\zeta_{rd} = f_{cp} = 0,12 \cdot \xi \cdot (100 \cdot \rho_1 \cdot f_{ck})^{1/3}$  (en caso de no cumplirse la condición anterior se deberá calcular la armadura necesaria, de forma análoga al cálculo en cortante)

pueden estimarse los siguientes valores de  $\rho_1$ :

en forjados  $\rho_1 = 0.0035$

en losas de cimentación  $\rho_1 = 0.0025$

Esta expresión admitiría en el caso de forjados la simplificación:

$$f_{cp} = 0,24 \cdot (f_{ck})^{1/3}$$

Tabla de valores de  $\zeta_{rd}$  (N/mm<sup>2</sup>) para un hormigón HA-25 (\* columna para interpolar valores con cuantías menores del 0.2%)

Canto útil d (mm)	Cuantías $\rho_1$					
	0.00*	0.002	0.005	0.010	0.015	0.020
70	0.00	0.55	0.75	0.94	1.08	1.19
90	0.00	0.51	0.69	0.87	1.00	1.10
120	0.00	0.47	0.64	0.80	0.92	1.01
160	0.00	0.43	0.59	0.74	0.85	0.94
210	0.00	0.41	0.55	0.69	0.79	0.87
260	0.00	0.39	0.52	0.66	0.75	0.83
310	0.00	0.37	0.50	0.63	0.72	0.80
360	0.00	0.36	0.49	0.61	0.70	0.77
410	0.00	0.35	0.47	0.60	0.68	0.75
460	0.00	0.34	0.46	0.58	0.67	0.73
510	0.00	0.33	0.45	0.57	0.65	0.72
560	0.00	0.33	0.44	0.56	0.64	0.71

Tabla de valores de  $\zeta_{rd}$  (N/mm<sup>2</sup>) para un hormigón HA-30

Canto útil d (mm)	Cuantías $\rho_1$					
	0.00*	0.002	0.005	0.010	0.015	0.020
70	0.00	0.59	0.80	1.00	1.15	1.26
90	0.00	0.54	0.74	0.93	1.06	1.17
120	0.00	0.50	0.68	0.85	0.98	1.08
160	0.00	0.46	0.63	0.79	0.90	1.00
210	0.00	0.43	0.58	0.74	0.84	0.93
260	0.00	0.41	0.56	0.70	0.80	0.88
310	0.00	0.39	0.53	0.67	0.77	0.85
360	0.00	0.38	0.52	0.65	0.74	0.82
410	0.00	0.37	0.50	0.63	0.72	0.80
460	0.00	0.36	0.49	0.62	0.71	0.78
510	0.00	0.35	0.48	0.61	0.69	0.76
560	0.00	0.35	0.47	0.60	0.68	0.75

Cálculo de la armadura de punzonamiento:

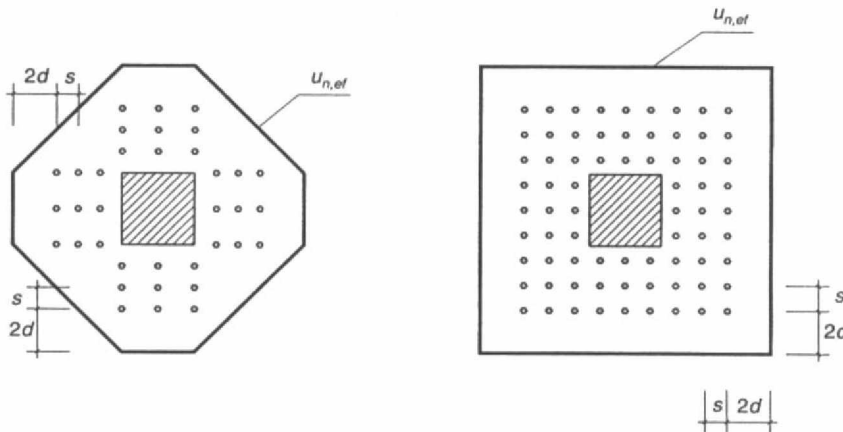
$$A_{\alpha} \cdot f_{ya,d} \cdot 0,9 \cdot d = F_{sd,ef} - [0,1 \cdot \xi \cdot (100 \cdot \rho_1 \cdot f_{ck})^{1/3}] \cdot u_1 \cdot d \quad \text{(armadura de punzonamiento a } 90^{\circ}\text{)}$$

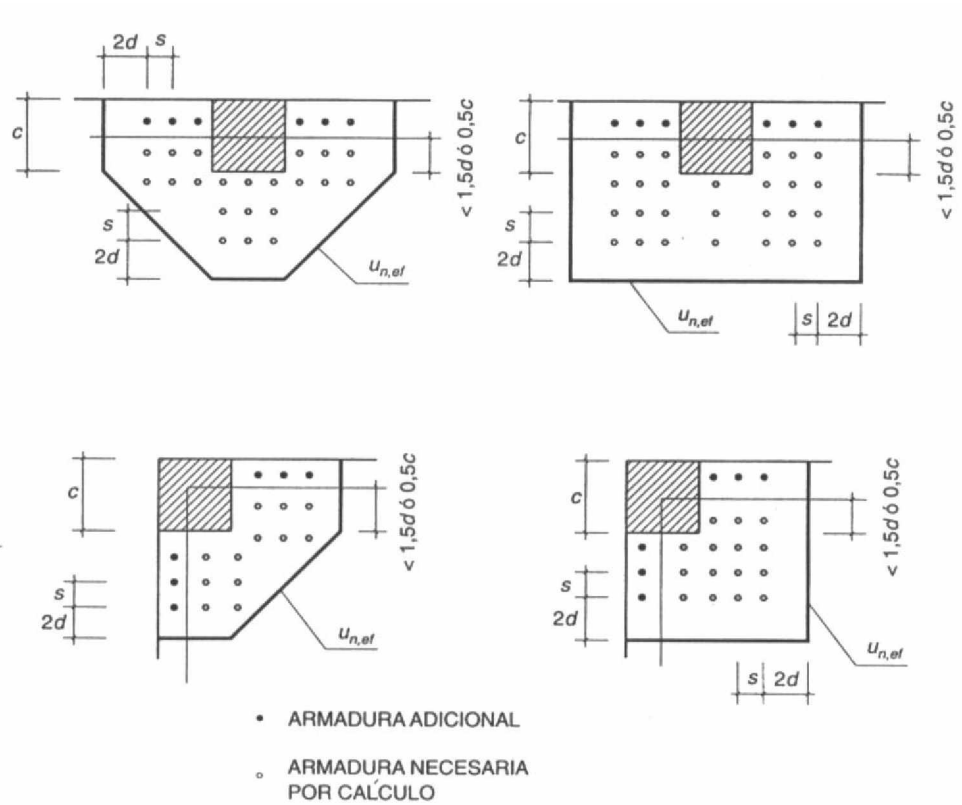
$$A_{\alpha} \cdot f_{ya,d} \cdot 0,9 \cdot \sqrt{2} \cdot d = F_{sd,ef} - [0,1 \cdot \xi \cdot (100 \cdot \rho_1 \cdot f_{ck})^{1/3}] \cdot u_1 \cdot d \quad \text{(armadura de punzonamiento a } 45^{\circ}\text{)}$$

Se comprobará que la sección no punzona en el perímetro en el que desaparece la armadura de punzonamiento.

$$F_{sd,ef} \leq 0,12 \cdot \xi \cdot (100 \cdot \rho_1 \cdot f_{ck})^{1/3} \cdot u_{n,ef} \cdot d$$

en este caso  $\rho_1$  = cuantía geométrica de armadura longitudinal que atraviesa el perímetro  $u_{n,ef}$ , definido por la siguiente figura:





Como última comprobación se verificará que el esfuerzo máximo de punzonamiento cumple:

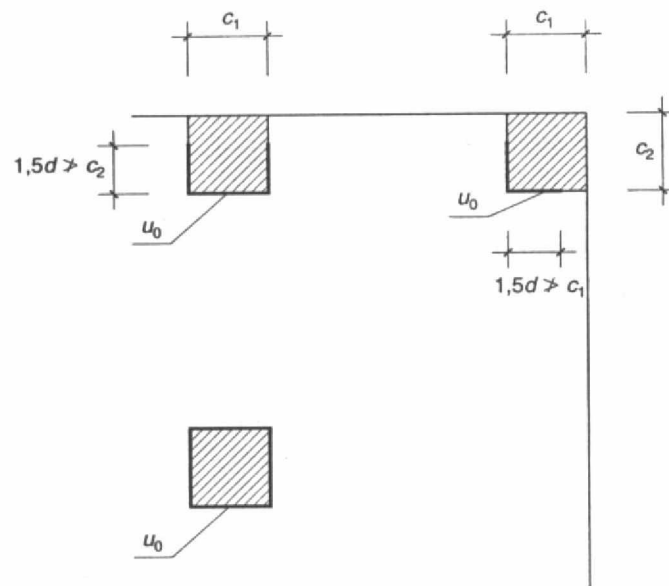
$$F_{sd,ef} / u_0 \cdot d \leq f_{1cd}$$

$$u_0 = c_1 + 3d \leq c_1 + 2 \cdot c_2$$

en soportes de borde

$$u_0 = 3d \leq c_1 + c_2$$

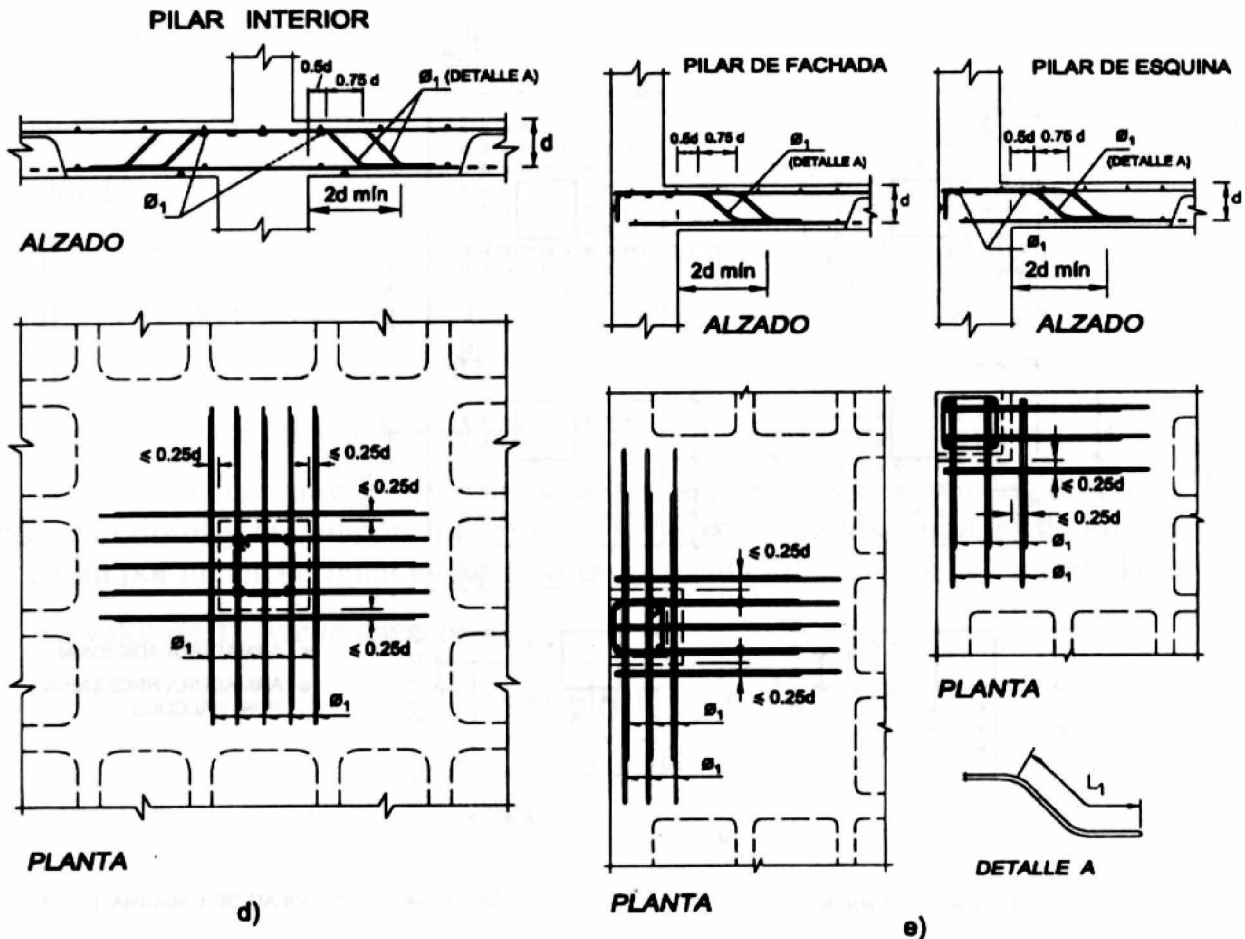
en soportes de esquina

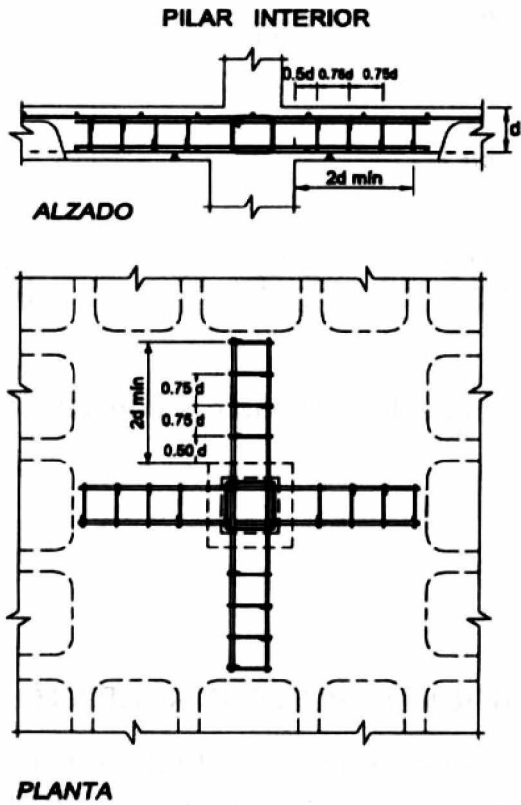




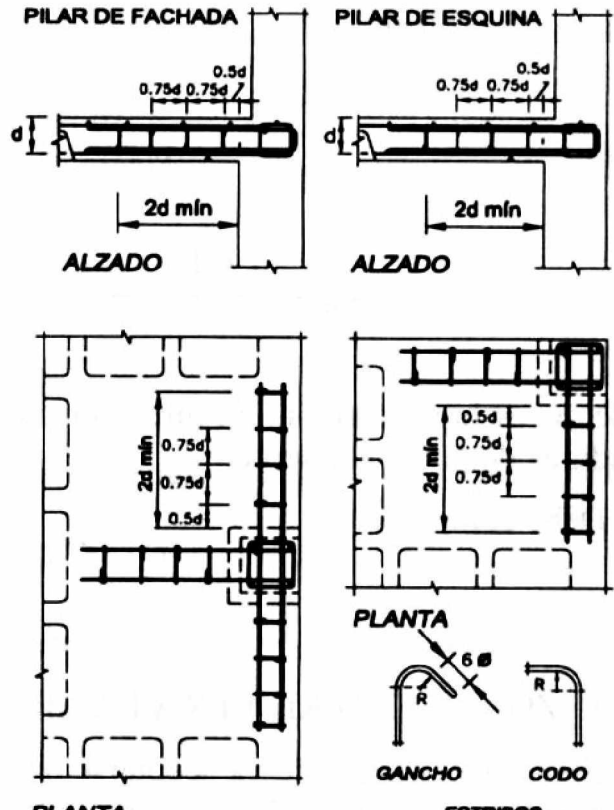
### 3.3.-ARMADURA MÍNIMA DE PUNZONAMIENTO Y CRITERIOS DE ARMADO: (Art.44.2.3.4. y 42.3.1.EHE)

- La armadura de punzonamiento estará constituida por cercos, horquillas verticales o barras dobladas.
- La armadura de punzonamiento debe anclarse a partir del centro de gravedad del bloque comprimido y por debajo de la armadura longitudinal de tracción.
- Las armaduras se dispondrán según el siguiente esquema:

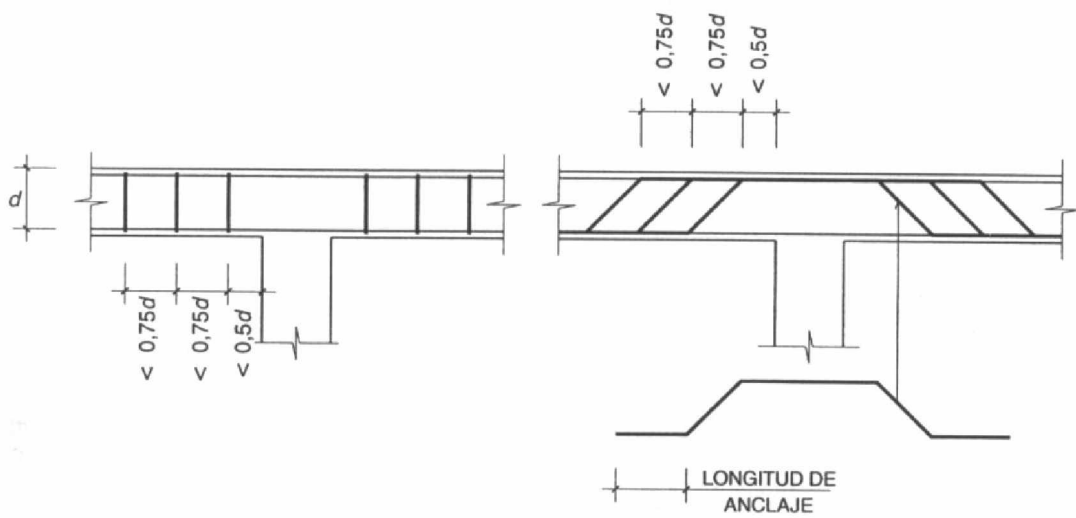
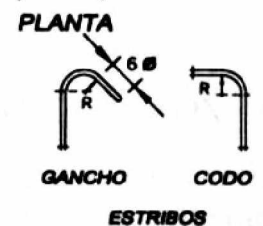
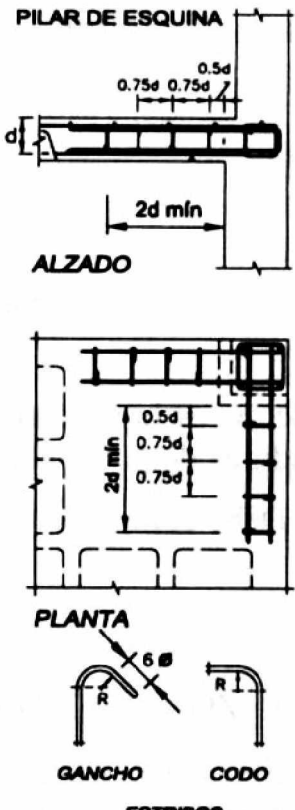




b)



c)



**3.4.-RESUMEN PROCEDIMIENTO DE DIMENSIONADO Y ARMADO DE UNA PIEZA:**

1. Resolución de la estructura, obtención del esfuerzo nominal de cálculo  $F_{sd,ef}$
2. Obtención del área crítica  $u_1$  y de la tensión de cálculo  $\zeta_{sd}$
3. Comprobación de la tensión resistente del hormigón  $\zeta_{sd} \leq \zeta_{rd}$  (esta comprobación puede hacerse sólo con fuerzas en lugar de tensiones)
4. Cálculo de la armadura necesaria en caso de no cumplirse la condición anterior, teniendo en cuenta disposiciones constructivas. Ídem cálculo a cortante.
5. Comprobación de la sección donde deja de ser necesaria la armadura de punzonamiento.
6. Comprobación del esfuerzo máximo de punzonamiento
7. Armado de la losa.

### 3.5.-EJEMPLO PRÁCTICO:

A partir de la siguiente estructura calcular a punzonamiento:

Edificio con forjado de luces 6x6m en, canto 30cm, pilar de medianería de 40x40 cm.

Carga mayorada: 20 KN/m<sup>2</sup>

Materiales utilizados: HA-25/20/B/I y B-400S

$f_{ck} = 25 \text{ N/mm}^2$

$f_{yk} = 400 \text{ N/mm}^2$

Cálculo del esfuerzo en el área de carga del soporte = 6x3m

$$F_{sd} = 20 \cdot 6 \cdot 3 = 360 \text{ KN}$$

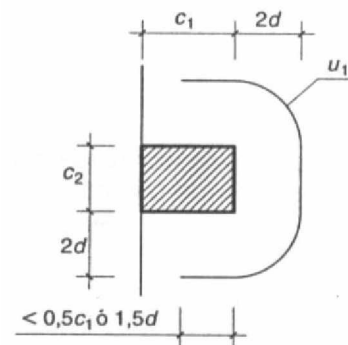
El esfuerzo efectivo será  $F_{sd,ef} = \beta \cdot F_{sd} = 1,4 \cdot 360 = 504 \text{ KN}$

$\beta = 1,4$  por tratarse de soporte de medianera

Calculamos ahora el perímetro crítico  $u_1$

$$(0,5 - 0,4 = 0,2\text{m}; \quad 1,5 - 0,27 = 0,405\text{m} \rightarrow 0,2\text{m})$$

$$u_1 = 2 \cdot 0,2 + 0,4 + \pi \cdot 2 \cdot 0,27 = 2,50 \text{ m}$$



La fuerza resistente por el hormigón es:

$$V_{u2} = [0,12 \cdot \xi \cdot (100 \cdot \rho_1 \cdot f_{ck})^{1/3}] u_1 \cdot d = [0,12 \cdot 1,86 \cdot (100 \cdot 0,003 \cdot 25)^{1/3}] \cdot 2500 \cdot 270 = 294,91 \text{ KN}$$

$$\xi = 1 + \sqrt{(200/d)} \quad (d \text{ en mm}) = 1 + \sqrt{(200/270)} = 1,86$$

Consideramos una cuantía  $\rho_1 = 0,003$

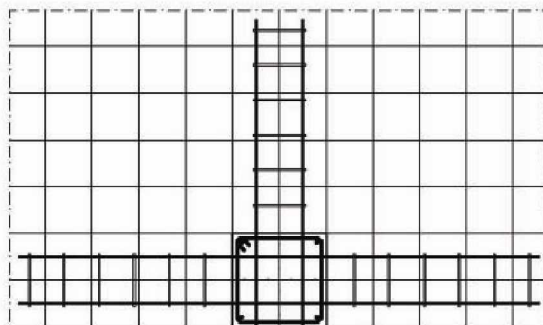
Como  $V_{u2} < F_{sd,ef}$  habrá que calcular la armadura a cortante.

$$V_{u2} = V_{cu} + V_{su} > F_{sd,ef}$$

$$F_{sd,ef} = 504 \text{ KN} \quad V_{cu} = (0,10/0,12) \cdot 294,91 = 245,76 \text{ KN}$$

$$V_{su} = F_{sd,ef} - V_{cu} = 504 - 245,76 = 258,24 \text{ KN}$$

Para el armado a punzonamiento suponemos una cruceta con dos vigas que cosen el perímetro crítico de punzonamiento, armadas con estribos verticales.



Separación entre cercos:  $0,75 \cdot d = 0,75 \cdot 270 = 202,5 \text{ mm}$  tomamos  $S_t = 200 \text{ mm}$

Suponiendo estribos de  $\varnothing 8 \text{ mm}$  (6 ramas) tenemos:

Calculamos la resistencia de esta disposición:

$$A_a \cdot f_{ya,d} \cdot 0,9 \cdot d = (6 \cdot (\pi \cdot 4^2) \cdot (400/1.15)/200) \cdot 0,9 \cdot 270 = 127,46 \text{ KN} < 258,24 \text{ KN}$$

Habría que disminuir la separación o aumentar el diámetro

Suponiendo estribos de  $\varnothing 10 \text{ mm}$  calculamos la separación:

$$A_a \cdot f_{ya,d} \cdot 0,9 \cdot d = (6 \cdot (\pi \cdot 5^2) \cdot (400/1.15)/S_t) \cdot 0,9 \cdot 270 = 258,24 \text{ KN}$$

Tenemos  $S_t = 154,24 \text{ mm}$

Armaremos la cruceta con estribos  **$\varnothing 10/150 \text{ mm}$**

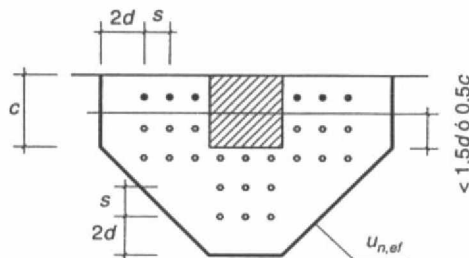
La armadura dejará de ser necesaria donde se cumpla que la propia sección de hormigón es suficiente para soportar el esfuerzo de punzonamiento, es decir:

$$F_{sd,ef} \leq 0,12 \cdot \xi \cdot (100 \cdot \rho_1 \cdot f_{ck})^{1/3} \cdot u_{n,ef} \cdot d$$

Podemos calcular el perímetro crítico  $u_{n,ef}$

$$504000 \leq 0,12 \cdot 1,86 \cdot (100 \cdot 0,003 \cdot 25)^{1/3} \cdot u_{n,ef} \cdot 270 \rightarrow u_{n,ef} = 4273 \text{ mm}$$

A partir del nuevo perímetro podemos calcular la zona en la que será necesaria armadura.



$$(0,5 \cdot 400 = 200 \text{ mm}; \quad 1,5 \cdot 270 = 405 \text{ mm} \rightarrow 200 \text{ mm})$$

$$u_{n,ef} = 2 \cdot 200 + 400 + x \cdot \sqrt{2} = 4273 \text{ mm}$$

$$X = 2456 \text{ mm} \rightarrow 2500 \text{ mm}$$

Comprobación del esfuerzo máximo de punzonamiento:

$$F_{sd,ef} / u_0 \cdot d \leq f_{1cd}$$

$$u_0 = c_1 + 3d \leq c_1 + 2 \cdot c_2 \quad \therefore 400 + 3 \cdot 270 \leq 400 + 2 \cdot 400 \rightarrow 1200 \text{ mm}$$

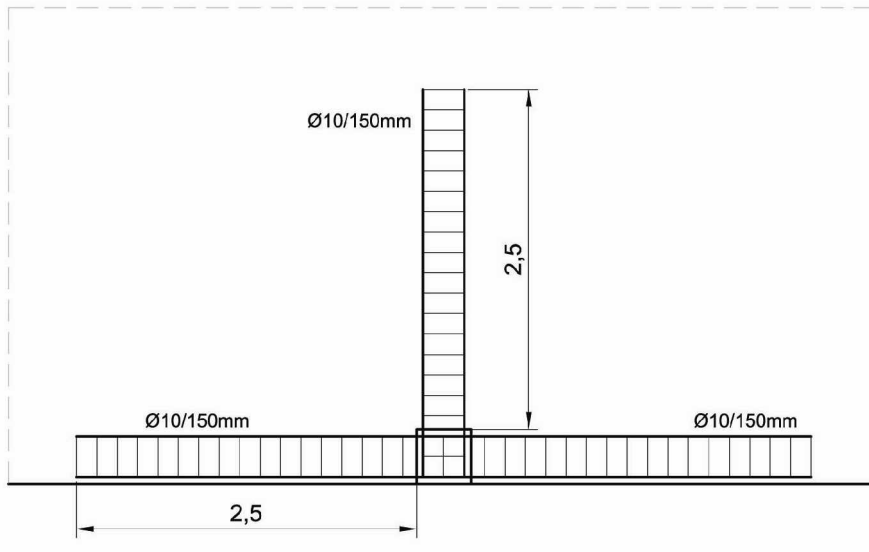
$$504000 / (1200 \cdot 270) = 1,56 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{1cd} = 0,30 f_{cd} = 0,30 (25/1.5) = 5 \text{ N/mm}^2$$

comprobación.

$$1,56 < 5 \text{ se cumple la}$$

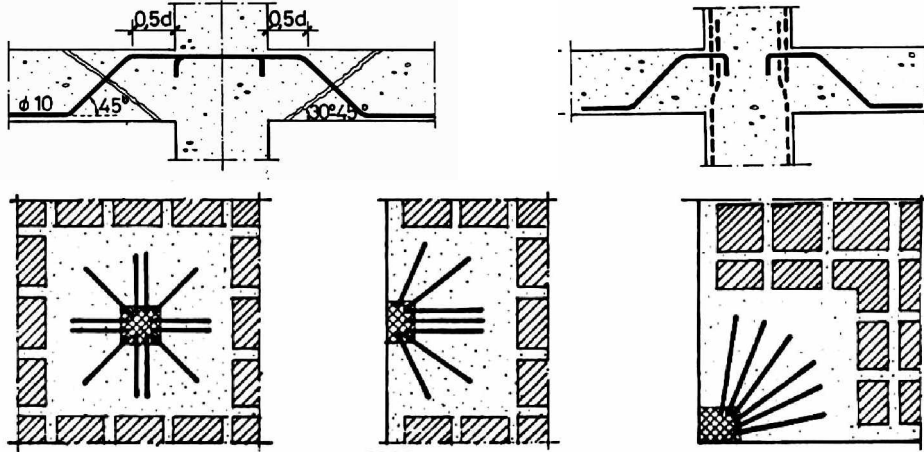
Esquema armado de la solución:



### 3.6.-EJEMPLOS DE ARMADOS Y DETALLES:

#### Armaduras inclinadas a 45°:

Las barras inclinadas a 45° bordeando el apoyo son de muy fácil puesta en obra, y admiten una industrialización constructiva cómoda. En general gastará disponer un conjunto de barras de  $\varnothing 10$  para resolver el problema en los casos normales.



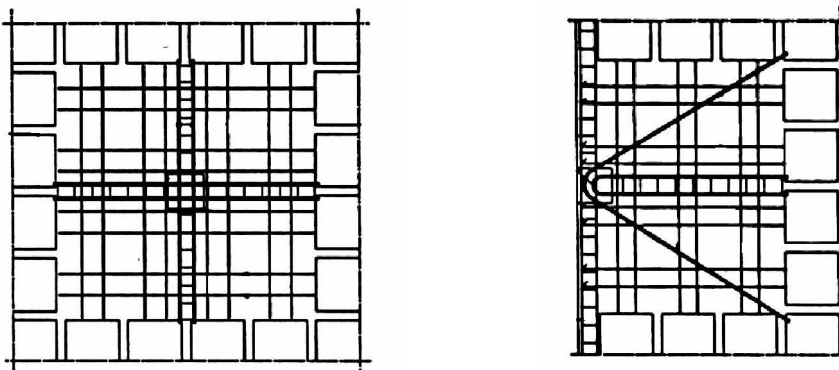
#### Barras sueltas verticales:

Las barras sueltas verticales pueden ser consideradas como una variante de las inclinadas y de eficacia menor, por lo que debe extremarse más si cabe su colocación en la obra, especialmente si sólo se dispone un plano en el primer perímetro crítico.

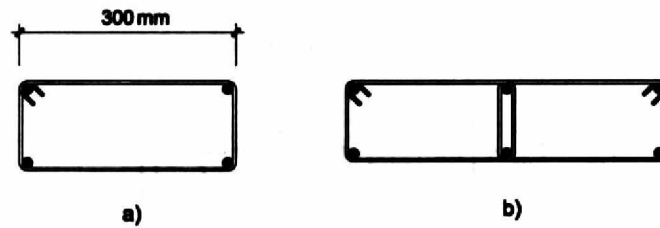


#### Zunchos o vigas cruzadas con estribos convencionales sobre pilares

Parte de la armadura de montaje de los ábacos que suele centrarse sobre los apoyos para resistir los picos de flexión negativa, pueden estribarse de forma convencional, como si de una viga embebida se tratara, haciendo frente al posible punzonamiento con los estribos verticales.

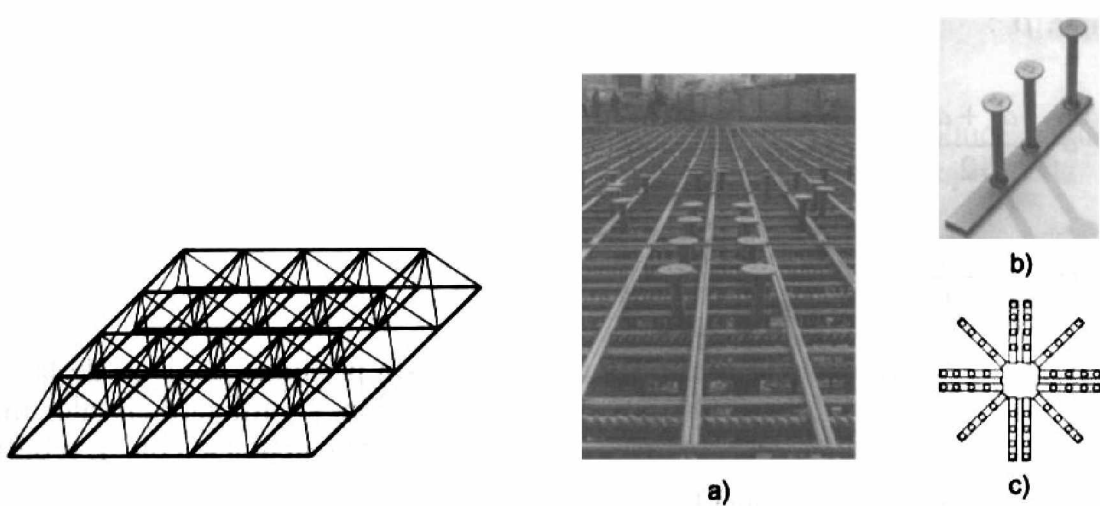


Si se emplean estribos la solución de uno sólo será válida si el ancho del estribo no supera los 300mm. En otro caso deben utilizarse estribos múltiples con el fin de que las ramas verticales estén repartidas a lo largo del perímetro de punzonamiento.



### Armaduras industrializadas

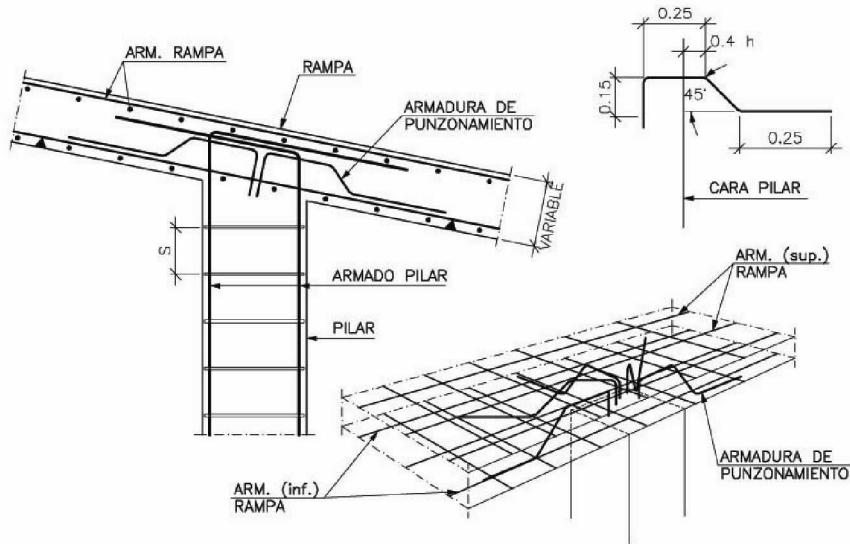
Existen numerosas soluciones industrializadas, una serie de ellas está constituida por celosías espaciales de diversos tipos realizadas con alambres electrosoldados.





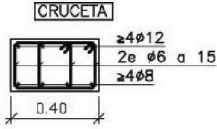
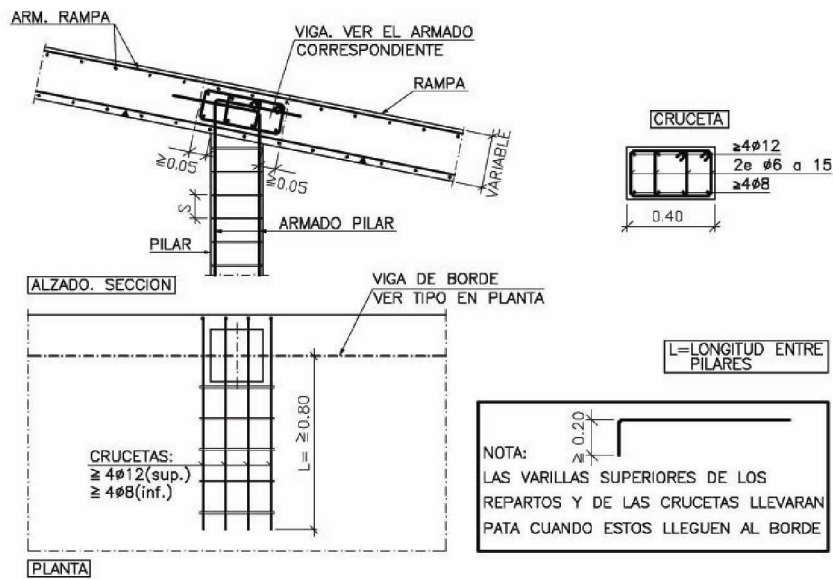
3.6.1.-LOSAS

Apoyo de Rampa en Pilar con Refuerzo a Punzonamiento. Barras a 45°



NOTA:  
 EL N° Y Ø DE LAS BARRAS SE INDICARA EN PLANTA O TABLA APARTE.  
 ESTA SOLUCION SOLO ES RECOMENDABLE PARA CANTOS  $\geq 0.20$  Y SOLICITACIONES BAJAS.

Apoyo de Rampa en Pilar con Refuerzo a Punzonamiento. Crucetas Estribadas

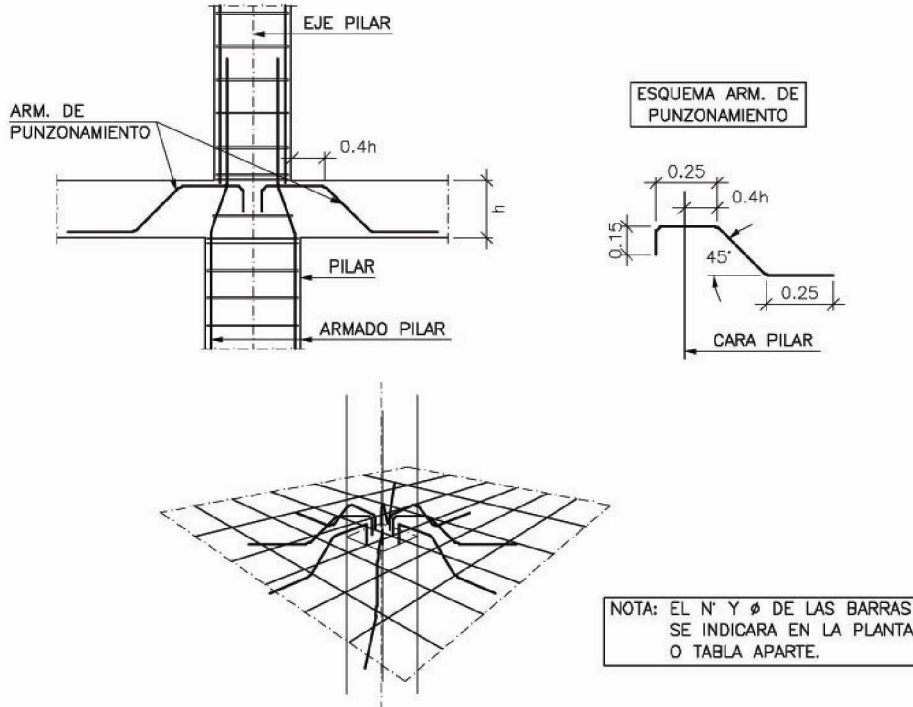


L=LONGITUD ENTRE PILARES

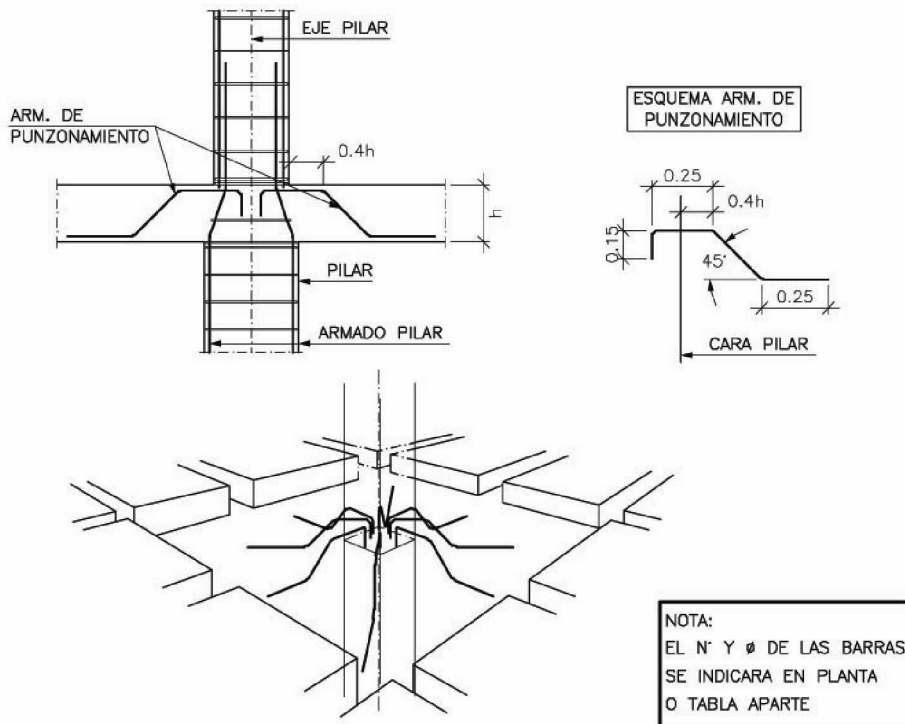
NOTA:  
 LAS VARILLAS SUPERIORES DE LOS REPARTOS Y DE LAS CRUCETAS LLEVARAN PATA CUANDO ESTOS LLEGUEN AL BORDE

### 3.6.2-FORJADOS

#### Refuerzo a Punzonamiento con Barras a 45° Dispuestas Radialmente

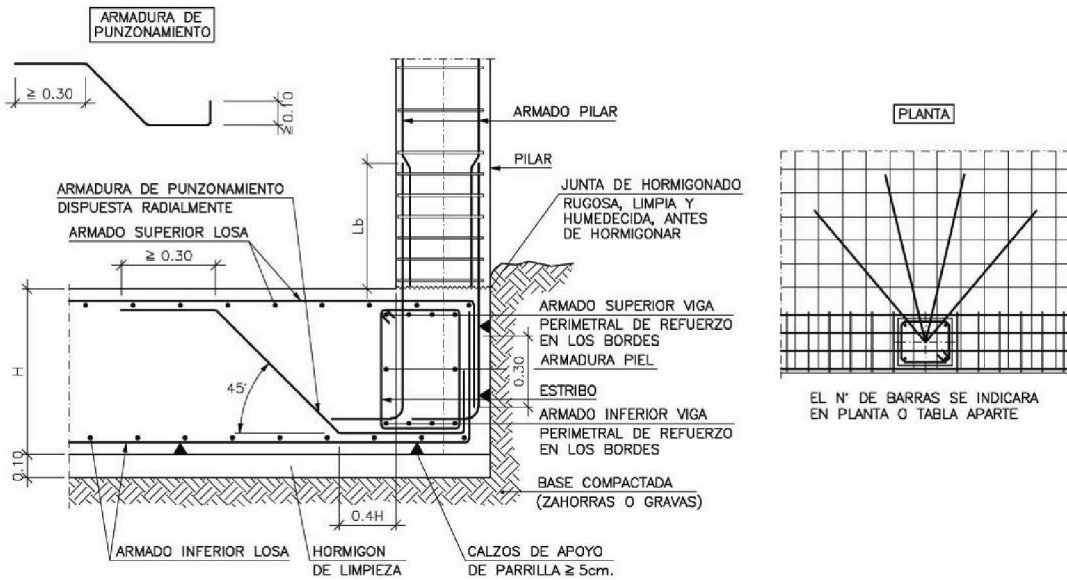


#### Refuerzo a Punzonamiento con Barras a 45° Dispuestas Radialmente

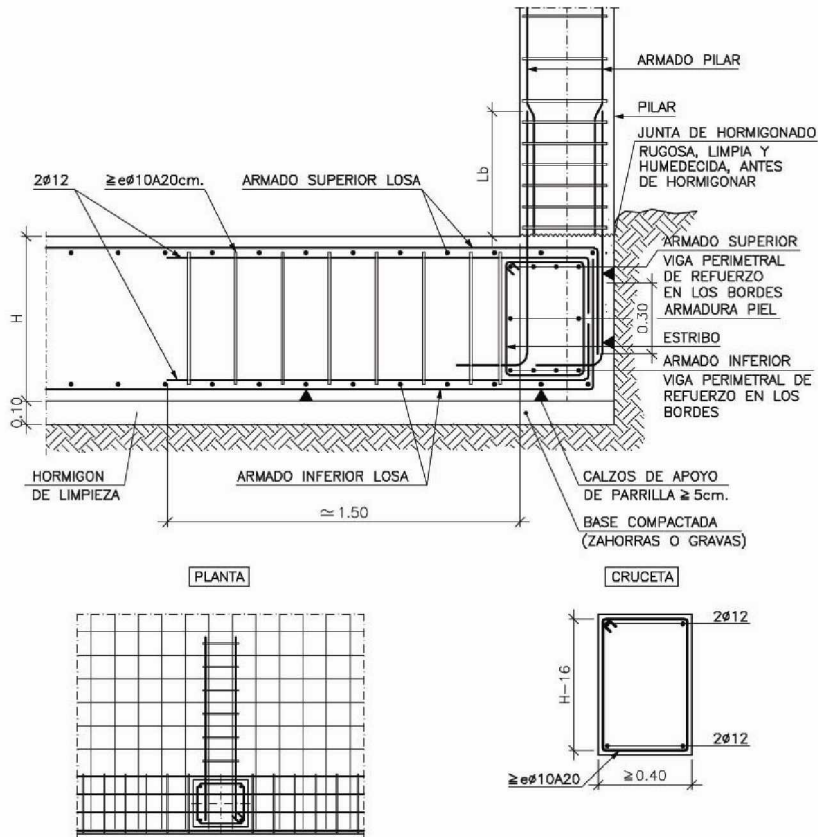


3.6.3.-CIMENTACIONES

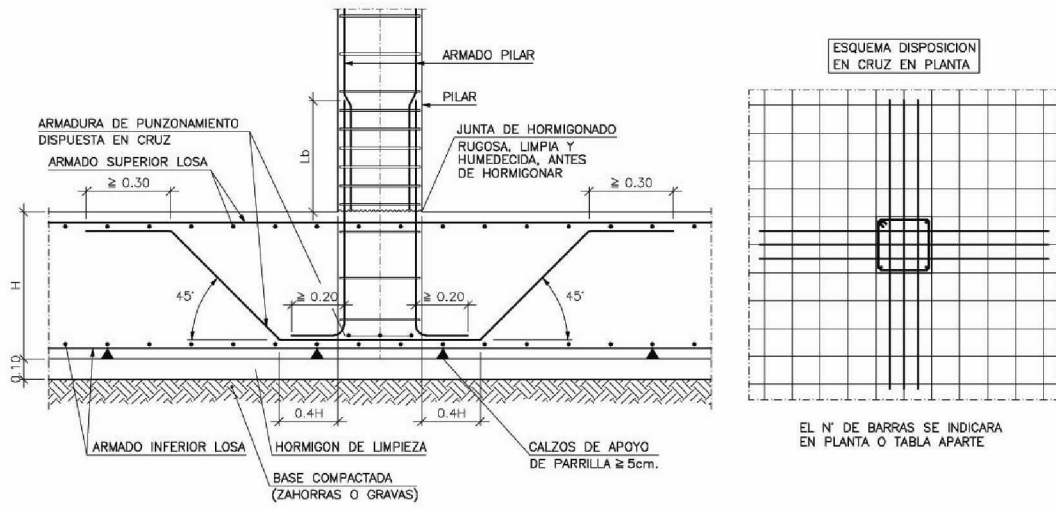
**Pilar de Borde con Refuerzo a Punzonamiento con Barras a 45°**



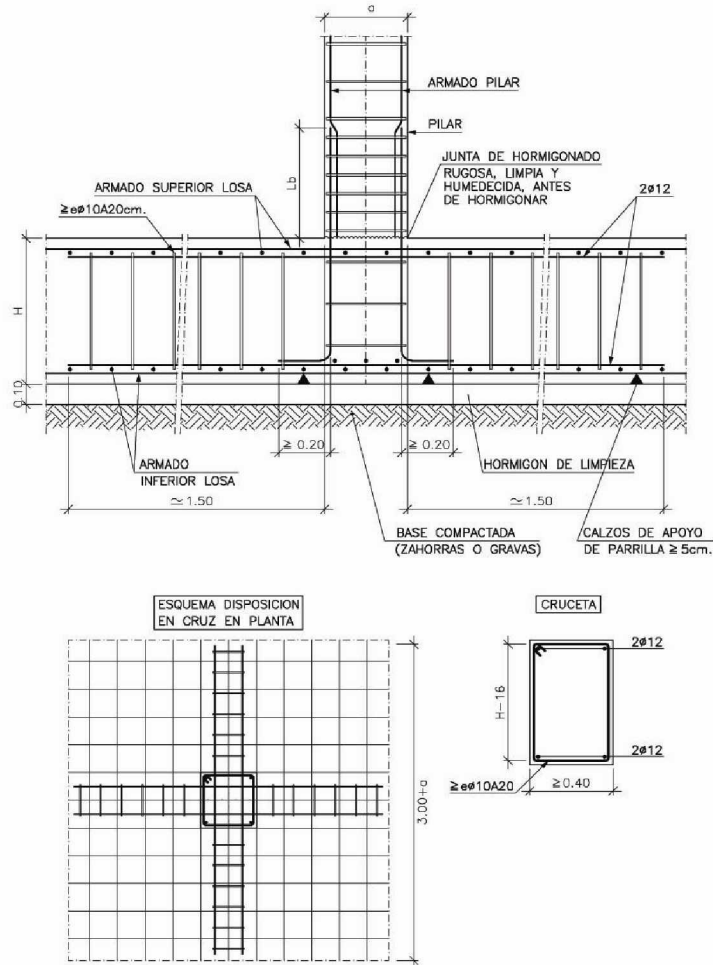
**Pilar de Borde con Refuerzo a Punzonamiento. Crucetas Etribadas**



**Pilar Central con Refuerzo a Punzonamiento con Barras a 45°**



**Pilar Central con Refuerzo a Punzonamiento. Crucetas Estructuradas**



#### 4-.BIBLIOGRAFÍA

Álvaro García Meseguer.

*HORMIGÓN ARMADO III. Elementos estructurales.*

Fundación escuela de la edificación. 2001

I. García-Badell.

*CÁLCULO DEL HORMIGÓN ARMADO. Por el método de los estados límite.*

Cie Inversiones Editoriales Dossat 2000 S.L. 2001

España. Comisión Permanente del Hormigón.

*INSTRUCCIÓN DE HORMIGÓN ESTRUCTURAL. EHE*

Ministerio de Fomento. 1998

J. Calavera.

*PROYECTO Y CÁLCULO DE ESTRUCTURAS DE HORMIGÓN: (en masa, armado y pretensado)*

INTEMAC. 1999

Florentino Regalado Tesoro.

*CORTANTE Y PUNZONAMIENTO: teoría y práctica (propuestas alternativas a la EHE).*

CYPE Ingenieros. 1999

**LECCIÓN 7.**

**LOS SOPORTES DE HORMIGÓN ARMADO.**

## ÍNDICE:

- 1-. Introducción: Consideraciones básicas para el proyecto de los pilares.
- 2-. Geometría y tamaño de los pilares de hormigón armado.
- 3-. Dimensionado práctico de las armaduras en los pilares de hormigón armado.
  - 3.1-. Criterios básicos y requisitos mínimos en el dimensionamiento de los pilares de hormigón. Cuantías mínimas.
  - 3.2-. Dimensionamiento de pilares a compresión centrada.
  - 3.3-. Dimensionamiento en flexocompresión recta.
    - 3.3.1-.Pequeñas excentricidades.
    - 3.3.2-.Grandes excentricidades.
  - 3.4-. Dimensionamiento en flexocompresión esviada.
- 4-. Tratamiento del pandeo en las estructuras de hormigón armado.
  - 4.1.- Conceptos previos sobre el pandeo
  - 4.2.- El concepto de esbeltez
  - 4.3.-Concepto de la traslacionalidad e intraslacionalidad de las estructuras.
  - 4.4.-Longitudes efectivas de pandeo en las piezas comprimidas (pilares).
  - 4.5.-Cálculo de la longitud de pandeo de los pilares de hormigón armado (EHE).
- 5-. Cálculo a pandeo de los pilares de hormigón armado según la EHE.
  - 5.1.- Introducción.
  - 5.2.- Cálculo de los pilares de esbeltez mecánica comprendida entre  $35 < \lambda_m < 100$ .
    - 5.2.1.-Flexión compuesta recta. (Método aproximado).
    - 5.2.2.-Flexión compuesta esviada. (Método aproximado).
  - 5.3.- Cálculo de los pilares de esbeltez mecánica comprendida entre  $100 < \lambda_m < 200$ .

6.-Resumen de cómo realizar la comprobación de estructuras en el estado límite de inestabilidad.

7.-Resumen de cómo realizar la comprobación de soportes aislados en el estado límite de inestabilidad. (Se trata de un resumen del punto 5.-Cálculo a pandeo de los pilares de hormigón armado según la EHE).

ANEXO.- Conceptos generales acerca del pandeo.

EJEMPLO 1. Pandeo en estructura intraslacional.

EJEMPLO 2. Pandeo en estructura trasnacional.



## 1-Introducción: Consideraciones básicas para el proyecto de los pilares.

En el presente, las estructuras de edificación se han liberado totalmente de los muros de carga y son unos sencillos pilares, metálicos o de hormigón armado, los elementos encargados de sostenerlas sobre los cimientos y solamente cuando los empujes horizontales de viento o sismo son determinantes, se acude circunstancialmente a muros-pantalla verticales que las rigidizan y controlan sus movimientos horizontales.

Los pilares son, por excelencia, los soportes verticales de las estructuras y, por consiguiente, son los responsables máximos de la estabilidad de las mismas. Los colapsos estructurales más notables casi siempre comienzan por fallos relacionados con los pilares y por ello se les debe prestar una atención especial.

El hecho de que los pilares sean los elementos más perturbadores de la funcionalidad de los edificios no justifica la tendencia de muchos proyectistas a reducirlos de tamaño y ocultarlos en los lugares más inverosímiles, propiciando patologías de todo tipo.

Proyectar un edificio al margen total de la estructura y al final tratar de encajarla como sea puede ser uno de los ejercicios mentales que más rápidamente empuje a la locura por la cantidad de condicionantes que se plantean en cualquier edificio, por sencillo que éste sea.

Y no hablemos si el edificio posee un aparcamiento en su sótano y unos bajos comerciales de cierto nivel y se pretende resolver la estructura con los forjados planos sin vigas acusadas: la estructura resultante probablemente será tosca y cara al estar condicionados los cantos de los forjados por las luces de las plantas bajas.

Si las fuerzas laterales que pueden llegar a incidir sobre los edificios, derivadas del viento o de un hipotético sismo, tienen que ser soportadas por un entramado estructural configurado a base de pórticos, no debemos olvidar la regla de oro: *cuanto mayor sea el número de pilares que posean mejor será su respuesta resistente. Los momentos flectores los cortantes y las deformaciones horizontales en los pilares de los pórticos decrecen en proporción inversa a su número.*

En general los pilares deberían proyectarse con el criterio de armados mínimos, aprovechando al máximo la capacidad de resistir las compresiones que posee el hormigón, material mucho más económico que el acero de las armaduras.

Sustituir los pilares de hormigón por pilares metálicos no resulta aconsejable, salvo lógicamente, que la estructura se proyecte toda ella con perfiles de acero. El coste de un pilar metálico de perfiles convencionales viene a triplicar el coste de un pilar de hormigón armado. Por otra parte, los riesgos de pandeo, si bien pueden afectar a ambas tipologías de pilares, son más propios de los soportes metálicos que de los de hormigón. Independientemente de lo que diga la teoría, no conocemos caso alguno de patologías debidas al pandeo en estructuras de hormigón, ni local ni globalmente, por esbeltas que éstas sean.

Por otra parte, la unión de los pilares metálicos a las placas de hormigón, sean éstas del tipo que sean, resulta ciertamente problemática y es muy difícil simular dicha unión en un modelo matemático para su análisis mediante el ordenador. En general, los programas de cálculo deben tener la opción de dejar al proyectista el poder introducir un coeficiente que simule la unión de los pilares a las vigas o a los forjados reticulares para que, según como diseñe y construya la unión, se proponga por ejemplo un cero (0) para las articulaciones, un uno (1) para los empotramientos y un valor mitad (0.5) si se intuye que no en ni una cosa ni otra y pueda tener un comportamiento intermedio. Lo anterior variará los momentos de empotramiento entre el forjado y los pilares, y el programa de cálculo proporcionará esfuerzos más acordes con la realidad construida.

La ubicación de los pilares debe estar lo más alejada posible de las tuberías de servicio destinadas al transporte de aguas limpias y sucias. Las fugas que poseen y las condensaciones que se producen sobre las mencionadas tuberías provocan un ambiente de humedad que acaba originando problemas de corrosión en las armaduras antes de los 20 años de la vida de los edificios. El problema se acentúa si los soportes son metálicos.

El problema de la corrosión en los soportes es uno de los principales asuntos a resolver en la nueva filosofía de la calidad y durabilidad que comienza a plantearse, por fin, con cierta generalidad en el contexto de la edificación, a raíz de la aparición de la EHE en España. También puede ser lo mencionado, al margen de criterios económicos, una razón de peso para proyectar de hormigón con el criterio de armaduras mínimas y recubrimientos del orden de 4 ó 5 cm, cumpliendo de paso las duras exigencias de resistencias frente al fuego.

También va siendo hora, de cara a la durabilidad, de que se introduzca la cultura en los proyectistas de pintar los pilares de hormigón con pinturas anticarbonatación tapaporos, con objeto de preservar sus armaduras de la corrosión a largo plazo, especialmente cuando se encuentren a la intemperie, en sótanos húmedos y en ambientes agresivos de tipo industrial o marino.

Tampoco debe olvidarse que la tipología del sistema estructural elegido bajo el punto de vista del forjado condiciona fuertemente la situación de los pilares en planta.

Si se elige un sistema unidireccional, los pilares deben situarse de tal forma que los pórticos resulten planos. Un trazado de vigas culebreando por las plantas, si bien hoy día no plantea problemas en su análisis, conduce a unas complicaciones elevadas en la ferralla de los nudos y a unos esfuerzos suplementarios indeseables, que frecuentemente se olvidan o se desprecian muy a la ligera.

Por otra parte, alineaciones de vigas no paralelas complican la colocación de los encofrados y la fabricación de las viguetas al ser todas sus longitudes diferentes, aumentando los consumos de hormigón en los encuentros y las dificultades constructivas.

Si un planteamiento unidireccional conduce a un trazado de vigas sinuoso y a un número elevado de embrochamientos, quiere decir que nos estamos equivocando, que la elección del sistema puede no ser la adecuada y que, tal vez, merezca la pena pasar a un sistema de forjado sin vigas del tipo reticular o de losa maciza.

El forjado reticular, al igual que la losa maciza, admite una distribución caprichosa de los pilares y es por eso que puede ser el sistema preferido de ciertos arquitectos que acuden a él sistemáticamente porque facilita notablemente el diseño de las viviendas; pero, lógicamente, la distribución caprichosa de los pilares engendra esfuerzos de flexión en los mismos y, consecuentemente, un coste adicional en armaduras, que pueden evitarse con una situación modulada y de espacios compensados alrededor de los mismos.

La distribución de pilares más correcta en cualquier sistema estructural es la de formar una malla lo más cuadrada posible, con luces que difieran menos de 1 metro.

Cuando el sistema estructural admita vigas de canto acusadas bajo el forjado, la modulación puede ser de tipo rectangular, colocándose también pilares rectangulares con el lado mayor en la dirección de las vigas de canto, que deben disponerse según el lado mayor del rectángulo si se desea que el forjado sea de espesor mínimo con las viguetas dispuestas en la dirección menor de la modulación rectangular.

Si el forjado es del tipo plano, las vigas planas deben disponerse de forma contraria al criterio anterior, es decir, colocándolas según el lado menor del rectángulo y las viguetas según el lado mayor.

En cuanto la retranqueo de las caras de los pilares, éstos deben pensarse y diseñarse para que no se introduzcan excentricidades que originen

momentos adicionales a los momentos de flexión que proporcionan las vigas y forjados en los nudos, al desplazarse horizontalmente a medida que asciende verticalmente de planta en planta (Véase Fig. 1.1).

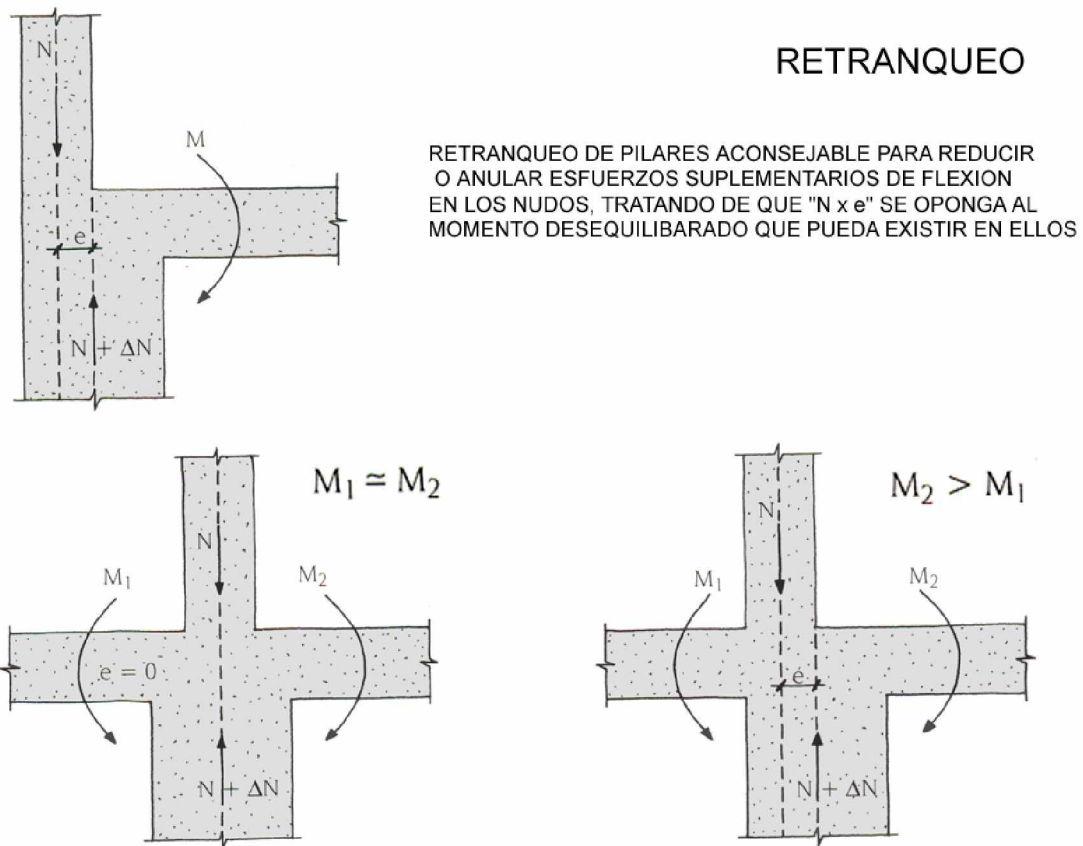


Fig. 1.1. Retranqueo de pilares aconsejable.

Los pilares centrales deben retranquearse uniformemente, manteniendo invariables sus ejes verticales, y en los de extremos, obviamente, manteniendo la cara exterior constante.

Hoy día los programas de cálculo tienen en cuenta el tamaño de los nudos a la hora de plantear matemáticamente su equilibrio, asignando a cada elemento estructural la excentricidad con la que transmiten sus cargas a los mismos.

No obstante los retranqueos que arbitrariamente se han realizado y se siguen realizando en los pilares de edificación, no nos consta que éstos hayan producido patologías dignas de mención, pese al tamaño que en ciertos casos alcanzan las secciones de los pilares y sus excentricidades constructivas.

## 2.-Geometría y tamaño de los pilares de hormigón armado.

Antes de iniciar el proceso de cálculo de cualquier tipología de estructura hiperestática, todos sabemos que es necesario definir geoméricamente y mecánicamente los elementos que la configuran: base, altura, resistencias del material, módulo elástico, etc. No siempre resulta sencillo acertar en el diseño y

dimensionado previo de los elementos estructurales, especialmente si la estructura es compleja y está sometida a empujes de viento o sismo. La práctica juega aquí un papel muy relevante y muy difícil de sustituir por reglas o criterios de carácter generalista.

No obstante, y no olvidando lo dicho anteriormente, pueden resultar útiles las sencillas reglas que se indican a continuación para fijar inicialmente la geometría de los pilares en los edificios convencionales.

Existen multitud de variables que influyen y condicionan la geometría de los soportes de hormigón armado.

De entrada, el tamaño mínimo se ha fijado desde siempre en 25x25 cm; y si se pretende obviar el pandeo local en los mismos y los efectos de segundo orden, su esbeltez mecánica ha de ser inferior a 35 ( $\lambda \leq 35$ ), lo que equivale a una esbeltez geométrica (en secciones rectangulares) menor que 10.

$\lambda = l_0 / i$  , donde  $i$ =radio de giro de la sección;  $l_0$ =Longitud de pandeo.

Resulta muy práctico en la edificación tomar como longitud de pandeo la altura entre plantas, sin mayores complicaciones añadidas.

Todo lo anterior equivale a decir que, para alturas que no superen los tres metros, no debemos proyectar secciones de pilares inferiores a 30x30 cm si pretendemos olvidarnos del pandeo sin riesgos.

Si queremos complementar las limitaciones anteriores con unos criterios basados en la obtención de pilares con unas cuantías bajas de armaduras, puede servir de ayuda para un primer dimensionado el proceso siguiente:

- ✦ Se obtiene la superficie de influencia que gravita sobre cada pilar (S) en m<sup>2</sup>.
- ✦ Se calcula la carga total por metro cuadrado sin mayoral de la planta (q).
- ✦ Se obtiene el axil de servicio multiplicando la superficie por la carga y por el número de plantas (n) que graviten sobre el pilar ( $N_S = S * q * n$ ).
- ✦ Aplicando las fórmulas siguientes se obtiene una orientación sobre la sección del pilar en metros cuadrados o el lado del pilar en centímetros, que lógicamente se redondeará de 5 en 5 cm.

$$\text{Sección en m}^2 = (N_S / 10\beta) \geq 0.0625 \text{ m}^2$$

$$\text{Lado en cm} = 100 \sqrt{(N_S / 10\beta)} \geq 25 \text{ cm} \quad (N_S \text{ en toneladas})$$

Valores de $\beta$ en función de la $f_{ck}$ del hormigón							
$f_{ck}$	H-17,5 17,5 Mpa	H-20 20 Mpa	H-22,5 22,5 Mpa	H-25 25 Mpa	H-27,5 27,5 Mpa	H-30 30 Mpa	H-35 35 Mpa
$\beta$	56	64	72	80	88	95	112

Si existe un momento predominante en una dirección, puede distribuirse la sección del pilar de tal forma que resulte un lado mayor en la dirección del plano del momento, respetando siempre el ancho mínimo de 25cm.

Un criterio de predimensionamiento en pilares podría ser el siguiente:

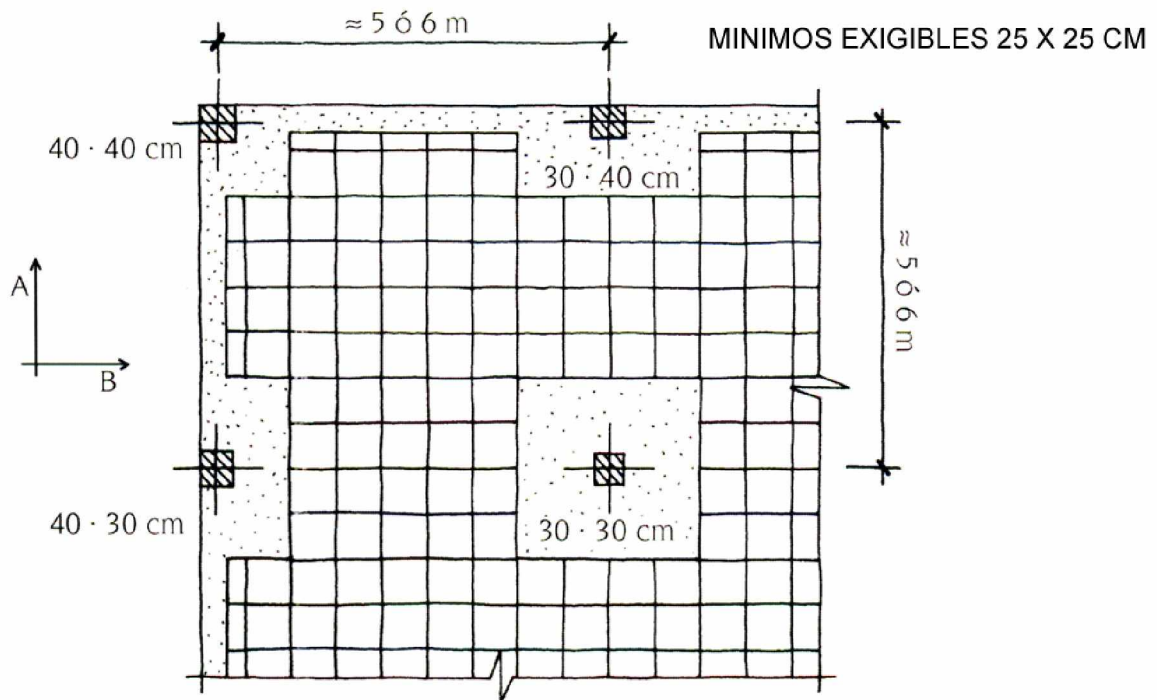
**AXIL REDUCIDO =  $N_d/(b \cdot h \cdot f_{cd}) = 0.8 - 1$  para soportes con momentos pequeños**

**AXIL REDUCIDO =  $N_d/(b \cdot h \cdot f_{cd}) = 0.5 - 0.6$  para soportes con momentos importantes**

El tamaño de los pilares, al margen de las cargas verticales que reciban y que, lógicamente, determinen su sección para que no exista agotamiento, debe cumplir adicionalmente, o al menos se aconseja que cumpla, algunos requisitos particulares que mejoren el sistema estructural elegido en el edificio para deformaciones horizontales, flechas y riesgos de punzonamiento.

### TAMAÑO

MINIMO ACONSEJABLE PARA LOS PILARES POR ECONOMIA Y SEGURIDAD



#### -Forjados reticulares y losas macizas:

- Para forjados reticulares y losas macizas, el tamaño mínimo de pilares exigidos por la Norma ( $25 \cdot 25 \text{ cm}$ ) sólo es válido para los pilares centrales con luces compensadas y cargas de diseño (mayoradas) inferiores a los  $200 \text{ Kn}$  ( $20 \text{ t}$ ), y siempre que no existan huecos de bajantes próximos a los mismos que afecten a los perímetros de punzonamiento de la placa.

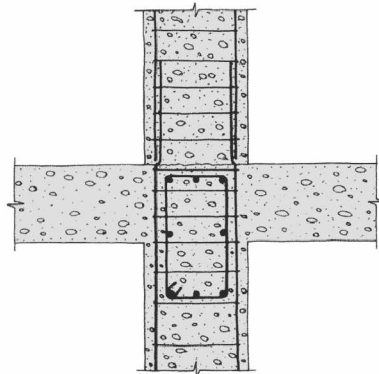
- El tamaño mínimo aconsejable no debe ser inferior a 30\*30 cm. Los pilares de medianería y de esquina, para evitar problemas de punzonamiento y empotrar las placas adecuadamente, deberían ser ligeramente mayores, pero nunca inferiores a 30\*30 cm. El tamaño adecuado para luces de 5 ó 6 m en los **pilares de esquina** podría ser de **40\*40 cm**.
- Los **pilares de medianería** deberían tener un tamaño de **40\*30 cm** para luces superiores a los 5 m. la dimensión mayor (40 cm) tendría que estar, lógicamente, perpendicular a la medianería, justo al contrario de cómo suele ser habitual en los proyectos de arquitectura.
- Las dimensiones inferiores a 30 cm sólo son admisibles en pilares apantallados, es decir, en aquellos pilares cuya dimensión mayor supera los 100 cm.
- Si se proyecta la estructura con pilares circulares, el diámetro mínimo de los mismos debería ser de 35 cm en los de medianería y de 40 en los de esquinas; solamente en los vanos centrales podrían aceptarse pilares de diámetro 30 cm.
- Los pilares de sección cuadrada son estructural y económicamente los pilares más adecuados para las estructuras de edificación ordinarias.
- Un pilar cuadrado cuyo lado sea el diámetro de un pilar circular, y teniendo ambos idéntica armadura, proporciona una capacidad de carga en torno a un 30% superior a la del pilar circular, con un coste del orden del 15 al 20% inferior.

#### -Forjados unidireccionales:

Cuando se opta por un sistema de estructura unidireccional, los consejos anteriormente expuestos tienen plena validez y, además, conviene tener presentes algunas consideraciones adicionales:

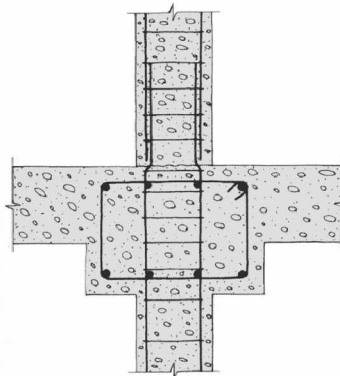
- Si las vigas son de canto, puede que estéticamente el tamaño del pilar deba tener el ancho de las vigas, pero no cabe duda de que ésta es una mala solución por las interferencias que se presentan en la disposición de las armaduras horizontales y verticales. La mejor solución estructural es la de envolver plenamente la viga con la sección del pilar.

ALTERNATIVAS ENTRE PILARES Y VIGAS ACUSADAS 1



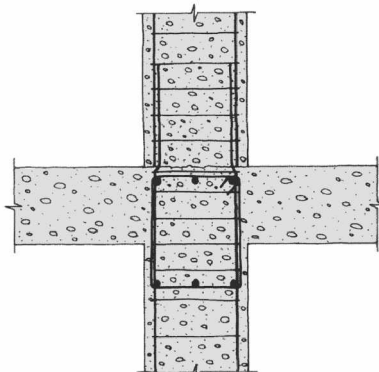
SOLUCION OPTIMA: VIGA MAS ESTRECHA QUE EL CANTO DEL PILAR

## ALTERNATIVAS ENTRE PILARES Y VIGAS ACUSADAS 2



SOLUCION INTERMEDIA: VIGA MAS ANCHA QUE EL PILAR

## ALTERNATIVAS ENTRE PILARES Y VIGAS ACUSADAS 3

SOLUCION INADECUADA: VIGA Y PILAR DE LA MISMA ANCHURA  
INTERFERENCIAS ENTRE ARMADURAS

- Si las vigas son planas y se sitúan centradas sobre los ejes de los pilares, el tamaño de los mismos juega un papel irrelevante en los nudos interiores.
- Pero no sucede lo mismo en los **nudos extremos y de esquina**. Pensar que una viga plana de 80\*28 cm se pueda unir constructivamente bien a un pilar de 25\*25 cm o de 30\*30 cm cuando éste se encuentra en un extremo, bien sea de medianera o de esquina, indica cuanto menos un desconocimiento preocupante de la realidad constructiva. Para que la ferralla concentrada de la viga pueda transmitir cómodamente sus esfuerzos a los pilares de forma directa, **el ancho**



de la misma debería coincidir sensiblemente con el ancho del pilar y nunca debería volar más de medio canto a izquierda y derecha. (Ver fig. 2.2).

#### TAMAÑO DESEABLE DE LOS PILARES CON VIGAS PLANAS

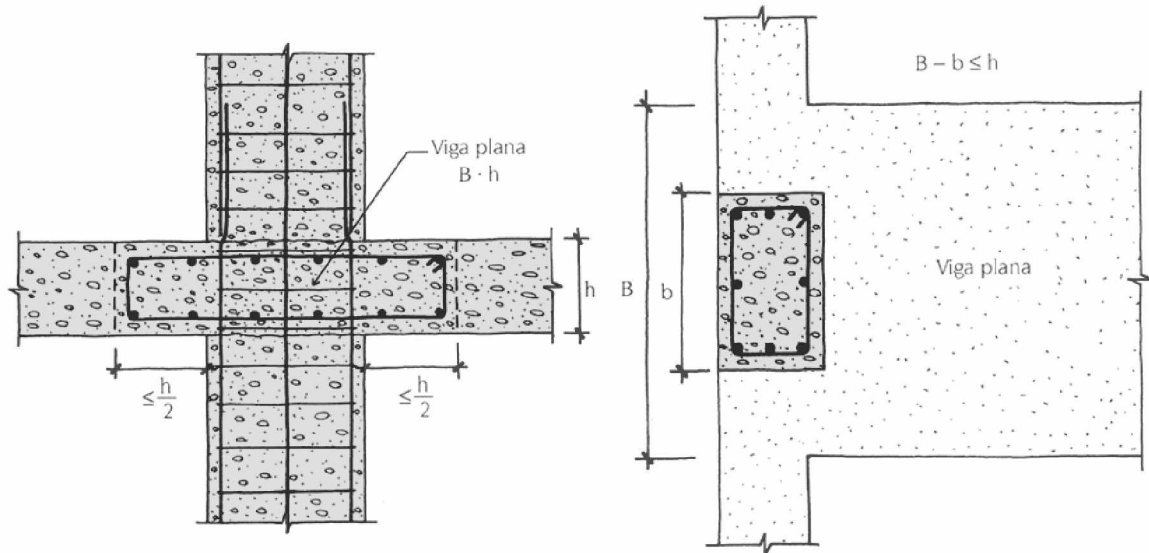


Fig.2.2. Tamaño deseable de los pilares extremos con vigas planas.

En España ha habido intentos serios de optimizar el dimensionado de pórticos, vigas y pilares con el objetivo de minimizar el coste constructivo de las piezas considerando como variables sus parámetros geométricos y las cuantías de armaduras resultantes. **La conclusión** más aprovechable de estos trabajos **es que se debe tratar de dimensionar los pilares con la cuantía mínima de la norma.**

### 3.-Dimensionado práctico de las armaduras en los pilares de hormigón armado.

En este apartado se expone una formulación sencilla y unos ábacos prácticos que permiten calcular manualmente los pilares de forma aislada. En modo alguno se pretende competir con la precisión analítica que puede conseguirse analizando la flexión esviada con un programa de ordenador si está bien formulado, pero los resultados que ofrecen los métodos simplificados y los ábacos son lo suficientemente válidos, pese a su carácter ligeramente conservador, como para que puedan ser aceptados sin objeciones dignas de consideración en la práctica constructiva.

El estudio de la inestabilidad de los pilares será tratado en puntos posteriores; baste decir de momento que el pandeo es un problema peligroso en las estructuras metálicas; mientras que en las estructuras de hormigón, el problema debe ser bastante menor, ya que no se tiene constancia de patologías atribuibles al mismo, lo que no quiere decir que no debamos prestar al pandeo la atención que se merezca en cada caso.

A efectos prácticos de dimensionar los pilares el pandeo se tiene en cuenta de dos maneras diferentes:

- en los pilares metálicos, multiplicando el axil de diseño  $N_d$  por un coeficiente adicional de amplificación que llamamos coeficiente de pandeo  $\omega$ .
- en los pilares de hormigón, añadiendo al momento flector de primer orden debido a las cargas un momento adicional de segundo orden que refleja los esfuerzos adicionales que pueden originarse por el pandeo, tal como se indica a continuación:

$$M_d \text{ (momento final)} = M_1 \text{ (primer orden)} + M_2 \text{ (pandeo)}$$

O bien, transformando los momentos en axiles con sus excentricidades respectivas.

$$N_d * e_t \text{ (momento final)} = N_d * e_1 \text{ (primer orden)} + N_d * e_p \text{ (pandeo)}$$

### 3.1.-Criterios básicos y requisitos mínimos en el dimensionamiento de los pilares de hormigón. Cuantías mínimas.

Independientemente de los resultados que arroje el cálculo, las Normas exigen cumplir una serie de requisitos básicos mínimos en la configuración constructiva de los pilares, cubriendo así los aspectos de segundo orden que normalmente no se tienen en cuenta en los cálculos habituales.

Estos requisitos básicos mínimos, según criterio de la EHE, son los siguientes:

- Cuantía geométrica mínima de armadura longitudinal: La EHE fija ésta para pilares en un 0.4% de la sección bruta de hormigón. (Ver tabla 3.1.1)

$$A_s \geq 0.004 A_C$$

Sección del pilar	Cuantía geométrica mínima (0.4%)	Armadura
30 x 30 (900 cm <sup>2</sup> )	$A_s = 3.6 \text{ cm}^2$	4 Ø 12
35 x 35 (1225 cm <sup>2</sup> )	$A_s = 4.9 \text{ cm}^2$	4 Ø 12
40 x 40 (1600 cm <sup>2</sup> )	$A_s = 6.4 \text{ cm}^2$	4 Ø 14 (4 Ø 16)
45 x 45 (2025 cm <sup>2</sup> )	$A_s = 8.1 \text{ cm}^2$	8 Ø 12
50 x 50 (2500 cm <sup>2</sup> )	$A_s = 10 \text{ cm}^2$	4 Ø 16 + 4 Ø 12
55 x 55 (3025 cm <sup>2</sup> )	$A_s = 12.1 \text{ cm}^2$	8 Ø 14 (4 Ø 16 + 4 Ø 12)
60 x 60 (3600 cm <sup>2</sup> )	$A_s = 14.4 \text{ cm}^2$	8 Ø 16

Tabla 3.1.1

- ↗ Cuantía mecánica mínima de armadura longitudinal: Las armaduras del pilar cubrirán al menos la décima parte del axil de diseño  $N_d$ .

$$A_s * f_{yd} \geq N_d / 10$$

- ↗ Cuantía mecánica máxima de armadura longitudinal: La capacidad mecánica de las armaduras no superará la capacidad mecánica del hormigón.

$$A_s * f_{yd} \leq A_c * f_{cd}$$

- ↗ Diámetro mínimo de las armaduras longitudinales en pilares es de  $\varnothing 12$

- ↗ Separación máxima entre barras longitudinales: Las barras de pilares y pantallas no deben estar separadas entre sí más de 30 cm, aunque la EHE incrementa esta distancia a 35 cm permitiendo la construcción de pilares de 40\*40 cm con cuatro barras. No obstante esto no es aconsejable y se recomienda que la separación entre armaduras longitudinales, sean resistentes o de piel y con independencia de que sean tenidas en cuenta o no en el cálculo, cumpla que:

$$s \leq 30 \text{ cm}$$

$s \leq$  tres veces el espesor bruto del elemento en la zona en que van situadas.

La razón de ser de esta regla es la de conseguir que la armadura quede distribuida convenientemente evitando así que queden zonas de hormigón sin armaduras.

- ↗ Separación mínima entre barras longitudinales: la distancia mínima entre barras longitudinales debe cumplir simultáneamente:

- $s \geq 2 \text{ cm}$
- $s \geq \varnothing_{\text{barra más gruesa del pilar}}$
- $s \geq 1,25 D_{\text{max}}$ , siendo  $D_{\text{max}}$  el tamaño máximo de árido

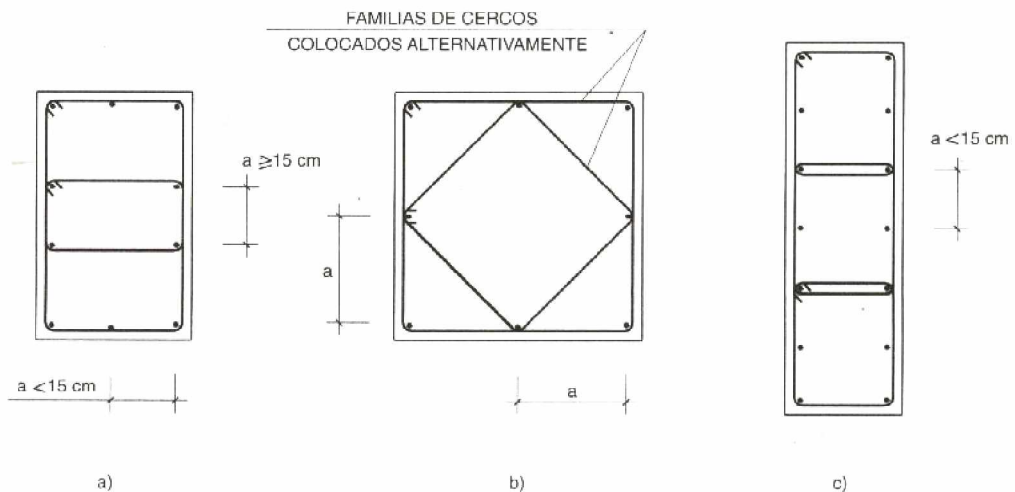
- ↗ En pilares circulares el número mínimo de barras será de seis ( $6\varnothing 12$  como mínimo).

- ↗ Cuando los pilares se encuentren solicitados por momentos importantes alternativos que hacen que la sección del pilar no se encuentre totalmente comprimida y necesiten armadura de tracción (flexión compuesta), como sucede normalmente ante la acción del viento o del sismo, la capacidad mecánica mínima de armadura longitudinal total del pilar, por problemas de fragilidad, puede venir dada conservadoramente por:

$$A_s * f_{yd} \geq 2 * 0.04 * U_c = 0.08 * A_c * f_{cd}$$

- ↗ Los estribos en pilares deberán cumplir lo siguiente:

- Los estribos mínimos tendrán un diámetro  $\varnothing 6$
- $\varnothing_{\text{estribo}} \geq \frac{1}{4} \varnothing_{\text{barra}} \text{ más gruesa del pilar}$
- La separación entre estribos ( $s_t$ ) será menor que:
  - $s_t \leq \text{la menor dimensión del pilar}$
  - $s_t \leq 15 \varnothing_{\text{barra más delgada del pilar}}$
  - $s_t \leq 30 \text{ cm}$
  - $s_t \leq \text{dimensión menor de la sección del pilar}$
- Para que los estribos arriostren bien la armadura longitudinal, es preciso que sujeten realmente las barras longitudinales en compresión, evitando su pandeo. Así si en un soporte la armadura longitudinal se dispone no sólo en las esquinas, sino también a lo largo de las caras, para que las barras centrales queden realmente sujetas, convendrá adoptar disposiciones del tipo de las indicadas en las figuras 42.3.1.a, 42.3.1.b, y 42.3.1.c, sujetando, al menos, una de cada dos barras consecutivas de la misma cara y todas aquellas que se dispongan a una distancia  $a > 15 \text{ cm}$ .



Figuras 42.3.1.a, b y c

- A demás en zona sísmica se aconseja concentrar los estribos en cabeza y pie de pilares (una longitud mínima de 50 cm) de modo que se cumpla que: (Ver Fig. 3.1.2.)
  - $5 \text{ cm} \leq s_t \leq 8 \text{ cm}$  (resulta muy conveniente colocarlos a  $s_t = 5 \text{ cm}$ )

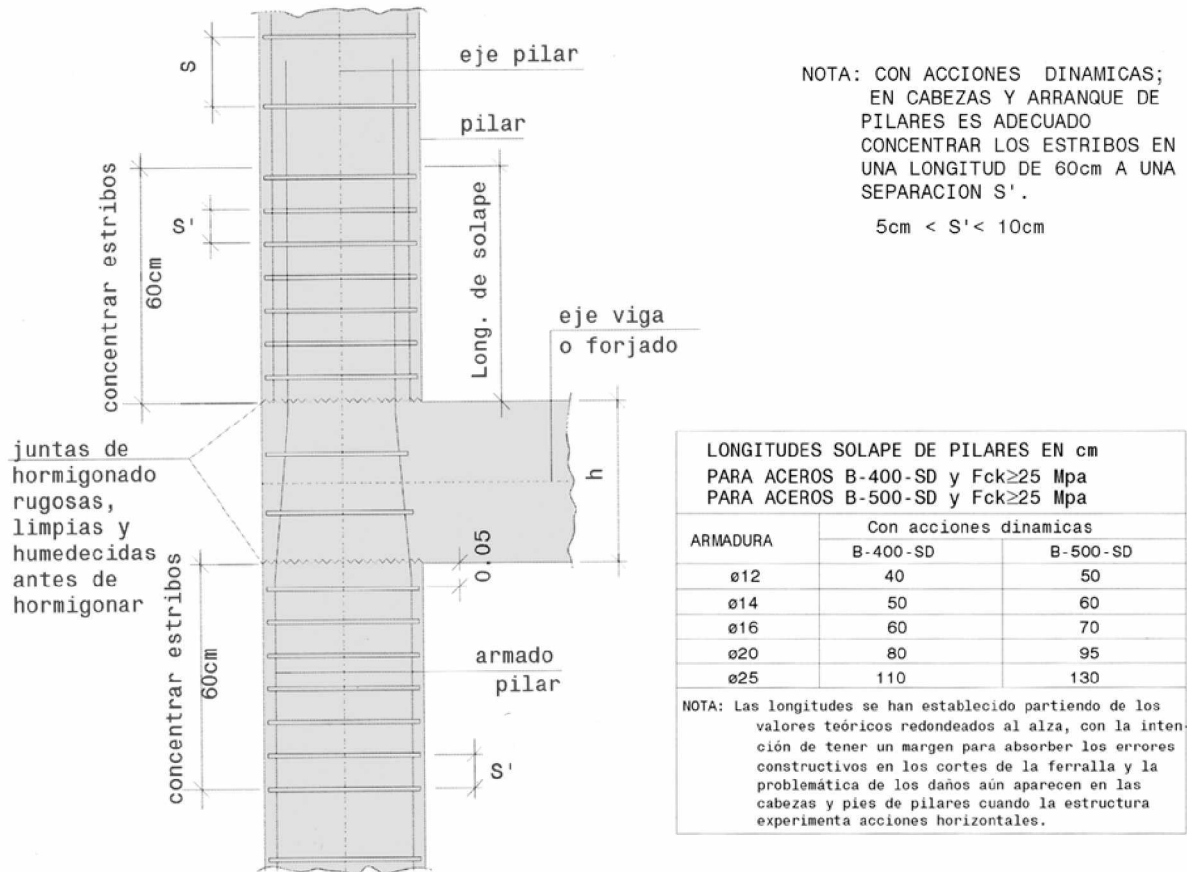


Fig. 3.1.2. Esquema de armado de pilar en unión con viga y forjado. Concentración de estribos en cabeza y pie de pilar en presencia de acciones dinámicas.

El Eurocódigo 2 por su parte hace una interpretación distinta de estos requisitos básicos mínimos. Para aquellos a quien pudiese interesar, y a modo de complemento, se comentan a continuación las diferencias más importantes:

- El lado mayor del soporte no debe superar en cuatro veces al lado menor.
- La menor dimensión permitida para la sección transversal será de 20 cm.
- Diámetro mínimo de las armaduras longitudinales en pilares es de  $\varnothing 12$  (*idem q en la EHE*).
- Cuantía mínima de armadura longitudinal cumplirá:

$$A_s \geq 0.003 A_C \quad (\text{Cuantía geométrica mínima})$$

$$A_s * f_{yd} \geq 0.15 N_d \quad (\text{Cuantía mecánica mínima})$$

- Cuando la unión de las barras sea por solape, que es lo habitual en edificación, se deberá verificar que:

$$A_s \leq 0.08 A_C$$

- Los estribos en pilares deben cumplir las mismas reglas enunciadas en el criterio de la EHE. Y además:
- La separación entre estribos ( $s_t$ ) será menor que:
    - $s_t \leq$  la menor dimensión del pilar \_\_\_\_\_ (*idem que EHE*)
    - $s_t \leq 12 \varnothing_{\text{barra}}$  más delgada del pilar
    - $s_t \leq 30 \text{ cm}$  \_\_\_\_\_ (*idem que EHE*)
  - Donde se solapen las armaduras y en las zonas donde se unan a otros elementos, la separación entre estribos  $s_t$  se multiplicará por el **factor 0,6** en una distancia igual a la mayor dimensión de la sección transversal del soporte.

### Comentarios:

Independientemente de las normativas legales, conviene tener claros algunos conceptos relacionados con los pilares para tomarles el pulso real a su comportamiento.

➤ Un hormigón conformado por estribos rompe más dúctilmente que uno que no lo está; por consiguiente, cuanto mayor número de estribos se dispongan en los pilares, sobre todo en sus cabezas y pies, mejor comportamiento tendrán. Esto es especialmente importante en lo que se refiere a zona sísmica.

No obstante, por ensayos realizados sobre pilares con distintos estribados convencionales en *Intemac (José Calavera)*, incluso algunos sin estribos, la carga vertical última de agotamiento que los deja fuera de servicio ha sido prácticamente la misma en todos los casos; con estribados intensos tan solo aumenta dicha resistencia última en un 5%.

De esto se puede concluir que los estribos no aumentan prácticamente nada la capacidad resistente de los pilares, pero consiguen que su rotura sea dúctil; y es aquí donde reside la gran importancia de un correcto estribado.

➤ Las cuantías mínimas de armaduras en pilares tienen su razón de ser en los fenómenos de cansancio y efectos de segundo orden, que el hormigón como material presenta cuando está sometido a una compresión constante.

Dicho cansancio se traduce en una pérdida de eficacia frente al axil de diseño  $N_d$  en un 15%. Por consiguiente, en el supuesto de que el hormigón fuese perfecto y se sometiese a una compresión centrada, bastaría cumplir, para que no fuese perceptivo colocar armaduras de ningún tipo, que:

$$A_c \cdot f_{cd} = N_d$$

No obstante, por fenómenos de cansancio y fluencia (por no ser el hormigón un material perfecto y plenamente eficaz: su eficacia se estima en un 85% aproximadamente) la ecuación anterior pasa a ser:

$$0.85 \cdot A_c \cdot f_{cd} + 0.15 N_d = N_d$$

De aquí que la mayoría de las Normas del mundo obliguen a colocar como armadura mínima en un pilar una capacidad mecánica dada por:

$$A_s \cdot f_{yd} = 0.15 N_d$$

Como puede verse se supera el  $0.10 N_d$  mínimo de la EHE española.

Todo lo expuesto sería razonable si el dimensionamiento geométrico del pilar fuese estricto, pero si se encuentra sobredimensionado y la sección del pilar se ha diseñado teniendo presente su cansancio por la fórmula:

$$0.85 A_c f_{cd} = N_d$$

las cuantías mínimas pierden su razón de ser y las armaduras podrían ser las que arbitrariamente se desearan disponer. Esta situación se da en los pilares de edificación (*con momentos pequeños que pueden estar englobados en una mayoración adicional del axil estimado en un 20%*), cuando se cumple que:

$$\gamma_f \cdot \gamma_u \cdot N_s \leq 0.85 \cdot A_c \cdot (f_{ck} / \gamma_c) \quad (\text{ó expresado de otro modo: } N_d \leq 0.85 A_c f_{cd})$$

Siendo:

$N_s$  = axil de servicio

$\gamma_f = 1.60$  (coeficiente de mayoración de cargas variables)

$\gamma_f = 1.50$  (coeficiente de mayoración de cargas constantes)

$\gamma_c = 1.50$  (coeficiente de minoración de resistencia del hormigón)

$\gamma_u = 1.20$  (factor adicional para tener presentes excentricidades constructivas y simular la acción de pequeños momentos)

Operando con  $\gamma_f = 1.55$  resultaría:

$$N_s / A_c \leq 0.31 f_{ck} \quad (\text{ó expresado de otro modo: } N_d / A_c \leq 0.47 f_{ck})$$

Y, por tanto, siempre que se cumpliera la expresión anterior, las cuantías mecánicas carecen de razón de ser. Por tanto las cuantías de armadura mínimas pueden ser manipulables por el proyectista, siempre y cuando se justifiquen adecuadamente, como la propia Norma EHE contempla en su artículo 1º.

Finalmente, decir que la deformación máxima que se acepta para el hormigón comprimido es de 0,2% lo que limita la tensión máxima de cálculo para el acero a 420 Mpa (4200 kg/cm<sup>2</sup>). En la expresión de abajo se explica de donde viene ese valor:

$$\sigma_{s \max} = E_s \cdot \epsilon_{cu} = 2,1 \cdot 10^5 \cdot 0,002 = 420 \text{ Mpa}$$

Sin embargo, en ensayos realizados por INTEMAC se alcanzaron acortamientos no inferiores al 0,32%, por lo que el criterio de aceptar en la compresión de los pilares deformaciones máximas del 0,2% resulta sumamente conservador.

En base a lo anterior ( $\sigma_{s \max} = 420 \text{ Mpa}$ ) se deduce que lo razonable es emplear en pilares aceros de calidad no mayor a la de 420 Mpa, dado que si empleamos aceros de límite elástico superior estaremos desaprovechando acero. Esto se traduce en que no es rentable emplear en pilares aceros tipo B-500 (500Mpa), debiendo ir a los aceros B-400 (400Mpa).

Si la industria siderúrgica europea logra imponer el acero único B 500-SD (500 Mpa), habremos dado un paso hacia atrás en cuanto a la calidad de las estructuras de edificación se refiere: mayores deformaciones; aunque bajo el punto de vista de la ductilidad se haya mejorado considerablemente.

### 3.2.-Dimensionamiento de pilares a compresión centrada.

Es muy difícil que exista compresión centrada pura en la práctica, dado que siempre hay imperfecciones que conducen a unas excentricidades constructivas que la normativa evalúa por lo menos en el mayor de los siguientes valores:

2 cm

$h/20$ , siendo "h" el canto de la sección en la dirección considerada.

lo que no significa que haya que aceptar dichos errores en la alineación vertical de los pilares durante el proceso constructivo.

La EHE en su artículo 42.2.1 hace referencia a este concepto bajo el nombre de excentricidad mínima.

El problema de dimensionar el pilar con las flexiones que sobre el mismo inducen las excentricidades mínimas puede solucionarse fácilmente con el criterio de *J. Montoya*, basado en ampliar el axil  $N_d$  multiplicándolo por un coeficiente  $\gamma_n$ , cuyo valor es el mayor que resulte de:

$$\gamma_n = 1,15$$

$$\gamma_n = (b+5)/b, \text{ siendo "b" el menor lado de la sección del pilar.}$$

De esta forma se simulan a efectos prácticos los momentos derivados de dichas excentricidades. La formula de dimensionado que resulta es la siguiente:

$$\gamma_f * \gamma_n * N_s = (0.85 * (f_{ck} / \gamma_c) * A_c) + ((f_{yk} / \gamma_s) * A_s)$$



### 3.3.-Dimensionamiento en flexocompresión recta.

#### 3.3.1.-Pequeñas excentricidades

En realidad, la flexocompresión recta tampoco resulta ser el esfuerzo puro que afecta a los pilares de los edificios, dado que la mayoría de ellos se encuentran solicitados por una flexocompresión esviada; no obstante, en pórticos muy puros con bandas de cargas compensadas, y tan solo bajo la acción de las cargas gravitatorias, el momento que solicita a los pilares prácticamente es único y la flexocompresión recta refleja suficientemente bien su comportamiento mecánico.

Tres son los modos que hay de enfocar la resolución del problema de la flexocompresión recta:

- 1.-Las fórmulas de F. Morán
- 2.-Las formulas del anejo nº 8 de la EHE
- 3.-Diagramas de interacción adimensionales (*obtenidos del libro "Hormigón Armado" tomo 2, de Montoya-Meseguer-Morán*).

#### 1.-Formulas de F. Morán.

Estas formulas permiten una solución muy simple para el problema, posibilitando elegir entre tres tipos de armado para los pilares:

- Armaduras simétricas en las caras perpendiculares al plano de la flexión (dos caras)
- Armado del pilar con 8 barras simétricamente dispuestas en sus caras.
- Armaduras simétricas en las cuatro caras.

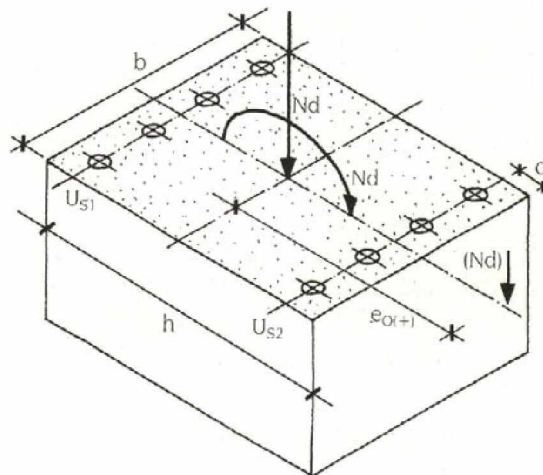


Fig. 3.3.1. Flexocompresión recta.

Partiendo de la sección del pilar y sus esfuerzos ponderados de diseño se calcula:

- La capacidad mecánica del hormigón:  $U_c = f_{cd} \cdot b \cdot h$
- El recubrimiento relativo:  $\delta = d' / h$
- El axil reducido:  $\nu = N_d / U_c$

- El momento reducido referido al centro:  $\mu = M_d / (U_c \cdot h)$
- El canto útil:  $d = h - d'$
- $U_0 = 0.85 \cdot b \cdot d \cdot f_{cd}$
- $e_0 = M_d / N_d$
- Los esfuerzos de agotamiento concomitantes:  $N_u, M_u$

En función del axil reducido  $\nu$  y de la tipología de armaduras elegidas para el pilar se obtienen los parámetros  $\alpha_1, \alpha_2$  y  $\alpha_3$  de la tabla siguiente:

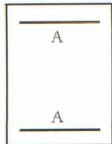
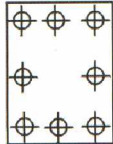
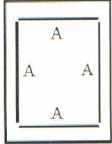
Flexocompresión recta. Dimensionamiento de soportes regulares									
Axil $\nu$	Dos caras			8 barras			Arm. simétricas		
	$\alpha_1$	$\alpha_2$	$\alpha_3$	$\alpha_1$	$\alpha_2$	$\alpha_3$	$\alpha_1$	$\alpha_2$	$\alpha_3$
0,10	-0,09	2,01	2,00	-0,14	2,42	1,96	-0,14	2,55	1,95
0,20	-0,15	1,99	2,06	-0,22	2,61	1,97	-0,22	2,67	2,03
0,30	-0,19	2,00	2,00	-0,26	2,65	1,99	-0,27	2,71	2,20
0,40	-0,20	1,96	2,19	-0,27	2,66	2,02	-0,28	2,76	2,18
0,50	-0,18	2,05	2,17	-0,22	2,53	2,29	-0,23	2,63	2,38
0,60	-0,15	2,15	2,03	-0,19	2,62	2,17	-0,19	2,67	2,32
0,70	-0,11	2,26	1,89	-0,15	2,73	2,06	-0,16	2,78	2,17
0,80	-0,05	2,30	1,76	-0,09	2,74	1,94	-0,09	2,80	2,01
0,90	0,03	2,31	1,62	-0,01	2,75	1,82	-0,01	2,81	1,86
1,00	0,12	2,31	1,49	0,07	2,74	1,71	0,07	2,81	1,71
1,10	0,21	2,32	1,38	0,16	2,73	1,60	0,16	2,80	1,58
1,20	0,30	2,32	1,27	0,25	2,72	1,51	0,25	2,80	1,47
1,30	0,39	2,33	1,18	0,34	2,71	1,42	0,35	2,79	1,36
1,40	0,48	2,33	1,10	0,43	2,70	1,33	0,44	2,78	1,27
1,50	0,58	2,33	1,03	0,53	2,69	1,25	0,54	2,77	1,19
									

Tabla de F. Morán.

Con los parámetros  $\alpha_1, \alpha_2$  y  $\alpha_3$  se entra en la fórmula:

$$\omega = (\alpha_1 + \alpha_2 \cdot \mu) / (1 - \alpha_3 \cdot \delta)$$

Y con el parámetro  $\omega$  se obtiene la cuantía mecánica total de armadura que se distribuirá con la forma previamente elegida.

$$C.M_{Total} = A_s \cdot f_{yd} = \omega \cdot U_c$$

Los errores que se cometen aplicando las fórmulas de F. Morán son, a efectos prácticos, despreciables.

Si  $\omega$  resultase negativo, se debe armar el pilar con la cuantía mínima perceptiva.

### Comentario:

Se plantea una pregunta interesante al emplear el método de Morán: ¿con cual de los tres tipos de armado sale mayor cantidad de armadura para absorber el mismo  $M_d$ ?

Con el de armadura simétrica en las 4 caras, ya que se desaprovecha capacidad mecánica de armadura en las barras centrales por gozar de menor brazo mecánico.

### 2.-Formulas del anejo nº 8 de la EHE.

La EHE en su anejo nº 8 nos ofrece las siguientes fórmulas simplificadas para **dimensionar las secciones rectangulares a flexión compuesta recta, con armaduras simétricas** exclusivamente en dos caras:  $U_{s1} = U_{s2}$

Se nos pueden presentar los siguientes casos:

**1.º**  $N_d < 0$  (estamos en caso de axiles de tracción)

$$U_{s1} = U_{s2} = [ M_d / (d - d') ] - N_d/2$$

**2.º**  $0 \leq N_d \leq 0,5U_0$

$$U_{s1} = U_{s2} = [ M_d / (d - d') ] + N_d/2 - [ N_d d / (d - d') ] * [ 1 - N_d / 2U_0 ]$$

**3.º**  $N_d > 0,5U_0$  (en este caso estamos en dominio 4, luego no es buena solución)

$$U_{s1} = U_{s2} = [ M_d / (d - d') ] + N_d/2 - \alpha * [ U_0 d / (d - d') ]$$

Donde:

$$\alpha = (0,480m_1 - 0,375m_2) / (m_1 - m_2) \leq 0,5 * [ 1 - (d'/d)^2 ]$$

$$m_1 = (N_d - 0,5U_0) * (d - d')$$

$$m_2 = 0,5N_d(d - d') - M_d - 0,32U_0(d - 2,5d')$$

$$U_0 = 0,85 * b * d * f_{cd}$$

El caso **1.º** corresponde a situaciones de dimensionamiento con axiles de tracción (el axil de tracción lleva signo negativo) y donde la posición de la fibra neutra varía entre:  $-0,5d' \leq X \leq 2,5d'$

Los casos **2.º Y 3.º** corresponden a situaciones de dimensionamiento con axil de compresión y donde la posición de la fibra neutra es inferior o superior a  $0,625d$  respectivamente.

Partiendo de una sección dada y de unas armaduras simétricas  $U_{s1}=U_{s2}$  previamente colocadas, la norma EHE también nos ofrece la posibilidad de

obtener el axil y el momento que nos agota dicha sección, lo cual puede resultar muy útil a efectos de realizar **comprobaciones**.

$$\boxed{1.^\circ e_0 < 0} \quad (\text{estamos en caso de axiles de tracción})$$

$$N_u = [U_{s1}(d - d')] / [e_0 - 0,5(d - d')]$$

$$M_u = N_u * e_0$$

$$\boxed{2.^\circ 0 \leq e_0 < 0,25(d+2d') + 2U_{s1}(d - d') / U_0}$$

$$N_u = [U_{s2}(d - d') + \alpha U_0 d] / [e_0 + 0,5(d - d')]$$

$$M_u = N_u * e_0$$

Donde:

$$\alpha = (0,480m_1 - 0,375m_2) / (m_1 - m_2) \leq 0,5 * [1 - (d'/d)^2]$$

$$m_1 = -0,5U_0e_0 + (U_{s1}+U_{s2})[(d-d')/2] + 0,125U_0(d+2d')$$

$$m_2 = -(U_{s2}+0,8U_0)e_0 + U_{s2}[(d-d')/2] + 0,08U_0(d+5d')$$

$$\boxed{3.^\circ e_0 \geq 0,25(d+2d') + 2U_{s1}(d - d') / U_0}$$

$$N_u = \left[ \sqrt{\left[ \left( \frac{e_0 - 0,5h}{d} \right)^2 + 2U_{s1}(d - d')/U_0 d \right]} - \frac{e_0 - 0,5h}{d} \right] U_0$$

$$M_u = N_u * e_0$$

El caso 1.<sup>o</sup> corresponde a situaciones de comprobación con axiles de tracción (el axil de tracción lleva signo negativo) y donde la posición de la fibra neutra varía entre:  $-0,5d' \leq X \leq 2,5d'$

Los casos 2.<sup>o</sup> Y 3.<sup>o</sup> corresponden a situaciones de comprobación con axil de compresión y donde la posición de la fibra neutra es inferior o superior a  $0,625d$  respectivamente.

### 3.-Diagramas de interacción adimensionales.

Estos diagramas permiten la obtención directa del parámetro  $\omega$  y la capacidad mecánica total que debe distribuirse en las caras del pilar, según indique el propio diagrama escogido.

$$\omega = (A_s f_{yd}) / (A_c f_{cd}) \rightarrow U_{s-total} = \omega * U_c$$

Para la obtención de  $\omega$  se parte de los esfuerzos de diseño del pilar, es decir de los esfuerzos mayorados para calcular el axil y momento reducidos:

$$v = N_d / A_c f_{cd}$$



$$\mu = N_d \cdot e_0 / (A_c \cdot h \cdot f_{cd})$$

$$e_0 = M_d / N_d$$

Para cada caso se tienen dos diagramas, en función de los recubrimientos elegidos para las armaduras:

Sección pequeña ( $\leq 50 \text{ cm}$ )  $\rightarrow d' = 0,1 h$

Sección grande ( $> 50 \text{ cm}$ )  $\rightarrow d' = 0,05 h$

Sobre cada diagrama de interacción se encuentran dibujadas las rectas que determinan las profundidades de la fibra neutra correspondientes a varios planos de deformación particularmente interesantes.

Únicamente a modo de ejemplo ponemos a continuación uno de estos diagramas. El resto se pueden conseguir del libro "Los pilares: criterios para su proyecto, cálculo y reparación" de Florentino Regalado Tesoro. También están en el libro "Hormigón Armado" de Jiménez Montoya, Messeguer y Morán.

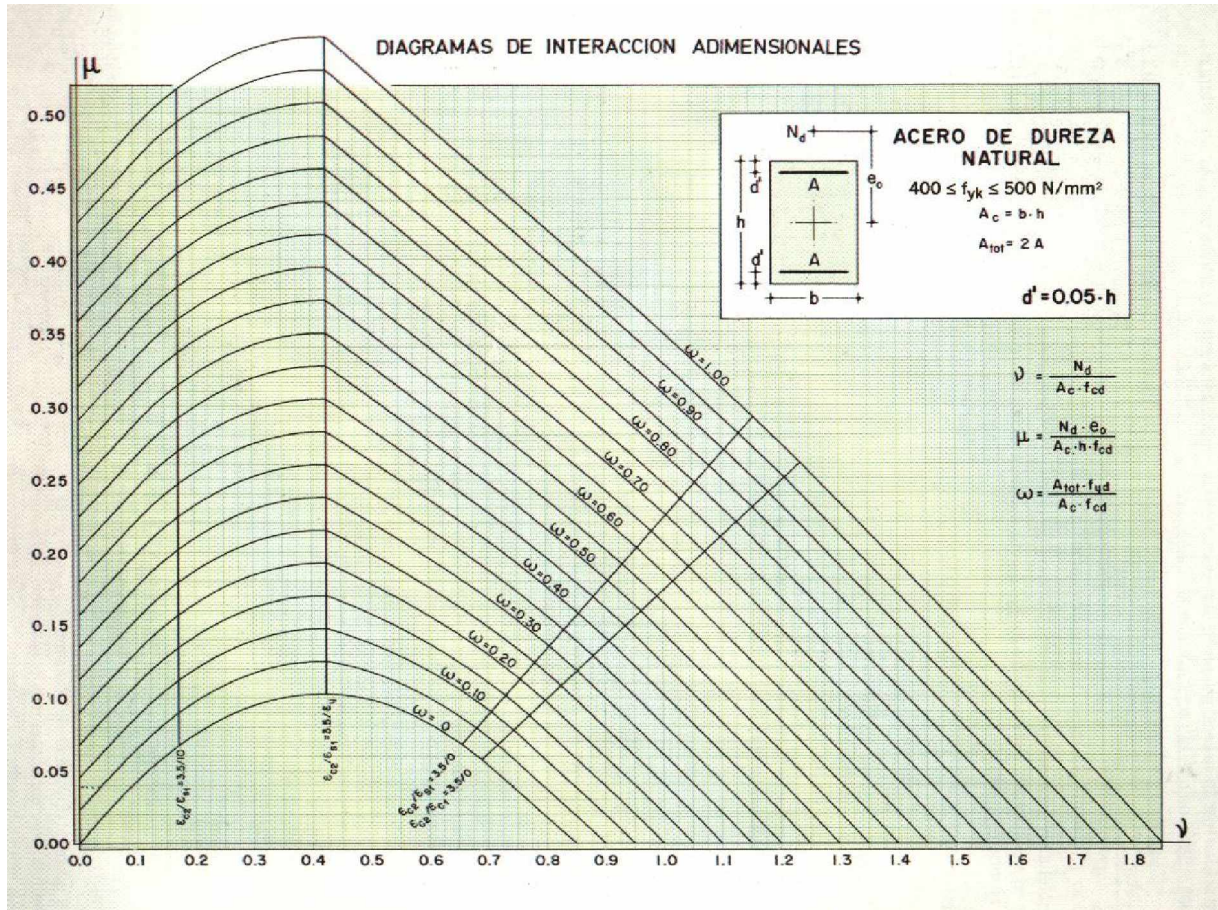


Fig. 3.3.2. Diagrama de interacción adimensional para armado a dos caras

En edificación convencional se arman los pilares simétricamente (ya sea a dos caras o a cuatro), ya que el momento generalmente puede venir en ambas direcciones principales al tratarse de viento o sismo.

Además en el caso concreto de pilares centrados, en los que el momento de diseño  $M_d$  es muy pequeño respecto del axil de diseño  $N_d$ , se arma simétricamente en las cuatro caras.

En estos casos son aplicables los tres métodos vistos.

### 3.3.2.-Grandes excentricidades.

No obstante hay **casos singulares** en los que no resulta económico armar la sección simétricamente por existir un **momento importante** ( $M_d$  importante en relación a  $N_d$ ) que actúa siempre en una **dirección fija**. Este es el caso del ejemplo siguiente:

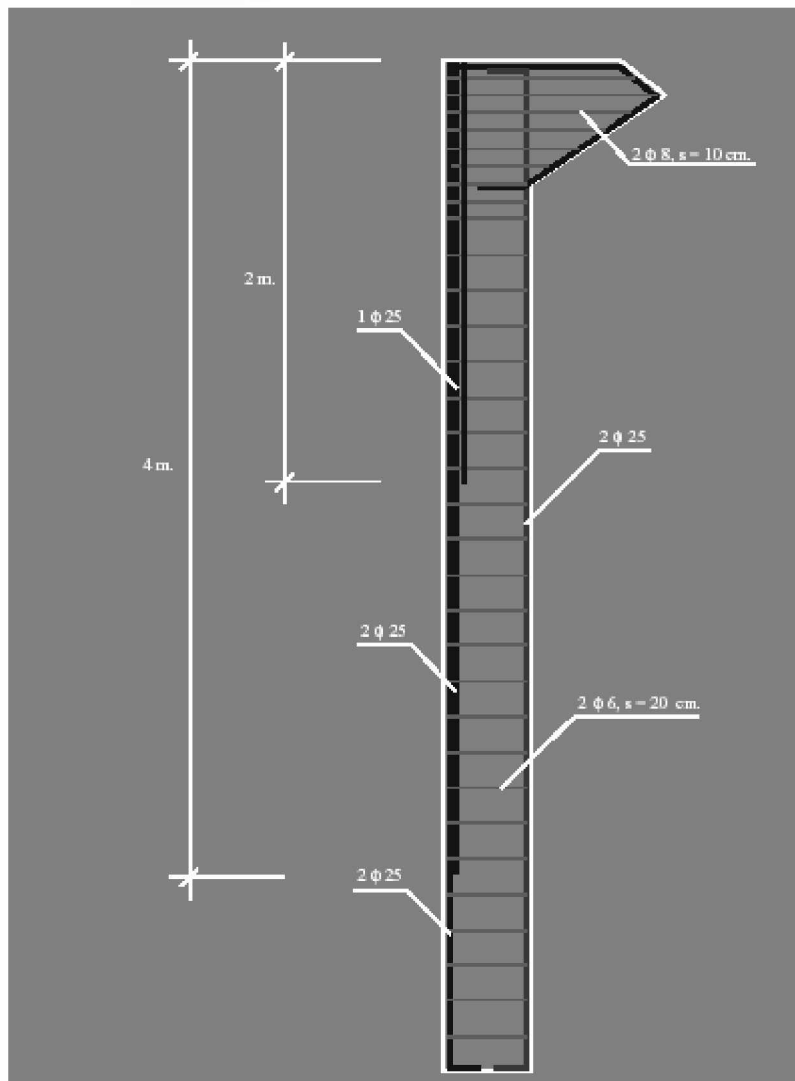
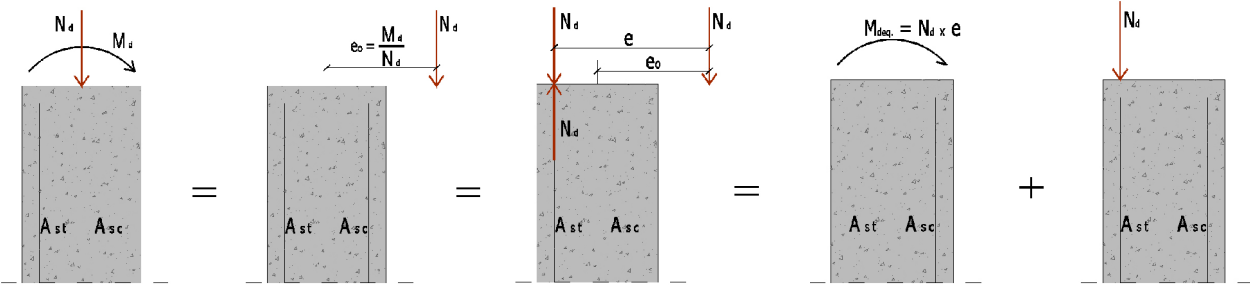


Fig. 3.3.3. Pilar con armadura no simétrica.

En estos casos el problema se resuelve fácilmente con el teorema de Ehlers, que consiste en transformar el problema de flexión compuesta recta en uno de flexión simple, que podemos resolver con cualquiera de los métodos: tablas, fórmulas de la EHE o número gordo ( $A_{st}=M_{d,eq}/0.8H$ ); este último válido

únicamente como comprobación. De este modo se obtienen  $A_{sc}$  (armadura de compresión) y  $A_{st}$  (armadura de tracción).

**TEOREMA DE EHLERS:**



$CM_{Tracción} = A_{st} - N_d$  , donde  $A_{st}$  es la armadura de tracción obtenida de la flexión simple.

$CM_{Compresión} = A_{sc}$  , donde  $A_{sc}$  es la armadura de compresión obtenida de la flexión simple.

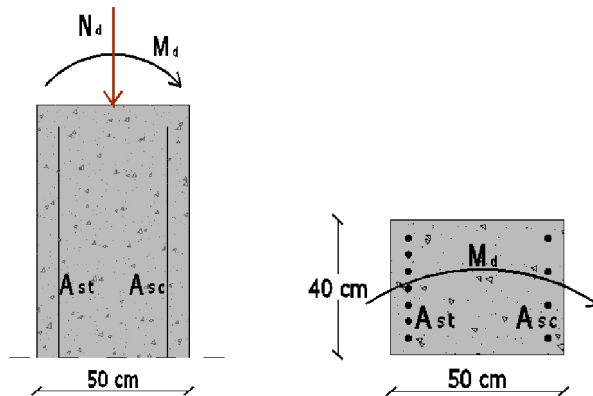
Fig. 3.3.4. Esquema explicativo del Teorema de Ehlers.

Al emplear el teorema pueden pasar dos cosas:

-Que la  $CM_{Tracción} < 0$  → en estos casos se arma simétricamente la sección en dos caras (estamos en el caso de pequeñas excentricidades).

-Que la  $CM_{Tracción} > 0$  → se puede no colocar simétricamente la armadura si vemos que hay diferencias considerables entre  $CM_{Tracción}$  y  $CM_{Compresión}$ .

**Ejemplo Tma Ehlers:** Tenemos un pilar de sección 50 x 40 cm sometido a un axil de diseño de  $N_d = 20$  t y a un momento de diseño de  $M_d = 50$  tm según la figura siguiente:



$e_o = M_d / N_d = 50\text{tm} / 20\text{t} = 2.50 \text{ m}$

$e = e_o + (h/2 - r)$ , con r es el recubrimiento (tomamos  $r = 5\text{cm}$ );  $e = 2.50 + 0.20 = 2.70\text{m}$

$M_{deq} = N_d e = 20 \times 2.70 = 54 \text{ tm}$

Resolviendo el problema de flexión simple con  $M_d = M_{deq} = 54tm$  mediante las tablas obtenemos:

$$A_{st} = 150.5 t = 1505 kN$$

$$A_{sc} = 17.25 t = 172.5 kN$$

De donde, aplicando teorema de Ehlers tenemos:

$$CM_{Tracción} = A_{st} - N_d = 150,5 - 20 = 130,5 t = 1305 kN \rightarrow 5\emptyset 32 (B400S)$$

$$CM_{Compresión} = A_{sc} = 172,5 kN \rightarrow 3\emptyset 16 (B400S)$$

Se pone de manifiesto claramente que estamos en un caso de grandes excentricidades, saliendo armadura muy diferente a tracción que a compresión.

### 3.4.-Dimensionamiento en flexocompresión esviada.

La flexocompresión esviada es, como ya hemos dicho anteriormente, la sollicitación más real que actúa en los pilares de edificación.

La solución precisa al problema resulta muy compleja y sólo mediante el ordenador es posible intentar abordarla, pues requiere colocar las armaduras antes de iniciar los cálculos que, en estos casos, se convierten en cálculos de comprobación.

Los diagramas de interacción han sido las herramientas habituales en los cálculos manuales, pese a que su lectura resulta molesta y propensa a cometer errores.

En España, el método manual más usado consiste en reducir el problema de flexocompresión esviada a otro de flexocompresión recta y, para ello, se aplica la conocida fórmula de J. Montoya, aceptando que se colocan armaduras en todas las esquinas y en todas las caras iguales.

Partiendo del axil y de los momentos ponderados, y teniendo en cuenta la figura 3.4.1, se opera de la siguiente forma:

- Calculamos la capacidad mecánica del hormigón:

$$U_c = f_{cd} \cdot b \cdot h$$

- Obtenemos el axil reducido:

$$\nu = N_d / U_c$$

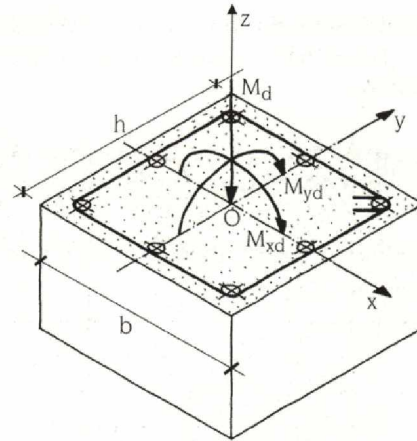
- El momento reducido que actúa en ZOx:

$$\mu_x = M_{xd} / U_c b$$



- El momento reducido que actúa en ZOY:

$$\mu_y = M_{yd} / U_c h$$



Pilar con armaduras simétricas

$$e_x = \frac{M_{dx}}{N_d} \quad e_y = \frac{M_{yd}}{N_d}$$

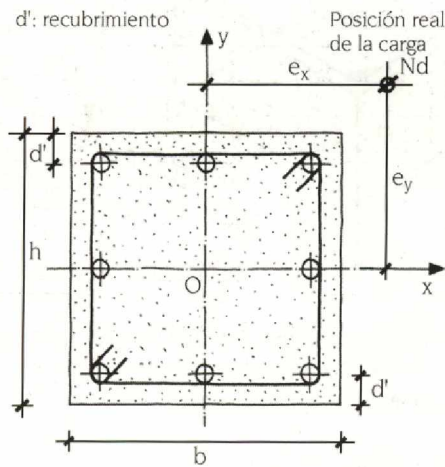


Fig. 3.4.1. Flexocompresión esviada.

El problema de la flexión esviada general lo convertimos a una flexocompresión recta equivalente según el plano ZOY cuando se verifica que:

$$\mu_y > \mu_x \text{ o bien } e_y/e_x \geq h/b$$

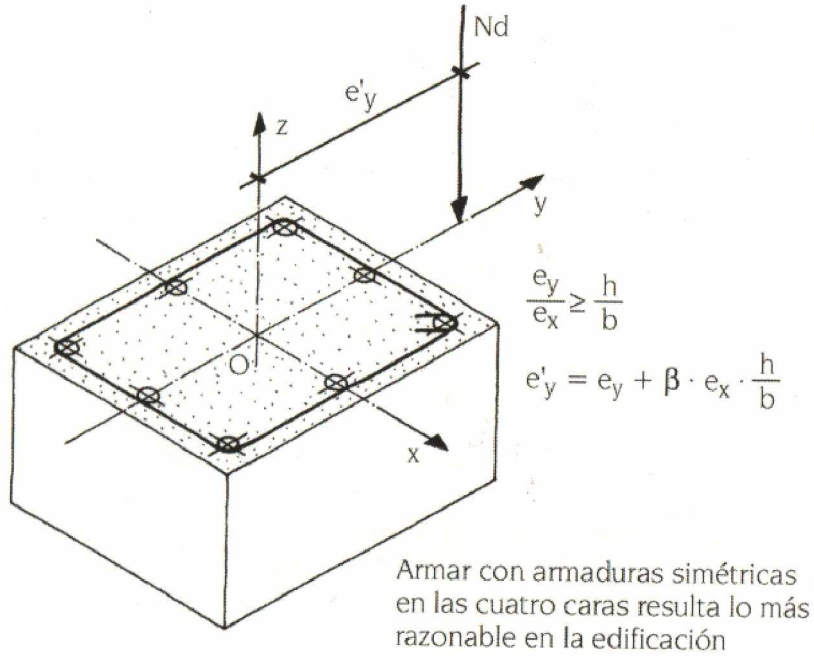
mediante las fórmulas:

$$\mu = \mu_y + \beta \mu_x$$

$$e'_y = e_y + \beta e_x h/b$$

siendo el momento flector de diseño equivalente según el plano y :

$$M_{eyd} = N_d e'_y$$



**Fig. 3.4.2. Flexión recta equivalente a la esviada.**

El problema se convierte en una flexión recta equivalente según el plano ZOx cuando, contrariamente a lo anterior, se verifica que:

$$\mu_x > \mu_y \text{ o bien } e_y/e_x < h/b$$

y mediante las fórmulas:

$$\mu = \mu_x + \beta \mu_y$$

$$e'_x = e_x + \beta e_y b/h$$

se permite obtener el momento flector de diseño equivalente, pero ahora haciéndolo actuar según el plano ZOx:

$$M_{exd} = N_d e'_x$$

donde  $\beta$  es un factor cuyos valores se obtienen de la siguiente tabla en función de  $\nu = N_d / U_c$

$\nu$	0	0.05	0.1	0.15	0.2	0.25	0.3	0.35	0.4	0.45	0.5	0.55	0.6	0.65	0.7	0.75	>0.8
$\beta$	0.5	0.55	0.6	0.65	0.7	0.75	0.8	0.85	0.9	0.85	0.8	0.75	0.7	0.65	0.6	0.55	0.5

Con el axil de diseño  $N$  y el momento equivalente ya en flexión recta, volvemos al apartado anterior (3.3.-Dimensionamiento en flexocompresión recta) y obtenemos el valor de  $\omega$ , mediante los criterios y fórmulas de F. Morán.

Si las cuantías que resultan son elevadas, es decir si:

$$\omega = (A_s f_{yd}) / U_c > 0.6$$

debemos repetir el proceso de cálculo incrementando  $\beta$  en un valor 0,1 ( $\beta = \beta + 0,1$ ), y para cuantías bajas,  $\omega < 0,2$ , debemos también repetir el proceso disminuyendo  $\beta$  en un valor 0,1 ( $\beta = \beta - 0,1$ )

La  $\omega$  final resultante nos permite ya armar el pilar con la capacidad mecánica total.

$$C. M. Total = A_s f_{yd} = \omega U_c$$

distribuyéndola bien en 8 barras o bien simétricamente en las cuatro caras del pilar, en función del criterio elegido en la obtención de los parámetros  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$  y  $\alpha_3$  de la fórmula de F. Morán de la flexión recta.

Téngase en cuenta, como ya se apuntó anteriormente, que el mayor grado de aprovechamiento de las armaduras se obtiene, cuando ello es posible, dimensionando la sección del pilar con 4 barras, y el menor, con armaduras iguales y simétricamente dispuestas en sus caras.

El sistema de armaduras iguales y simétricamente dispuestas en las caras del pilar es el mas recomendable y usado en la edificación y estamos de acuerdo con dicho sistema; en primer lugar, porque se adapta muy bien a la forma de trabajar los pilares en los edificios y, en segundo lugar, porque elimina una fuente de errores importante en la disposición de las armaduras a un coste mínimo.

## 4.-Tratamiento del pandeo en las estructuras de hormigón armado.

### 4.1.-Conceptos previos sobre el pandeo

Cuando se tiene una pieza de esbeltez elevada, un pilar en el caso que nos ocupa en este momento, sometida fundamentalmente a esfuerzos de compresión, por la serie de factores ya mencionados a lo largo del tema: imperfecciones constructivas, flexiones adicionales no previstas, materiales imperfectos (no son ni elásticos, ni isótropos, ni homogéneos), fallos en la alineación de las cargas, etc., resulta muy posible que el eje de la pieza abandone su posición de equilibrio y experimente unas deformaciones crecientes bajo la acción de los esfuerzos iniciales; es decir, sin que las cargas experimenten incremento de tipo alguno, que por compresión y flexión combinada hace que se produzca el colapso brusco de la pieza, sin que

teóricamente ambos efectos hayan alcanzado los máximos permitidos bajo condiciones ideales: se dice entonces que la pieza ha pandeado, que se ha salido fuera de su eje teórico de trabajo, que ha dejado de ser estable pasando a ser inestable.

Por regla general la forma con la que actualmente abordamos el pandeo con el objeto de simplificar los problemas de la no linealidad entre tensiones y deformaciones, consiste en llegar a establecer una columna modelo que se supone articulada en un extremo y con un apoyo deslizante en el otro, tal y como se ve en la fig. 4.1.1.

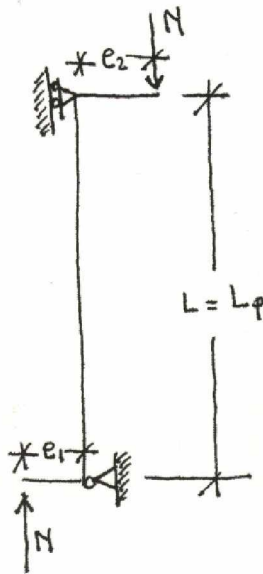


Fig. 4.1.1. Columna modelo de referencia y estudio representativo de las piezas reales.

Dicha columna debemos definirla de tal forma que sea lo más representativa posible del comportamiento de las piezas reales que forman parte de un entramado estructural; y en dicha columna, partiendo de análisis no lineales lo más precisos posibles, establecer unos procedimientos de cálculo simplificados que nos permitan su dimensionamiento teniendo presentes los efectos de segundo orden que solicitan a las mismas.

Por todo lo anterior, fijar a partir del carácter que posea la estructura (transnacional o intraslacional) y de la esbeltez de las piezas, las longitudes ficticias equivalentes ( $L_0$  ó  $L_p$ ) de sus columnas modelo representativas que nos permitan resolver los efectos de segundo orden en las mismas por efectos de posibles inestabilidades (pandeos), resulta un paso obligatorio.

$L_0 = L_p = \alpha \cdot L$  , donde:

- $L_0 = L_p$  → Longitud de pandeo
- $L$  → Longitud real de la pieza
- $\alpha$  → factor de transformación

Por una parte deberemos determinar el factor de equivalencia  $\alpha$ , y por otra tendremos que dimensionar la pieza como columna modelo una vez que está definida.

#### 4.2.-El concepto de esbeltez

La esbeltez de una pieza, o de un edificio en general, se encuentra íntima y biunívocamente ligado al concepto de estabilidad, y por tanto tiene que ver con el pandeo. No obstante podemos distinguir entre dos tipos de esbeltez:

**Esbeltez geométrica:** La esbeltez geométrica de un soporte de sección constante es la distancia entre puntos de inflexión de su deformada (longitud de pandeo,  $L_p$ ), dividida por la dimensión ( $b$  ó  $h$ ) de su sección contenida en el plano de pandeo que se esté analizando.

$$\lambda_g = L_p / h$$

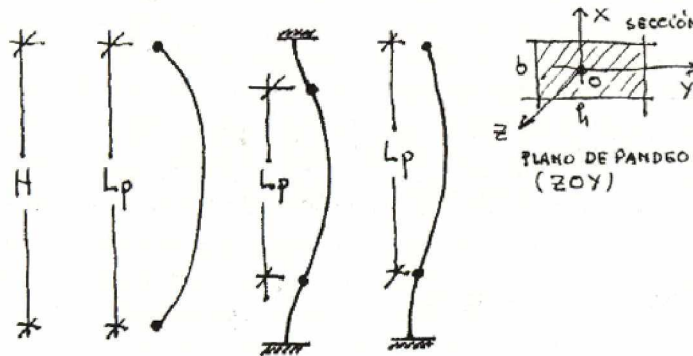


Fig. 4.2.1. Concepto de esbeltez geométrica de un soporte.

En la práctica cotidiana se suele suponer que la longitud de pandeo que poseen los pilares de edificación coincide con su altura, lo cual resulta ser conservador en la mayoría de los casos, pero no siempre, especialmente en las estructuras muy traslacionales.

**Esbeltez mecánica:** introduce en la valoración de la estabilidad de las piezas, las formas de sus secciones. Es más fiable ya que, a ningún proyectista se le escapa que el rendimiento mecánico de las formas geométricas, complementariamente al material con el que se construyen, juegan un papel de vital importancia en el comportamiento resistente que presentan.

Así por ejemplo, la sección circular posee un rendimiento mecánico peor que la cuadrada a igual de área resistente; y ambas se encuentran muy por debajo de la sección en forma de tubo o en forma de cajón a igualdad de material empleado en la construcción de las mismas.

Se entiende por **esbeltez mecánica** de una pieza, de un pilar en el caso que nos ocupa, al cociente entre su longitud de pandeo ( $L_p$ ) y el radio de giro  $i$  de la sección en el plano que se esté analizando a pandeo.

$\lambda_m = L_p / i$  , donde radio de giro  $i = \sqrt{I / A}$  siendo I la inercia de la sección en el plano considerado y A el área de la sección.

Se podría decir que la esbeltez geométrica es un concepto engañoso, no siempre fiel reflejo del grado de inestabilidad de una pieza. Ocurre lo contrario con la esbeltez mecánica, que al tener en cuenta la inercia de la sección si es un fiel indicador del grado de estabilidad o inestabilidad de una pieza. Por ello el concepto de **esbeltez mecánica** es el que emplean los códigos oficiales para tratar los problemas del pandeo.

Veamos qué relación guardan entre sí la esbeltez geométrica y mecánica en las secciones que más frecuentemente se emplean en los pilares de los edificios de hormigón armado:

Sección rectangular  $\rightarrow \lambda_m = 3.5\lambda_g$

Sección circular  $\rightarrow \lambda_m = 4\lambda_g$

El concepto de **esbeltez mecánica** le sirve a los códigos oficiales para clasificar los problemas de las inestabilidades en las piezas comprimidas y orientar al proyectista la forma y manera con la que debe abordar su análisis y cálculo.

Así, por ejemplo, la norma de estructura metálica EA-95 prohíbe diseñar piezas de esbeltez  $\geq 200$  si son principales.

En las piezas de las estructuras de hormigón intraslacionales, cuando  $\lambda_m \leq 35$  , la norma EHE estima que podemos desprestigiar los efectos de segundo orden que pueden originar las inestabilidades que den pie al pandeo y no efectuar cálculos adicionales de tipo alguno con relación al mismo.

Si la esbeltez mecánica se encuentra comprendida entre  $35 < \lambda_m < 100$  puede analizarse el pandeo mediante una formulación aproximada recogida en la EHE en los artículos 43.5.2 y 43.5.3 (más adelante se tratará el tema). Si la esbeltez mecánica supera el valor cien  $\lambda_m > 100$  , los cálculos poseen una complejidad mayor, recogidos en el artículo 43.5.1.

En las estructuras traslacionales el problema se complica bastante más y, solamente, para estructuras de menos de 15 pisos con desplazamientos menores de **H/750** pueden ser aplicables las formulaciones aproximadas permitidas para las piezas de las estructuras intraslacionales.

#### 4.3.-Concepto de la traslacionalidad e intraslacionalidad de las estructuras.

Cuando se calcula una estructura en teoría de primer orden, se está aceptando que los desplazamientos de los nudos son muy pequeños; y por tanto, que no influyan en la posición de equilibrio de las fuerzas, operándose con la geometría de la estructura sin deformar con un error absolutamente despreciable.

Bajo la hipótesis anterior, se desprecian los incrementos de esfuerzos, de momentos, que se originarían por la desalineación de los axiles debido a los posibles desplazamientos relativos entre nudos de la estructura, lo que se conoce en el argot estructural como los efectos “p-delta” ( $p-\delta$ ).

La traslacionalidad o intraslacionalidad de las estructuras, es decir, los desplazamientos que experimentan los nudos de las estructuras, nada tiene que ver con el concepto puro de una pieza comprimida que se vuelve inestable cuando se comprime y pandea.

Sin embargo los desplazamientos de los nudos producen una desalineación mayor en la dirección de las fuerzas que intentan viajar por los ejes de las piezas, y no pueden hacerlo por encontrarse los mismos desplazados. La figura 4.3.1 explica perfectamente lo que se quiere decir:

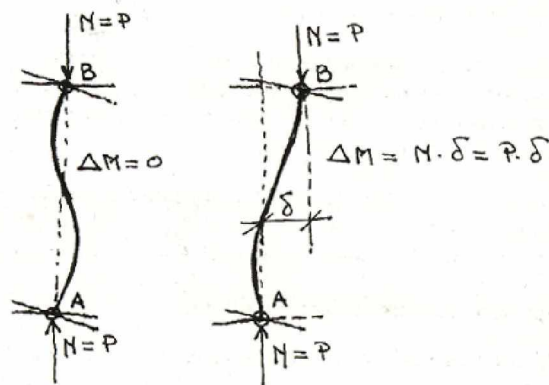


Fig. 4.3.1. Estructura intraslacional y estructura traslacional.

Por consiguiente, parece fácil imaginar que dichos desplazamientos necesariamente influirán en el pandeo de las piezas, amplificándolo si tienen una cierta relevancia (caso de estructuras traslacionales), o dejándolo a la suerte de las mismas, si los desplazamientos son irrelevantes como sucede en las estructuras intraslacionales.

De todo lo expuesto se comprende, que al llegar en las normas a los artículos que tratan el pandeo de los soportes, tengamos que plantearnos necesariamente la traslacionalidad de las estructuras.

### Estructuras intraslacionales.

Una estructura se dice que es intraslacional cuando bajo las solicitaciones de cálculo, presenta desplazamientos laterales despreciables bajo el punto de vista de su estabilidad de conjunto. En esta situación puede abordarse el cálculo de sus pilares directamente con los esfuerzos que resultan del análisis ordinario de primer orden, y analizar el pandeo de los mismos considerándolos como piezas aisladas simples con los grados de vinculación que posean (biarticulados, biempotrados, empotrado-articulado, etc.).

El problema radica en fijar y cuantificar en qué punto se considera que la estructura posee desplazamientos laterales que ya no pueden ser despreciados. En general, se puede afirmar en el mundo de las estructuras de

edificación, que todas aquellas que se encuentren en régimen de medianería pueden ser catalogadas como intraslacionales.

Los bloques de viviendas exentos de 10-12 plantas con un grado de esbeltez  $H/B \leq 3$  también podríamos considerar que poseen una estructura intraslacional al viento sin cometer un error digno de consideración, si posee una tabiquería abundante.

Para edificios ordinarios, aún en los casos de vigas planas, con menos de ocho alturas, los efectos de segundo orden derivados de la traslacionalidad suelen ser despreciables, por lo que la comprobación de sus pilares puede reducirse al caso de estructuras intraslacionales.

Para las estructuras de mayor esbeltez y mayor número de plantas, su traslacionalidad o intraslacionalidad, se encuentra intrínsecamente ligada a los elementos de rigidez que posea frente al viento: núcleos rígidos, pantallas, cruces de san andrés, pilares robustos con vigas de canto, tipos de cerramientos interiores, sótanos empotrados en el terreno, etc. La EHE acepta que una estructura puede considerarse como INTRASLACIONAL si cumple la condición:

$$H \cdot \sqrt{\left(\frac{\sum N_i}{\sum EI}\right)} \leq 0,6 \quad \text{si } n > 4$$

$$H \cdot \sqrt{\left(\frac{\sum N_i}{\sum EI}\right)} \leq 0,2 + 0,1n \quad \text{si } n < 4$$

H: Altura total de la estructura desde la cara superior de los cimientos

n :Número de plantas de la estructura

$\sum N_i$  : Suma de las cargas verticales con la estructura totalmente cargada en estado de servicio.

$\sum EI$ : Suma de rigideces a la flexión de los elementos de contraviento en la dirección considerada, tomando para I la sección bruta de hormigón.

La EHE no se define explícitamente sobre si la rigidez de los pilares puede ser tenida en cuenta o no en las formulas anteriores. En opinión de J. Calavera la rigidez de los pilares debe ser considerada.

Cabe decir que, según algunos autores, el criterio expresado por la formulación expuesta arriba resulta sumamente conservador, encontrándose absolutamente ajeno y de espaldas a la realidad física de las estructuras de edificación y su comportamiento.

En modo alguno deberíamos aceptar que el pórtico de un edificio de 7 plantas y 4 vanos sometido a las cargas de viento habituales, ni siquiera con una pantalla de 3 m de canto y 0,20 m de espesor, podamos cumplir la condición de que sea intraslacional.

Como puede deducirse de la lectura de lo expuesto, los límites de la traslacionalidad de las estructuras se encuentran bastante difusos, y debe ser el proyectista quien decida en base a su experiencia y conocimientos, teniendo en cuenta los criterios aquí recogidos y la evaluación de la rigidez de su estructura y la de los elementos que la arriostran frente a posibles acciones



horizontales, así como de la importancia de las mismas, si dicha estructura puede ser catalogada de intraslacional o trasnacional.

### **Estructuras traslacionales.**

En el apartado anterior, implícitamente, ya hemos respondido a lo que se entiende por estructuras traslacionales como aquellas que no reúnen los requisitos de intraslacional.

Con carácter general se establece que en las estructuras traslacionales deberíamos aplicar en su cálculo el método general de análisis no lineal en teoría de segundo orden.

Ante la dificultad que dicho análisis plantea, se permite aplicar métodos de cálculo elástico que simulen los efectos de segundo orden y la no linealidad de los materiales, puesto que pueden proporcionar resultados equivalentes suficientemente aproximados si se reducen las rigideces de las piezas, y se tienen presente algunas consideraciones adicionales, tales como:

- Actualizar la geometría de la estructura después de los desplazamientos en un primer cálculo lineal y así sucesivamente hasta su convergencia.
- Modificar la matriz de rigidez de la estructura.
- Considerar el efecto p-delta ( $p-\delta$ ) por los desplazamientos relativos entre plantas.

Entre los tres mencionados, para los edificios, el último es el más adecuado y práctico.

La norma EHE permite para las estructuras usuales de edificación que se encuentren por debajo de las 15 plantas, cuyos desplazamientos máximos en cabeza bajo cargas características horizontales realizando un cálculo elástico de primer orden con las rigideces de las secciones brutas, se encuentran por debajo de **1/750 de su altura total**, comprobar el pandeo de cada soporte aisladamente con la longitud de pandeo definida para las estructuras traslacionales, y con los esfuerzos obtenidos aplicando la teoría de primer orden.

Lo anterior nos abre un camino muy sencillo de comprobación numérica, calculando los desplazamientos en cabeza del edificio y verificar que no superan  $H/750$ .

Faltará obtener el factor de pandeo  $\alpha$  como se verá posteriormente, y después la longitud de pandeo de la columna modelo:

$$L_0 = L_p = \alpha * L$$

#### 4.4.-Longitudes efectivas de pandeo en las piezas comprimidas (pilares).

Se conoce como **carga crítica** la carga máxima que rompe el equilibrio y produce la inestabilidad primera (el pandeo) de una pieza comprimida. Por debajo de la misma el equilibrio y la estabilidad existen.

Se denomina *longitud efectiva* de una pieza comprimida, a la longitud de otra pieza teóricamente ideal, recta y biarticulada, que tenga la misma **carga crítica** que la pieza real considerada. Dicha longitud también se le denomina en la práctica *longitud de pandeo*. Coincide siempre con la distancia entre los puntos de inflexión de su deformada.

$$L_0 = L_p = \alpha \cdot L = \beta \cdot L$$

Siendo:

**L**: longitud de la pieza real

**L<sub>0</sub>, L<sub>p</sub>** : longitud efectiva o de pandeo

$\alpha, \beta$ : coeficiente de transformación o factor de longitud de pandeo

Pieza biarticulada	$\alpha = \beta = 1$	$\rightarrow$	$L_0 = L_p = L$
Pieza biempotrada	$\alpha = \beta = 0,5$	$\rightarrow$	$L_0 = L_p = 0,5L$
Pieza empotrada-articulada	$\alpha = \beta = 0,7$	$\rightarrow$	$L_0 = L_p = 0,7L$
Pieza empotrada-libre	$\alpha = \beta = 2$	$\rightarrow$	$L_0 = L_p = 2L$

Sin embargo, no resulta fácil determinar con precisión en los casos reales cuál es la longitud de pandeo de las piezas comprimidas.

Téngase presente que, en general, las piezas forman parte de entramados estructurales cuyo grado de traslacionalidad resulta difícil de precisar, y cuyos vínculos extremos no responden de forma pura a las idealizaciones que nos vemos obligados a realizar para abordar su cálculo teóricamente (empotramientos y articulaciones puras).

Veremos a continuación cómo aborda el problema la EHE española.

#### 4.5.-Cálculo de la longitud de pandeo de los pilares de hormigón armado (EHE).

El cálculo del factor  $\alpha = \beta$  que permite estimar la longitud de pandeo del pilar equivalente al que estamos analizando, con el objeto de poder dimensionarlo teniendo en cuenta los efectos de segundo orden debidos al

pandeo, la norma española EHE lo realiza siguiendo los trabajos de *Jackson y Moreland*.

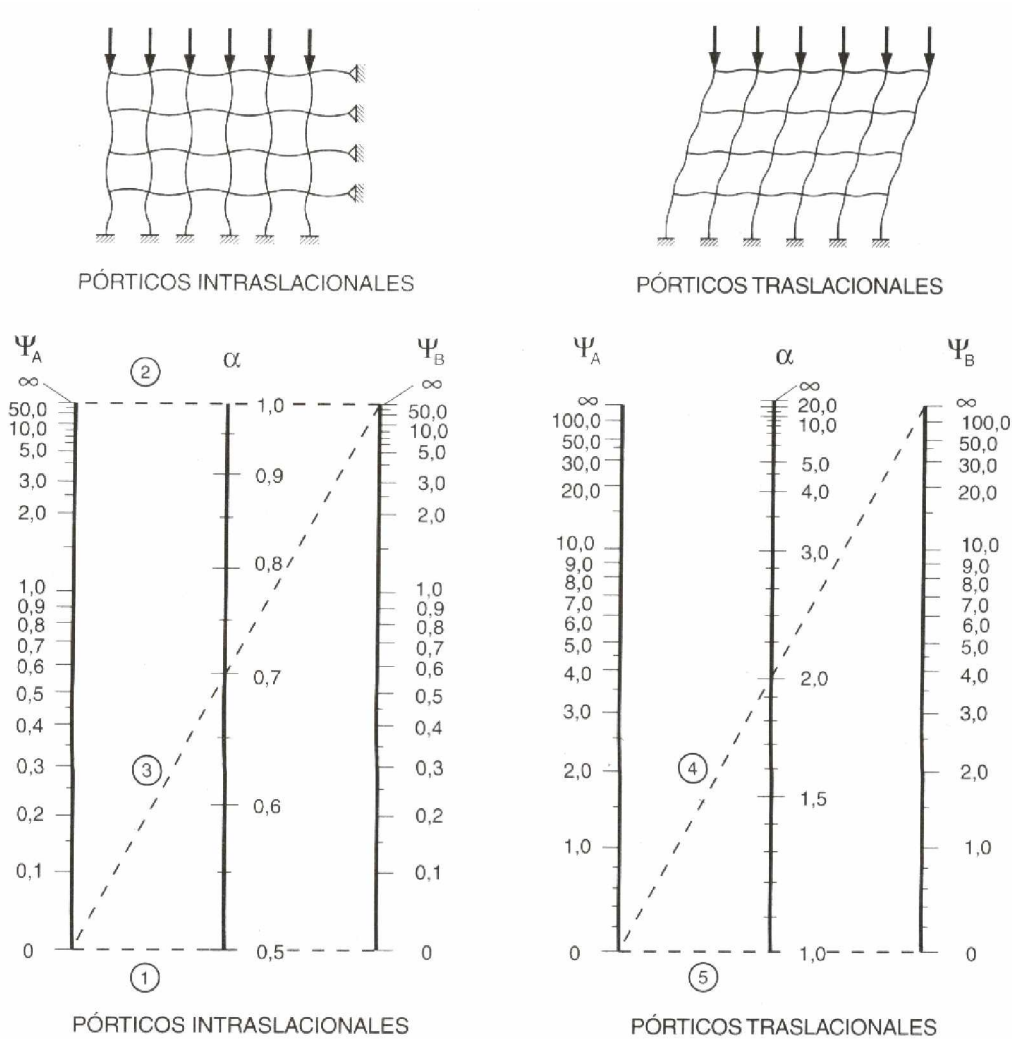


Fig. 4.5.1. Factor de pandeo ( $\alpha = \beta$ ) en las estructuras de hormigón según EHE.

En los ábacos de la *fig.4.5. 1*:

$\Psi$  : relación de  $\sum(EI / L)_{\text{Soportes}}$  a  $\sum(EI / L)_{\text{vigas}}$  en cada extremo A y B del soporte considerado.

$\alpha$  : factor de longitud de pandeo ( $L_0 = L_p = \alpha \cdot L$ )

- 1 : soporte biempotrado  $\rightarrow (L_0 = 0,5L) (\alpha = 0,5)$
- 2 : soporte biarticulado  $\rightarrow (L_0 = L) (\alpha = 1)$
- 3 : soporte articulado-empotrado  $\rightarrow (L_0 = 0,7L) (\alpha = 0,7)$
- 4 : soporte en ménsula  $\rightarrow (L_0 = 2L) (\alpha = 2)$
- 5 : soporte biempotrado con extremos desplazables  $\rightarrow (L_0 = L) (\alpha = 1)$

Partiendo de  $L_p = \alpha * L$ , *Jackson y Moreland* proponen que se tome en las piezas de los pórticos:

$$\alpha = (0,64 + 1,4(\Psi_A + \Psi_B) + 3 \Psi_A \Psi_B) / (1,28 + 2(\Psi_A + \Psi_B) + 3 \Psi_A \Psi_B)$$

para las ESTRUCTURAS INTRASLACIONALES,

$$\alpha = \sqrt{((7,5 + 4(\Psi_A + \Psi_B) + 3 \Psi_A \Psi_B) / (7,5 + \Psi_A \Psi_B))}$$

para las ESTRUCTURAS TRASLACIONALES.

Los valores de  $\Psi_A$  y  $\Psi_B$  son unos factores de rigidez que tratan de cuantificar el grado de vinculación que poseen en sus extremos los pilares que se analizan a pandeo.

El cálculo de los valores  $\Psi_i$  se realiza dividiendo la rigidez de los elementos horizontales que también confluyen en el nudo:

$$\Psi_i = \left( \sum(E_{pi} I_{pi} / L_{pi}) / \sum(E_{vi} I_{vi} / L_{vi}) \right)$$

Obsérvese que la expresión de *Jackson y Moreland*, al hacer intervenir al módulo E, permite emplear mezclas de piezas construidas con materiales distintos,

Veamos un ejemplo de cálculo de  $\Psi_i$  para terminar de aclarar las cosas:

$$\Psi_i = \left( \sum(E_{pi} I_{pi} / L_{pi}) / \sum(E_{vi} I_{vi} / L_{vi}) \right) ;$$

$$\Psi_i = \left( \sum(E_{p1} I_{p1} / L_{p1}) + \sum(E_{p2} I_{p2} / L_{p2}) / \sum(E_{v1} I_{v1} / L_{v1}) + \sum(E_{v2} I_{v2} / L_{v2}) \right)$$

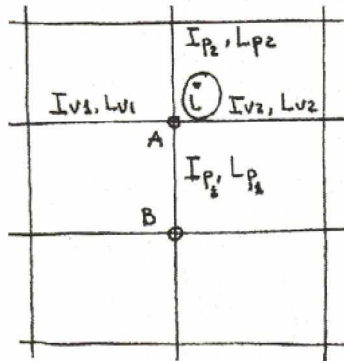


Fig. 4.5.2. Figura de referencia para el cálculo de los factores  $\Psi_i$ .

Lo que no queda claro en la norma EHE, es la forma de cuantificar la rigidez a flexión de todos los elementos que de verdad pueden existir en el nudo extremo de un pilar en la plante de un forjado, coaccionando su giro extremo frente al pandeo.

Cuando existen vigas de canto acusadas en las direcciones, el tema se clarifica, dado que sus elevadas rigideces relativas minimizan la influencia de de los restantes elementos que puedan existir en el forjado.

El problema se plantea con los forjados planos, ya sean éstos de losas macizas, reticulares o incluso forjados de viguetas, cuando se analiza el pandeo en la dirección de las mismas donde no existen físicamente vigas aunque éstas sean planas. ¿Qué rigidez se adopta en estos casos?: la norma EHE no da ninguna respuesta al respecto.

Considerar un ancho eficaz de la placa en torno a tres veces el tamaño del pilar o el ancho del pilar más dos veces el canto de la placa, como sección de arriostramiento para determinar las rigideces  $EI$ , podría ser un criterio razonable cuando se trata de forjados macizos o reticulares. Este ancho debe reducirse en los pilares de esquina y medianería, cuando se analice el pandeo paralelamente a las fachadas, considerando dos veces el tamaño del pilar o el ancho del pilar más una vez el canto de la placa.

Con forjados de viguetas de tipo unidireccional, podría considerarse como rigidez de arriostramiento al pandeo de los pilares, la rigidez que proporcionan tres de ellas, las más próximas a la cabeza de los mismos.

No tiene sentido entrar en el tema de si las secciones de hormigón se encuentran fisuradas o que grado de fisuración presentan, pues de hacerlo se entraría en una dinámica que no está en consonancia con el grado de precisión del planteamiento propuesto. Por consiguiente, se operará en todos los casos con las inercias brutas, ya que con ello no contradecemos la norma EHE.

No obstante, a título únicamente informativo, diré que algunos autores recomiendan operar con la inercia bruta<sup>1</sup> de los pilares y la inercia mitad de la bruta en los elementos horizontales si son de hormigón, para obtener una longitud de pandeo más acorde con la realidad; pero al existir las tabiquerías en los edificios que falsean todas las previsiones que pueden hacerse al respecto, la precisión se convierte en una quimera.

#### **Nota:**

Bajo el punto de vista del análisis global automatizado de la estructura mediante programas de ordenador, se abren dos vías de ataque a un problema tan complejo como es el que estamos tratando:

---

<sup>1</sup> Inercia bruta surge de operar con la sección bruta, que es aquella que resulta de las dimensiones nominales sin deducir los huecos de armaduras.

a) Fijar *a priori* con carácter genérico el parámetro  $\alpha$  con el que se desea que sea analizado el pandeo de la pieza comprimida ( $L_p = \alpha \cdot L$ ), dando a  $\alpha$  valores entorno a 0,5 si la estructura es muy rígida, entorno a 0,75 si la estructura es del tipo normal intraslacional y entorno a la unidad o mayor si la estructura es trasnacional.

b) Analizar y calcular globalmente la deformada de la estructura, para determinar los puntos de inflexión que permitan fijar las longitudes de pandeo. Este sistema, si bien es deseable y teóricamente muy atractivo, presenta serias dificultades para su implantación, dada la complejidad de formas y vínculos que poseen las piezas en las estructuras reales.

La propuesta por *Jackson y Moreland* es un intento de simplificar el problema, puesto que sus nomogramas han sido preparados considerando las figuras de pandeo de soportes pertenecientes a pórticos regulares (iguales luces, alturas e inercias) y de gran número de pisos y vanos, en comportamiento elástico y lineal. La aplicación de sus teorías a los casos reales solamente conduce a resultados aproximados.

## 5.-Cálculo a pandeo de los pilares de hormigón armado según la EHE.

NOTA IMPORTANTE: Fundamental tener siempre en la cabeza el artículo 43º de la EHE. En este artículo viene una síntesis bastante completa de todos los aspectos que se han tratado y tratarán a continuación respecto del pandeo. Estos apuntes han tratado de desarrollar todos los conceptos que maneja la norma al tratar el **estado límite último de Inestabilidad** (lo que **conocemos coloquialmente como pandeo**), **con el objeto de alcanzar a comprender todas las variables que intervienen en él, en que medida y por qué.**

Entiendo que estos apuntes llevan la suficiente carga teórica como para que, aquellos que los hayan leído, puedan alcanzar a comprender y desarrollar perfectamente todo lo referente al artículo 43º antes mencionado.

Aconsejo que tengáis estos apuntes como libro de texto y el artículo 43º como esquema del tema del pandeo (muy importante no perder de vista el hecho de que el artículo de la norma es sólo eso: un esquema, y no sustituye en ningún caso la lectura detenida de estos apuntes).

### 5.1.-Introducción.

Cuando nos enfrentamos al análisis y dimensionamiento de un pilar de hormigón armado, simplificadamente se abren tres posibilidades.

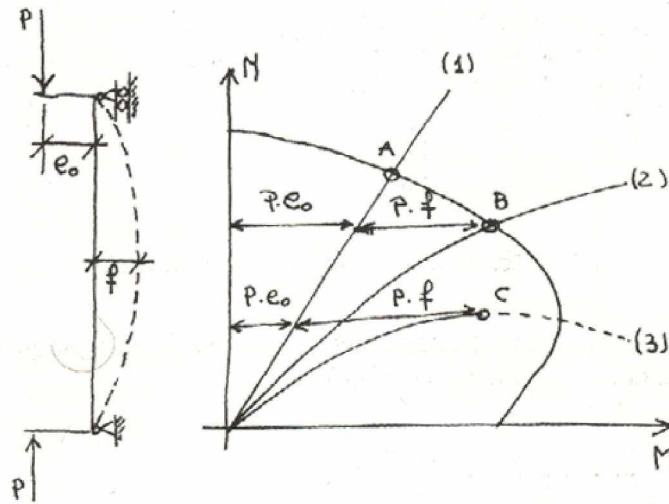


Fig. 5.1.1. Posibilidades de agotamiento y colapso de un soporte de hormigón armado.

1. Cuando su esbeltez mecánica es  $\lambda_m \leq 35$  (en el caso concreto de pilares de sección rectangular es lo mismo que decir que su esbeltez geométrica sea  $\lambda_g \leq 10$ ) **los efectos de segundo orden** que pueden producirse sobre el mismo **son despreciables**, no existen sobreesfuerzos debidos a problemas derivados de posibles inestabilidades. Podemos ir aumentando la carga  $P$  y el momento que produce debido a la excentricidad de primer orden que posea la carga sobre el pilar  $P \cdot e_0$ , siguiendo la curva **(1)** de la Fig. 5.1.1 hasta llegar al punto A, en el que se agota el material y el pilar colapsa. La EHE en su artículo 43.5. "Coprobaación de soportes aislados" dice que: "...para soportes con esbeltez mecánica inferior a 35 ( $\lambda_m \leq 35$ ) pueden despreciarse los efectos de segundo orden y, en consecuencia, no efectuar comprobación alguna en relación con el Estado Límite de Inestabilidad"
2. Existe una segunda posibilidad, cuando la esbeltez del pilar es intermedia, en el que la deformación que se genera (la flecha), por efecto de los esfuerzos de primer orden, desequilibra la carga que comprime al pilar y se engendra un incremento añadido al momento de primer orden:

$$M = P \cdot e_0 \rightarrow \text{flecha (f)} \rightarrow M + \Delta M = P \cdot (e_0 + f) = P \cdot e_0 + P \cdot f$$

Nos movemos por la curva **(2)** de la Fig. 5.1.1, hasta que chocamos con el punto B donde se alcanzan las posibilidades resistentes del material en la sección del pilar, y entonces se produce el colapso.

3. Finalmente existe una tercera posibilidad, curva **(3)**, propia de los soportes de esbeltez suicida, en los que de repente se produce su colapso, estando las secciones de los mismos lejos del límite de sus posibilidades resistentes analizándolas aisladamente. La rotura de estos pilares se alcanza en un punto C, por pura inestabilidad.

Afortunadamente, en el mundo de la edificación, por puras consideraciones de geometría constructiva, nos movemos en el rango de la curva **(1)** y, todo lo más, a veces, siguiendo la curva **(2)**, cuando forzamos ligeramente el diseño de nuestros pilares en las plantas bajas, que suelen ser las plantas que poseen alturas por encima de los tres metros.

No está de más advertir que la amplificación de los esfuerzos en los pilares de las plantas bajas, especialmente en las estructuras traslacionales, por los efectos de pandeo, en definitiva, por las deformaciones añadidas de 2º orden, pueden duplicar y triplicar las armaduras que correspondería colocar al pilar si estos efectos no se tuvieran en cuenta.

## 5.2.-Cálculo de los pilares de esbeltez mecánica comprendida entre $35 < \lambda_m < 100$ .

### 5.2.1.-Flexión compuesta recta. (Método aproximado).

Este apartado sólo es aplicable a **pilares aislados y pertenecientes a estructuras** de tipo **intraslacional**, y también para pilares pertenecientes a **estructuras traslacionales** con un número de plantas menor o igual a quince ( $n \leq 15$ ), que tengan desplazamientos en su coronación  $< H/750$  obtenidos en un análisis lineal con secciones brutas.

En los casos arriba mencionados cabe aplicar en su cálculo a pandeo el **método aproximado** que la norma española EHE recoge en su artículo 43.5.2. Los pasos a seguir para emplear este método son los siguientes:

- Obtener la longitud de pandeo del pilar aplicando los criterios de Euler (biempotrado, biarticulado, empotrado-articulado, empotrado-libre,...) si se encuentra aislado o con las fórmulas de *Jackson y Moreland* si forman parte de una estructura
- Comprobar en el plano de pandeo correspondiente que se cumple que:  $\lambda_m < 100$
- El pilar, que será de sección y armadura constantes, deberá dimensionarse con una excentricidad total igual a:

$$e_t = e_e + e_a > e_2$$

$e_e$  : excentricidad de cálculo de primer orden equivalente. Su valor es el siguiente:

**Caso 1**  $\rightarrow e_e = 0,6e_2 + 0,4e_1 \geq 0,4e_2 \rightarrow$  para soportes intraslacionales

**Caso 2**  $\rightarrow e_e = e_2 \rightarrow$  para soportes traslacionales



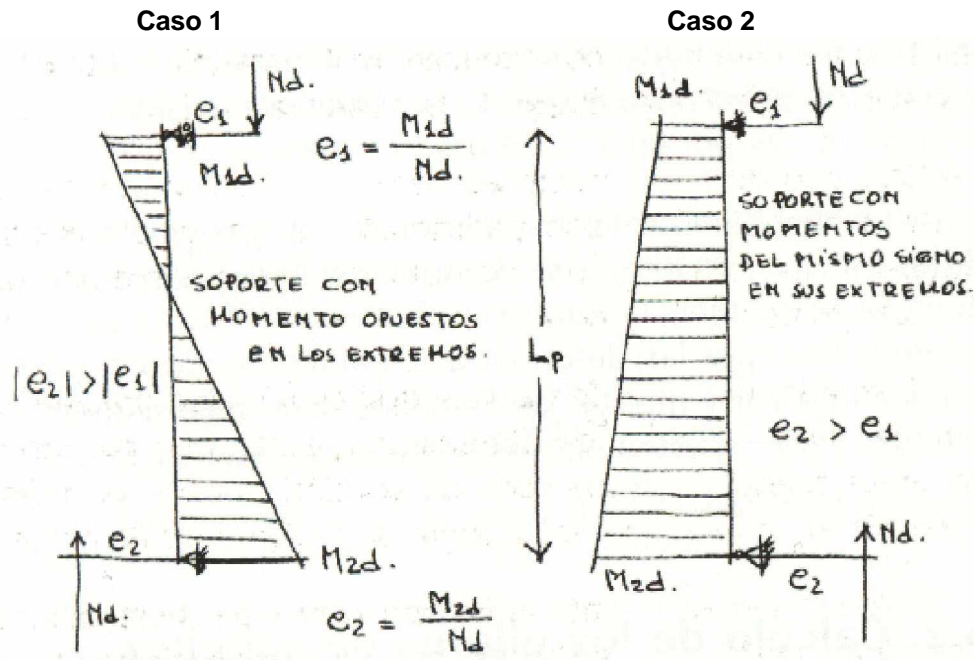


Fig. 5.2.1.1. Situación típica de soportes en estructuras de edificación.

$e_a$  : excentricidad ficticia (sin significado físico alguno) utilizada para representar los efectos de 2º orden

$$e_a = (1 + 0,12\beta)(\varepsilon_y + \varepsilon)((h + 20e_e)L_p^2)/((h + 10e_e)50i_c)$$

$e_1$  : excentricidad de cálculo mínima de primer orden tomada con el signo que le corresponda.

$e_2$  : excentricidad de cálculo máxima de primer orden tomada con signo positivo

$h$  : canto de la sección en el plano de pandeo considerado

$L_p$  : longitud de pandeo del pilar

$i_c$  : radio de giro de la sección de hormigón en la dirección considerada (eje perpendicular al plano de pandeo que se esté considerando en la sección)

$\varepsilon_y$  : deformación del acero para la tensión de cálculo  $f_{yd}$ ,

$$\varepsilon_y = f_{yd} / E_s \quad \text{resultando:} \quad \varepsilon_y = 0.00174 \text{ (Acero B400)} \quad \text{ó} \quad \varepsilon_y = 0.00206 \text{ (Acero B500)}$$

$\varepsilon$  : parámetro auxiliar para tener en cuenta los efectos de la fluencia

$\varepsilon = 0,003$  cuando el axil cuasipermanente no supera el 70% del axil total. Dicho de otro modo, cuando hay mucha carga variable.

$\varepsilon = 0,004$  cuando el axil cuasipermanente es mayor que el 70% del axil total. Este es el caso de las estructuras convencionales de edificación.

$\beta$  : es un parámetro que tiene en cuenta el factor de armado del pilar dado por la fórmula:

$$\beta = (d - d')^2 / 4 i_s^2$$

siendo  $i_s$  el radio de giro de las armaduras con relación al eje perpendicular al plano de pandeo que se esté considerando en la sección.

Para las armaduras más frecuentemente utilizadas en la práctica, el valor de  $\beta$  se recoge en la tabla 5.2.1.1, siendo el valor de **1,5** el más representativo en la edificación.




Disposición de la armadura	$i_s^2$	$\beta$
	$\frac{1}{4}(d - d')^2$	1,0
	$\frac{1}{12}(d - d')^2$	3,0
	$\frac{1}{6}(d - d')^2$	1,5

Tabla 5.2.1.1. Valores de  $\beta$  correspondientes a los soportes más utilizados en la práctica

**5.2.2.-Flexión compuesta esviada. (Método aproximado).**

- A. Para pilares de sección rectangular y armaduras constantes, se podrá realizar una comprobación a pandeo por separado según los dos planos principales de flexión, si la excentricidad del axil se sitúa en la zona rayada de la figura que se adjunta.

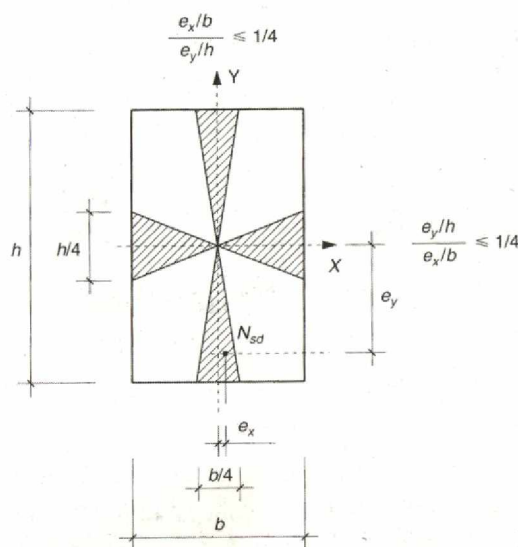


Fig. 5.2.2.1. Zona donde tiene que situarse el axil en las secciones rectangulares de los pilares para poder calcular a pandeo de forma aproximada, primero en un plano y luego en otro, obviando las particularidades de la flexión esviada.

- B. Si no se cumpliesen las condiciones anteriores, podrá comprobarse que el soporte se encuentra en situación adecuada para hacer frente a la flexión esviada y el pandeo, si se cumple la condición siguiente:

$$(M_{xd} / M_{xu}) + (M_{yd} / M_{yu}) \leq 1$$

$M_{xd}$  : Momento de cálculo en la *dirección x*, en la sección crítica de comprobación, incluyendo los efectos de 2º orden (considerando la excentricidad adicional a la de 1er orden en caso de que proceda en dicho plano).

$M_{yd}$  : Momento análogo al anterior en la *dirección y*.

$M_{xu}$  : Momento máximo que resiste la sección crítica en la *dirección x* con las armaduras que posea el pilar. Dicho de otro modo, momento último de cálculo en dicha dirección.

$M_{yu}$  : Momento análogo al anterior en la *dirección y*.

Si se dispone de un programa de dimensionamiento a flexocompresión esviada, este procedimiento propuesto por la EHE equivale a dimensionar la sección para los esfuerzos  $N_d$  y los momentos  $M_{xd}$  Y  $M_{yd}$  indicados anteriormente; es decir, con la  $e_{total}$  según la *dirección x* y la  $e_{total}$  según *dirección y*, calculados de manera independiente, pero considerados después simultáneamente.

### 5.3.-Cálculo de los pilares de esbeltez mecánica comprendida entre $100 < \lambda_m < 200$ . (Método general).

En esta tipología de pilares, que afortunadamente no suelen presentarse en la edificación, debe aplicarse el método general de acuerdo con las bases que la Norma EHE establece en el artículo 43.2; bases que por otra parte, son sumamente difíciles y complejas de aplicar.

Se debe realizar con los procedimientos analíticos o numéricos de resolución de las ecuaciones no lineales de la viga-columna en teoría de grandes desplazamientos. (No teniendo la más mínima idea de que es esto, nos damos cuenta de lo lejos que queda este método de nuestras limitadas aspiraciones dentro del mundo del cálculo de las estructuras).

Si se supone una cierta forma analítica de la deformada es posible obtener simplificaciones que permiten llegar a soluciones aproximadas. La EHE supone una deformada senoidal.

Para tener en cuenta el Estado Límite de Inestabilidad deberá dimensionarse la sección para una excentricidad total dada por:

$$e_{tot} = \Psi * ( e_e + (0,1 L_p^2 * 1/r_{total}) ) \geq e_2$$

$e_e$  : excentricidad de cálculo de primer orden equivalente. Su valor es el siguiente:

**Caso 1** →  $e_e = 0,6e_2 + 0,4e_1 \geq 0,4e_2$  → para soportes intraslacionales

**Caso 2** →  $e_e = e_2$  → para soportes traslacionales

$e_1$  : excentricidad de cálculo mínima de primer orden tomada con el signo que le corresponda.

$e_2$  : excentricidad de cálculo máxima de primer orden tomada con signo positivo

$\Psi$  : factor de forma de la sección, definido como:

$$\Psi = 1 + 0,2( \beta 10^{-6} / \varepsilon_y i_c 1/r )$$

Donde  $i_c$  es el radio de giro de la sección de hormigón en la dirección considerada.

$L_p$  : longitud de pandeo del pilar

$1/r_{total}$  : Curvatura total de referencia, que es igual a:

$$1/r_{total} = 1/r + 1/r_f$$

Donde:

$1/r$  : Curvatura de referencia para cargas de corta duración, que es igual a:

$$1/r = (2\varepsilon_y / (d-d')) * ((1 + \alpha\nu) / (1 + \alpha\nu + 2(\nu - 0,3)))$$

Donde:

$$\varepsilon_y = f_{yd} / E_s$$

$$\nu = N_d / A_c f_{cd}$$

$$\alpha = 4 \beta ( e_e (d - d') + (0,1 L_p^2 \varepsilon_y) ) / (d - d')^2$$

Donde:

$\beta$  : factor de armado del pilar : (Ver tabla 5.2.1.1)

$$\beta = (d - d')^2 / 4 i_s^2 , \text{ siendo } i_s \text{ el radio de giro de las armaduras}$$

$1/r_f$  : Incremento de la curvatura originado por la fluencia:

$$1/r_f = ( 8\phi\nu_g / (1 - 1,4\nu_g) ) * ( e_e / L_p )$$

Donde:

$\nu_g$  es el axil reducido de las cargas cuasipermanentes con valores característicos.

$$\nu_g = N_{sg} L_p^2 / 10 E_c i_c$$

Donde:

$N_{sg}$  : axil característico debido a las cargas cuasipermanentes.

$I_c$  : momento de inercia de la sección de hormigón.

$E_c$  : módulo de deformación longitudinal del hormigón.

$$E_c = 8500 \sqrt[3]{f_{cm,j}} \quad \text{siendo } f_{cm,j} = f_{ck} + 8 \text{ Mpa}$$

Cuando tengamos flexión esviada con esta tipología de soportes, operando de la forma indicada podríamos sacar  $e_{tot}$  según la *dirección x* y  $e_{tot}$  según la *dirección y*, conservadoramente, calcular a flexocompresión esviada el pilar considerando simultáneamente ambas excentricidades, tal y como se indicó en el apartado 5.2.2 en su apartado **B**.

## 6.-RESUMEN DE CÓMO REALIZAR LA COMPROBACIÓN DE ESTRUCTURAS EN EL ESTADO LÍMITE DE INESTABILIDAD.

### • MÉTODO GENERAL:

Corresponde al análisis de pandeo global de una estructura que se realiza mediante aplicación sucesiva de estados de carga proporcionales, incluyendo posibles defectos iniciales, determinando para cada una de ellas los autovalores del problema linealizado alrededor de los axiles o bien resolviendo la trayectoria no lineal completa (incorporando los grandes desplazamientos en todo el análisis) y determinando el primer punto límite del problema.

Evidentemente no se desarrollará en este curso, pero es importante saber que está ahí de cara a tener un esquema global mental de cómo se trata el pandeo.

### • MÉTODO APROXIMADO DE LA EHE PARA ESTRUCTURAS INTRASLACIONALES.

Se puede realizar con los esfuerzos de 1er orden (sin consideración de grandes desplazamientos) y comprobando cada soporte según se ha planteado en el **punto 5** con los coeficientes de pandeo  $\alpha$  anteriormente indicados para estructuras intraslacionales.

Analizando los ábacos de *Jackson y Moreland* (Ver Fig 4.5.1) se deduce que para estructuras intraslacionales se cumple que:  $0,5 \leq \alpha \leq 1$  . Por lo que en caso de duda siempre podemos fijar el coeficiente de pandeo en 1, estando en cualquier caso del lado de la seguridad.

## • MÉTODO APROXIMADO DE LA EHE PARA ESTRUCTURAS TRASLACIONALES.

Se puede realizar con los esfuerzos de 1er orden (sin consideración de grandes desplazamientos) y comprobando cada soporte según se ha planteado en el **punto 5** con los coeficientes de pandeo  $\alpha$  anteriormente indicados para estructuras traslacionales, tan sólo para estructuras usuales que cumplan:

- número de plantas  $\leq 15$ .
- Desplazamiento horizontal en cabeza del edificio  $< 1/750$  de la altura total H ante las cargas horizontales características en teoría de primer orden.

En caso contrario habrá que aplicar el Método General.

Analizando los ábacos de *Jackson y Moreland* (Ver Fig 4.5.1) se deduce que para estructuras traslacionales se cumple que:  $\alpha \geq 1$ .

## 7.-RESUMEN DE CÓMO REALIZAR LA COMPROBACIÓN DE SOPORTES AISLADOS EN EL ESTADO LÍMITE DE INESTABILIDAD. (SE TRATA DE UN RESUMEN DEL PUNTO 5.-Cálculo a pandeo de los pilares de hormigón armado según la EHE).

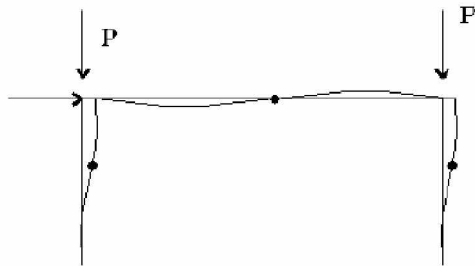
- Si los efectos de 2º orden son despreciables (en la EHE se considera que ello ocurre si la pérdida de capacidad portante de la sección es inferior al 10%) entonces no es necesario comprobar el estado límite de inestabilidad.
- Para esbelteces mecánicas inferiores a 35 ( $\lambda_m \leq 35$ ) no es necesario realizar ninguna comprobación de inestabilidad.
- Para esbelteces mecánicas entre 35 y 100 ( $35 < \lambda_m < 100$ ) puede aplicarse el Método Simplificado. (ver punto 5.2)
- Para esbelteces mecánicas entre 100 y 200 ( $100 < \lambda_m < 200$ ) se aplicará el Método General. (ver punto 5.3)
- La norma EHE no admite esbelteces mecánicas superiores a 200.

ANEXO.- Conceptos generales acerca del pandeo.

# Inestabilidad

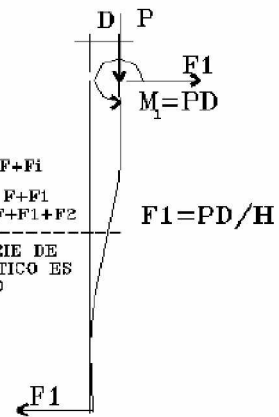
## ESTABILIDAD DE PORTICOS Limitación de Desplazamientos

La estabilidad de los pórticos es el motivo de las limitaciones de los desplazamientos horizontales, para evitar comprobaciones de segundo orden, (no linealidad geométrica)

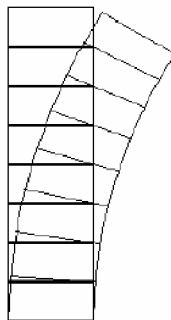


CICLO	F	$F_i = PD/H$	$F + F_i$
1	F	$F_1$	$F + F_1$
2	$F + F_1$	$F_2$	$F + F_1 + F_2$

SI NO CONVERGE LA SERIE DE  $F, F+F_1, F+F_1+F_2$  EL PORTICO ES INESTABLE EN CONJUNTO (PANDEO GLOBAL)



### PANDEO GLOBAL



SIMPLIFICACIONES  
1. CARGA CRITICA TOTAL  
2. FACTOR DE MAGNIFICACION DEL MOMENTO LINEAL M

CARGA CRITICA TOTAL DE UNA TORRE

$$P_{cr} = (7.8 \frac{E I_o}{H^2}) (1 - 0.3B)$$

$I_o = \sum A_i X_i^2$  (rigidez simplificada a cortante)  
 $X_i =$  distancia de cada pilar al edg del portico  
 $B = 1 - EI(\text{Top})/EI_o$

FACTOR DE MAGNIFICACION

$$M(\text{total}) = M \left( 1 + \frac{PD}{M - PD} \right)$$

### PANDEO LOCAL



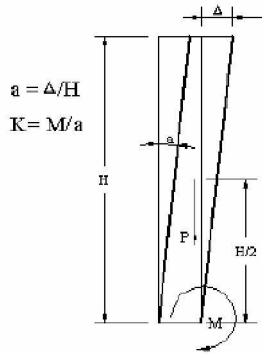
$P_{cr} = F_i h / 12.2 D_i$  (POR CORTANTE)  
 $P_{cr}, F_i, h, D_i$ , se refieren a la planta considerada. Siendo  $D_i$  el desplazamiento relativo entre cabeza y base de un pilar

En la NSCE-94

$$P_{cr} = 0.10 F_i h / D_i$$

# Fenómenos de segundo orden

DESPLAZAMIENTO EN CORONACIÓN Y MAGNIFICACION DEL MOMENTO DE VUELCO (EFECTO P-Δ)



$a = \Delta/H$   
 $K = M/a$

## DESPLAZAMIENTOS Y EFECTO P-Δ

$$b = \frac{M_1}{M} = \frac{M_2}{M_1} = \frac{M_3}{M_2} = \frac{M_4}{M_3} \dots$$

$$M_f = M + M_1 + M_2 + \dots$$

$$M_f = M(1 + b + b^2 + \dots)$$

$$M_f = M(1 / (1 - b)) \text{ FACTOR DE MAGNIFICACION}$$

EL DESPLAZAMIENTO HORIZONTAL PROVOCA EL DESCENTRAMIENTO DE LAS CARGAS VERTICALES ESTA EXCENTRICIDAD INDUCE UN MOMENTO DE VUELCO DE SEGUNDO ORDEN, QUE DESCENTRA NUEVAMENTE LAS CARGAS Y ASI SUCESIVAMENTE.

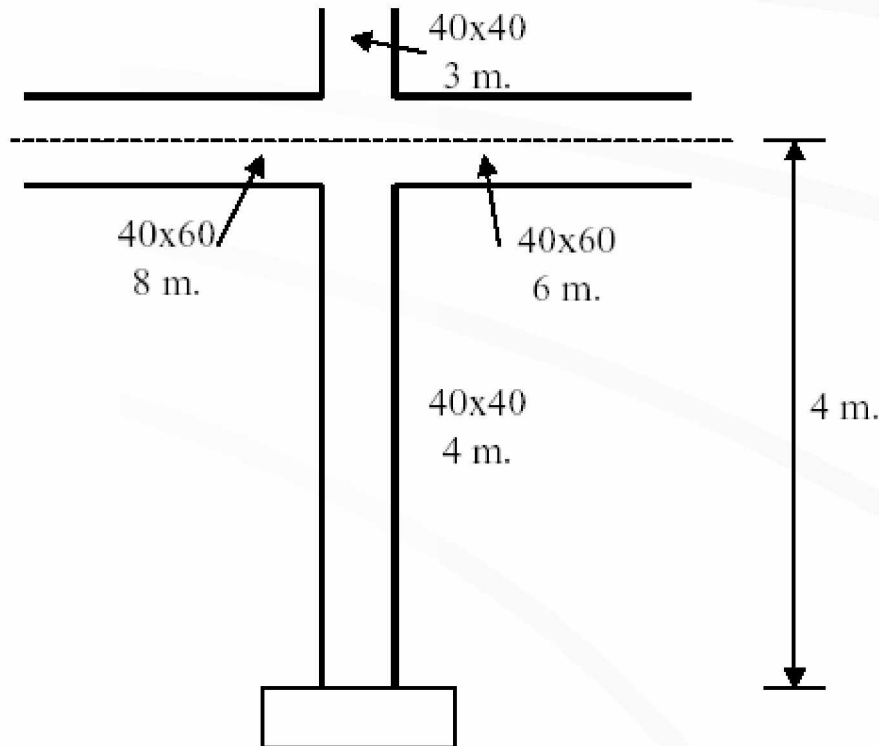
SE ESTUDIA ESTE PROBLEMA MEDIANTE UN FACTOR QUE MAYORA EL MOMENTO INICIAL. BASANDONOS EN RIGIDEZ CONSTANTE Y POR LO TANTO PROPORCIONALIDAD MOMENTOS/DESPLAZMTC SE LLEGA LA PRPORCIONALIDAD ENTRE MOMENTOS, FACTOR b.

A PARTIR DE AHI SE DEDUCE EL FACTOR DE AMPLIFICACION MEDIANTE LA SUMA DE LA SERIE QUE NOS DA EL MOMENTO FINAL EN FUNCION DEL INICIAL.

SI b SE ACERCA A LA UNIDAD LA SERIE NO CONVERGE Y LA ESTRUCTURA ES INESTABLE. EN ESTRUCTURAS NORMALES EL FACTOR DE MAGNIFICACION SE SITUA EN TORNO AL 10%.



**EJEMPLO 1.** El pilar de la figura, correspondiente a una estructura que puede considerarse como intraslacional, tiene las mismas condiciones de pandeo en ambos planos y está sometido a un esfuerzo axial mayorado de 1550 KN. Obtener las armaduras necesarias con acero B400S, si se utiliza hormigón HA25 y un recubrimiento de 4 cm.



**Solución:**

- La luz de cálculo se define como la distancia entre los ejes de los apoyos o elementos con los que se une. En este caso es de L=4 m.
- La longitud de pandeo se evalúa mediante la fórmula para pórticos intraslacionales:

$$\alpha = \frac{0,64 + 1,4(\Psi_A + \Psi_B) + 3\Psi_A\Psi_B}{1,28 + 2(\Psi_A\alpha + \Psi_B) + 3\Psi_A\Psi_B}$$

con  $\Psi = \frac{\sum(EI/L)_{\text{Soportes}}}{\sum(EI/L)_{\text{vigas}}}$

$$\Psi_A = \frac{\frac{0,4 \cdot 0,4^3}{12,4} + \frac{0,4 \cdot 0,4^3}{12,3}}{\frac{0,4 \cdot 0,6^3}{12,6} + \frac{0,4 \cdot 0,6^3}{12,8}} = 0,593 \quad \Psi_B = 0$$

$$\alpha = \frac{0,64 + 1,4(0,593 + 0) + 3,0,593 \cdot 0}{1,28 + 2(0,593 + 0 + 3,0,593 \cdot 0)} = 0,596$$

$$L_p = \alpha \cdot L = 0,596 \cdot 4 = 2,384 \text{ m.}$$

- La longitud de pandeo se evalúa mediante la fórmula para pórticos intraslacionales:

$$i_c = \sqrt{\frac{I_c}{A_c}} = \sqrt{\frac{bh^3/12}{bh}} = \frac{h}{2\sqrt{3}} = 115,5 \text{ mm}$$

con lo que la esbeltez mecánica del pilar viene dada por:

$$\lambda = L_p / i_c = 2,384 / 115,5 = 20,64 < 35$$

luego no es necesaria la comprobación a pandeo en este caso.

#### DIMENSIONAMIENTO DEL PILAR:

- Dimensionaremos el pilar con armadura simétrica para el axil dado y utilizando el método simplificado de la norma con la excentricidad mínima (2 cm ó h/20) en este caso:

$$U_0 = 0,85 f_{cd} b d = 0,85 \cdot \frac{25}{1,5} \cdot 400 \cdot (400 - 40) = 2040 \text{ KN}$$

- En nuestro caso se cumple que  $|N_d| > 0,5U_0$ , luego la armadura viene definida por:

$$U_{s1} = U_{s2} = \frac{M_d}{d - d'} + \frac{N_d}{2} - \alpha \frac{U_0 d}{d - d'} =$$

$$= 31 + 775 - 0,494 \cdot \frac{2040 \cdot 0,36}{0,32} < 0$$

luego no hace falta armadura.

$$\alpha = \frac{0,48m_1 - 0,375m_2}{m_1 - m_2} < 0,5 \left[ 1 - \left( \frac{d'}{d} \right)^2 \right] = 0,521 < 0,494 \quad \alpha = 0,494$$

$$m_1 = (N_d - 0,5U_0)(d - d') = (1550 - 1020) \cdot 0,32 = 169,6 \text{ KNm}$$

$$m_2 = 0,5N_d(d - d') - M_d - 0,32U_0(d - 2,5d') = \\ = 775 \cdot 0,32 - 1550 \cdot 0,02 - 0,32 \cdot 2040(0,36 - 0,1) = 47,27 \text{ KNm}$$

Efectivamente,  $U_0$  es mayor que el axil luego el hormigón es capaz de absorber todo el axil. Se dispone la armadura mínima.

$$\text{Ardadura mínima de compresión: } U_s > 0,05N_d = 77,5 \text{ KN} \Leftrightarrow 222,8 \text{ mm}^2$$

$$\text{Cuantía geométrica mínima: } 0,004 \cdot 400 \cdot 400 = 640 \text{ mm}^2 \Leftrightarrow 4\text{Ø}16$$

En cuanto a los estribos, al no haber momento se dispone la armadura mínima:

$$s_t \leq 0,80d = 0,80 \cdot 360 = 288 \text{ mm.}$$

y para poder tener en cuenta las armaduras a compresión:

$$s_t < 15\text{Ø}_{\min} = 15 \cdot 16 = 240 \text{ mm.}$$

y el diámetro mínimo de los estribos:

$$\frac{\text{Ø}_{\min}}{4} = \frac{16}{4} = 4 \text{ mm.}$$

La cuantía mínima será:

$$A_{90}f_{y,90} \geq 0,02f_{cd}b = 0,02 \frac{25}{1,5} 400 = 133,33 \text{ KN/m}$$

Tomamos estribos Ø6 cada 200 mm que equivalen a capacidad mecánica d:

$$\frac{\pi \cdot 16^2 \cdot \frac{0,400}{1,15}}{4 \cdot 0,20} = 349,7 \text{ KN/m}$$

**EJEMPLO 2.** Comprobar el pilar anterior suponiendo que la estructura sea trasnacional:

**Solución:**

- En este caso, la longitud de pandeo se evalúa mediante la fórmula para pórticos traslacionales:

$$\alpha = \sqrt{\frac{7,5 + 4(\Psi_A + \Psi_B) + 1,6\Psi_A\Psi_B}{7,5 + (\Psi_A + \Psi_B)}} = \sqrt{\frac{7,5 + 4(0,593 + 0) + 1,6 \cdot 0,593 \cdot 0}{7,5 + (0,593 + 0)}} = 1,1$$

$$l_0 = \alpha * L = 1,1 * 4 = 4,4 \text{ m.}$$

con lo que la esbeltez mecánica del pilar viene dada por:

$$\lambda = l_0 / i_c = 4400 / 115,5 = 38,09 < 35$$

luego es necesaria la comprobación a pandeo.

- Dimensionaremos el pilar con armadura simétrica para el axil dado y utilizando el método simplificado de la norma con la excentricidad definida en la norma que viene dada por:

$$e_{tot} = e_e + e_a > e_2$$

donde en este caso  $e_2$  es la excentricidad mínima definida en la EHE de 2cm y

$$e_a = (1 + 0,12\beta)(\varepsilon_y + \varepsilon) \frac{h + 20e_e}{h + 10e_e} \frac{l_0^2}{50i_c}$$

Tomamos, por ser la armadura simétrica en ambas direcciones:

$$\beta = 1,5$$

Desconocemos la relación entre cargas cuasipermanentes y totales, por lo que, para estar del lado de la seguridad tomaremos:

$$\varepsilon = 0,004$$

Con todo ello tenemos todos los datos, con lo que:

$$e_a = (1 + 0,12 \cdot 1,5) \left( \frac{400/1,15}{200000} + 0,004 \right) \frac{0,4 + 20 \cdot 0,02}{0,4 + 10 \cdot 0,02} \frac{4400^2}{50 \cdot 115,5} = 25,65 \text{ mm.}$$

$$e_{tot} = e_e + e_a = 25,65 + 20 = 45,65 \text{ mm.}$$

- En nuestro caso se cumple que  $|N_d| > 0,5U_0$ , luego la armadura viene definida por:

$$U_{s1} = U_{s2} = \frac{M_d}{d - d'} + \frac{N_d}{2} - \alpha \frac{U_0 d}{d - d'} =$$

$$= 70,76 + 775 - 0,485 \cdot \frac{2040 \cdot 0,36}{0,32} < 0$$

luego no hace falta armadura.

$$\alpha = \frac{0,48m_1 - 0,375m_2}{m_1 - m_2} < 0,5 \left[ 1 - \left( \frac{\alpha d'}{d} \right)^2 \right] = 0,485 < 0,494 \quad \alpha = 0,485$$

$$m_1 = (N_d - 0,5U_0)(d - d') = (1550 - 1020) \cdot 0,32 = 169,6 \text{ KNm}$$

$$m_2 = 0,5N_d(d - d') - M_d - 0,32U_0(d - 2,5d') =$$

$$= 775 \cdot 0,32 - 1550 \cdot 0,04565 - 0,32 \cdot 2040(0,36 - 0,1) = 7,51 \text{ KNm}$$

Efectivamente,  $U_0$  es mayor que el axil luego el hormigón es capaz de absorber todo el axil. Se dispone la armadura mínima de forma idéntica al caso anterior.

**Bibliografía:**

Comisión Permanente del Hormigón  
*Instrucción de Hormigón Estructural EHE 99.*  
Madrid: Ministerio de Fomento.

Comisión Permanente del Hormigón  
*Guía de aplicación de la Instrucción de Hormigón Estructural (Edificación).*  
2002 Madrid: Ministerio de Fomento.

Florentino Regalado Tesoro.  
*Los pilares: criterios para su proyecto, cálculo y reparación.*  
CYPE Ingenieros S.A.

Números Gordos en el proyecto de Estructuras.  
Cintra.

Jiménez Montoya, A. García Meseguer, F. Morán Cabré  
*Hormigón Armado*  
Ed. Gustavo Gili

## **LECCIÓN 8.**

# **LAS VIGAS Y FORJADOS UNIDIRECCIONALES.**

**INDICE:**

- 1-. Introducción.
  - 1.1.- Tipología.
- 2-. Establecimiento de los pórticos y forjados (cantos).
  - 2.1.- Diseño.
  - 2.2.- Predimensionado.
    - 2.2.1.- Forjado.
    - 2.2.2.- Vigas.
- 3-. Forjado de losa maciza (unidireccional)
  - . 3.1.- Particularidades en el dimensionamiento.
    - 3.1.1.- Dimensionamiento a flexión.
    - 3.1.2.- Dimensionamiento a cortante, fisuración y deformaciones.
  - . 3.2.- Anclaje.
  - . 3.3.- Esquemas típicos de armado.
- 4-. Forjados nervados (unidireccionales)
  - . 4.1.- Sección transversal.
  - . 4.2.- Particularidades en el dimensionamiento
    - 4.2.1.- Dimensionamiento a flexión.
      - 4.2.1.1.- Armadura de la losa superior.
    - 4.2.2.- Dimensionamiento a cortante.
    - 4.2.3.- Fisuración y deformaciones.
  - . 4.3.- Anclaje y esquemas típicos de armado.
- 5-. Forjados de viguetas semirresistentes.



- . 5.1.- Sección transversal.
  - . 5.2.- Cálculo de esfuerzos.
  - . 5.3.- Particularidades en el dimensionamiento
    - 5.3.1.- Dimensionamiento a flexión.
      - 5.3.1.1.- Armadura de la losa superior.
    - 5.3.2.- Dimensionamiento a cortante.
    - 5.3.3.- Fisuración y deformaciones.
  - . 5.4.- Anclaje y esquemas típicos de armado.
- 6.-Cálculo de esfuerzos en forjados unidireccionales
- . 6.1.- Generalidades.
  - . 6.2.- Combinaciones de acciones.
  - . 6.3.- Métodos basados en el cálculo lineal.
    - 6.3.1.- Método simplificada del ACI.
  - . 6.4.- Métodos basados en la readaptación plástica.
    - 6.4.1.- Método de la instrucción EFHE.
  - . 6.5.- Puntos de corte en las barras de la armadura.
    - 6.5.1.- Métodos basados en la readaptación plástica.
  - . 6.6.- Cálculos relativos a los estados límite según la EFHE y la EHE.
    - 6.6.1.- Solicitaciones normales.
    - 6.6.2.- Cortante.
      - 6.6.2.1.- Forjados de viguetas.
    - 6.6.3.- Punzonamiento.
    - 6.6.4.- Fisuración.
    - 6.6.5.- Deformación.

6.6.5.1.- Límites de flecha.

6.6.5.2.- Cálculo de flechas.

6.6.5.3.- Cálculo de flecha en elementos a flexión y torsión.

6.6.5.4.- Cálculo de la flecha instantánea.

6.6.5.5.- Cálculo de la flecha diferida.

7-. Disposición de armaduras.

. 7.1.- Armaduras longitudinales.

7.1.1.- Forjados con viguetas armadas.

7.1.2.- Forjados con viguetas pretensadas.

. 7.2.- Armaduras transversales a cortante.

. 7.3.- Armaduras transversales a torsión.

. 7.4.- Armadura de reparto.

. 7.5.- Recubrimiento de armaduras.

8-. Condiciones generales y disposiciones constructivas en forjados

. 8.1.- Condiciones geométricas.

. 8.2.- Apoyos.

8.2.1.- Apoyos directos.

8.2.2.- Apoyos indirectos.

. 8.3.- Armado superior y enfrentamiento de nervios.

9-. Ejemplo de plano de estructura de un forjado unidireccional

10-. Resumen procedimiento de dimensionado y armado de un forjado

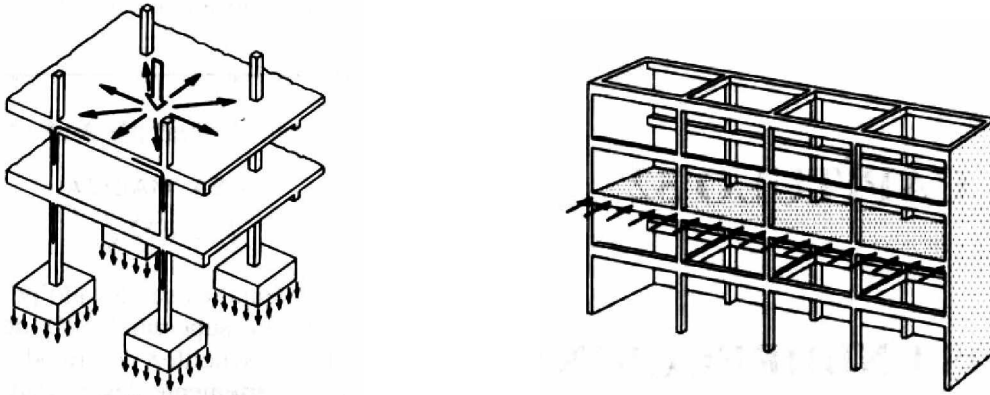
11-. Ejercicios prácticos.

12-. Bibliografía.

## 1-INTRODUCCIÓN.

El proyecto de forjados de dimensiones habituales se rige por la Instrucción EFHE vigente en la actualidad.

La función especial del forjado unidireccional es recibir las cargas verticales, transmitir las a las vigas, por éstas a los pilares y, por último, a la cimentación.



Además de esta, el forjado cumple otras funciones dentro de la estructura, entre las que destacan:

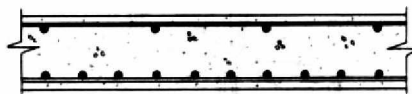
- Dar rigidez transversal a las vigas
- Incrementar su capacidad resistente a flexión y torsión
- Solidarizar los entramados a nivel de cada planta
- Funcionar como grandes vigas horizontales frente a acciones de viento y/o sismo.

### 1.1.-TIPOLOGÍA:

#### In situ

- Losas macizas de hormigón

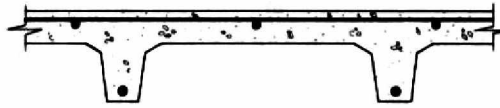
Su inconveniente fundamental es su elevado peso propio, que en edificios de vivienda puede superar el 50% de la carga total. Sus ventajas son su sencillez de armado y la facilidad de encofrado, actualmente en países fuertemente desarrollados



**LOSA MACIZA**

- Losas aligeradas (nervadas)

Es una evolución del anterior, en el que mediante el uso de encofrados o de bovedillas se reduce el peso propio. La capacidad resistente a flexión del forjado es mucho mayor para momentos positivos que negativos.



### LOSA ALIGERADA

#### Parcialmente prefabricados

- Forjados con viguetas, bovedillas y hormigón “in situ”.



a)

- Forjados con semiviguetas, bovedillas y hormigón “in situ”.

En estos forjados, hasta el endurecimiento del hormigón vertido, la pieza prefabricada debe resistir el peso propio del forjado más las eventuales sobrecargas de construcción, ello exige la disposición de sopandas como apoyos provisionales.

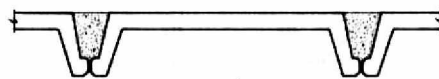


b)

- Forjados con piezas en losas alveolares y hormigón “in situ” y otras soluciones.



a)



b)



c)

## 2. ESTABLECIMIENTO DE LOS PÓRTICOS Y FORJADOS (CANTOS)

### Pórticos Planos

#### 2.1-.DISEÑO

- Plantear una modulación básica que recoja:
  - Líneas maestras del proyecto.
  - Exigencias fundamentales del tipo estructural (económicos, tecnología disponible...)
- Ante acciones horizontales la respuesta (M, T, d) decrece proporcionalmente al número de soportes.
- El coste de los pilares de acero es el triple que el de los pilares de hormigón.
- Los pórticos deben ser planos y no serpenteantes.
- Conviene que los pórticos sean paralelos, para no complicar la ejecución de los forjados.
- Un esquema sinuoso y con muchos brochales indica que el sistema estructural no es el más apropiado.
- Con vigas de canto, disponer el forjado en la dirección de menor luz. Con vigas planas disponer el forjado en la dirección de luz mayor.
- Plantear desde el comienzo las soluciones constructivas (retranqueos, albañilería...).

#### Se recomienda:

- Disponer el forjado de toda la planta con los nervios orientados en una sola dirección.
- Elegir el mismo canto para toda la planta.
- Tratamiento de bordes en huecos y perímetro.

#### 2.2- PREDIMENSIONADO

##### 2.2.1- FORJADO:

En los forjados de viguetas con luces menores que  $7m^2$  y en forjados de losas alveolares pretensadas con luces menores que  $12m^2$ , y sobrecargas no mayores

que  $4\text{KN/m}^2$ , no es preciso comprobar la flecha, siempre que el canto total  $h$  sea mayor que  $h_{\min}$  dado por:

$$h_{\min} = \delta_1 \cdot \delta_2 \cdot L / C$$

donde:

$$\delta_1 = \sqrt{(q/7)}$$

$q$  = carga total, en  $\text{KN/m}^2$

$$\delta_2 = (L/6)^{1/4}$$

$L$  = luz de cálculo, en m

$C$  = coeficiente

en el caso de voladizos  $C = 6$  si el forjado recibe la carga de tabiques o muros  
 $= 9$  en otros casos

COEFICIENTES C				
Tipo de forjado	Tipo de carga	Tipo de tramo		
		Aislado	Extremo	Interior
Viguetas armadas	Con tabiques o muros	17	21	24
	Cubiertas	20	24	27
Viguetas pretensadas	Con tabiques o muros	19	23	26
	Cubiertas	22	26	29

Tipo de forjado	Tipo de carga	Tipo de tramo		
		Aislado	Extremo	Interior
Losas alveolares pretensadas(1)	Con tabiques o muros	36	-	-
	Cubiertas	45	-	-

### 2.2.2- VIGAS :

– Utilización de prontuarios para estimación de momentos (Ver fig. 1.1, 1.2, 1.3, 1.4)

#### – Vigas de canto

- $h = 2 \cdot b$
- Canto =  $L/12 - L/15$
- Momento reducido  $\mu = Md / (U_0 \cdot d) = 0.2 - 0.30$

#### – Vigas planas

- Anchos de 30 a 80 cm
- Momento reducido  $\mu = 0.30 - 0.35$

# Predimensionado de vigas

## CÁLCULOS ESTRUCTURALES EN VIGAS

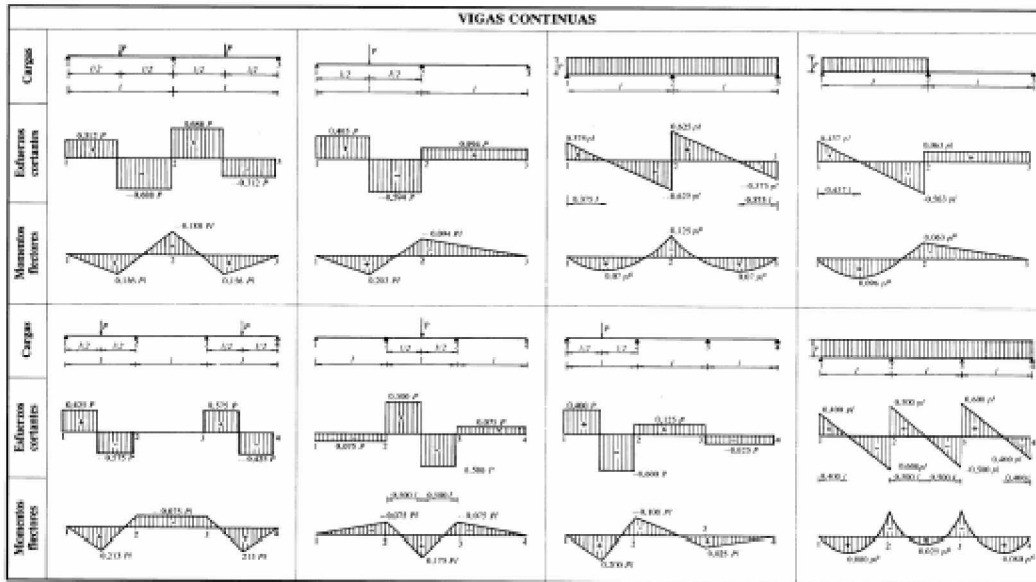


Fig. 1.1. Estimación de momentos en vigas.

# Predimensionado de vigas

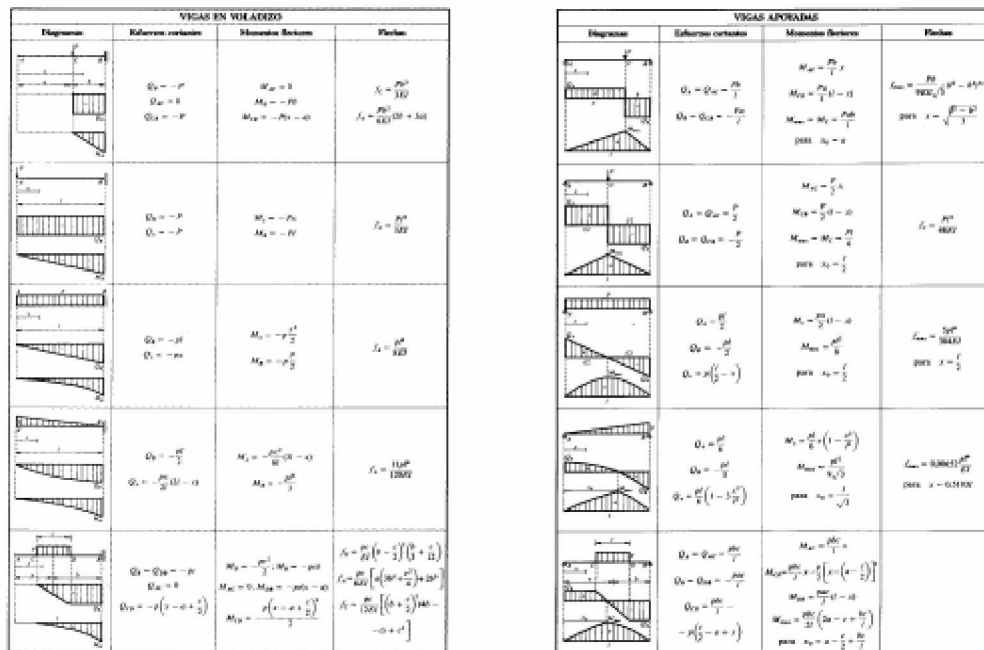


Fig. 1.2. Estimación de momentos en vigas.

# Predimensionado de vigas

VIGAS A PIVOTES EMPOTRADAS				VIGAS EMPOTRADAS			
Diagramas	Reacciones verticales	Momentos fijos	Factores	Diagramas	Reacciones verticales	Momentos fijos	Factores
	$Q_1 = Q_2 = \frac{Pb}{l}$ $Q_3 = Q_4 = -\frac{Pa}{l}$	$M_1 = \frac{Pb}{l^2}(3a + b)$ $M_2 = -\frac{Pa}{l^2}(3b + a)$ $M_3 = \frac{Pa}{l^2}(3a + b)$ $M_4 = -\frac{Pb}{l^2}(3b + a)$	$\lambda = \frac{Pb}{2l^2} \sqrt{3 + \frac{a}{b}}$ $\mu = \frac{Pa}{2l^2} \sqrt{3 + \frac{b}{a}}$		$Q_1 = Q_2 = \frac{Pb}{l}$ $Q_3 = Q_4 = -\frac{Pa}{l}$	$M_1 = \frac{Pb}{l^2}(3a + b)$ $M_2 = -\frac{Pa}{l^2}(3b + a)$ $M_3 = \frac{Pa}{l^2}(3a + b)$ $M_4 = -\frac{Pb}{l^2}(3b + a)$	$\lambda = \frac{Pb}{2l^2} \sqrt{3 + \frac{a}{b}}$ $\mu = \frac{Pa}{2l^2} \sqrt{3 + \frac{b}{a}}$
	$Q_1 = Q_2 = \frac{P}{2}$ $Q_3 = Q_4 = -\frac{P}{2}$	$M_1 = \frac{Pl}{8}$ $M_2 = -\frac{Pl}{8}$ $M_3 = \frac{Pl}{8}$ $M_4 = -\frac{Pl}{8}$	$\lambda = \frac{Pl}{8\sqrt{3}}$ $\mu = \frac{Pl}{8\sqrt{3}}$ $\Delta = \frac{3Pl}{16\sqrt{3}}$		$Q_1 = Q_2 = \frac{P}{2}$ $Q_3 = Q_4 = -\frac{P}{2}$	$M_1 = \frac{Pl}{8}$ $M_2 = -\frac{Pl}{8}$ $M_3 = \frac{Pl}{8}$ $M_4 = -\frac{Pl}{8}$	$\lambda = \frac{Pl}{8\sqrt{3}}$ $\mu = \frac{Pl}{8\sqrt{3}}$ $\Delta = \frac{3Pl}{16\sqrt{3}}$
	$Q_1 = \frac{P}{2}$ $Q_2 = -\frac{P}{2}$ $Q_3 = P\left(\frac{a}{l} - \frac{1}{2}\right)$	$M_1 = -\frac{Pb}{l^2}(3a + b)$ $M_2 = \frac{Pa}{l^2}(3b + a)$ $M_{max} = -\frac{Pb^2}{2l^2}\left(\frac{3a}{b} + 1\right)$ $M_{min} = \frac{Pa^2}{2l^2}\left(\frac{3b}{a} + 1\right)$ $M = 0$ para $x = \frac{2a^2}{l}$	$\lambda = \frac{Pb^2}{2l^2}$ $\mu = \frac{Pa^2}{2l^2}$ $\Delta = \frac{P}{2l}\left(\frac{a}{b} + \frac{b}{a}\right)$		$Q_1 = \frac{P}{2}$ $Q_2 = -\frac{P}{2}$ $Q_3 = P\left(\frac{a}{l} - \frac{1}{2}\right)$	$M_1 = -\frac{Pb}{l^2}(3a + b)$ $M_2 = \frac{Pa}{l^2}(3b + a)$ $M_3 = -\frac{Pb^2}{2l^2}\left(\frac{3a}{b} + 1\right)$ $M_4 = \frac{Pa^2}{2l^2}\left(\frac{3b}{a} + 1\right)$ $M_5 = 0$ para $x = \frac{2a^2}{l}$	$\lambda = \frac{Pb^2}{2l^2}$ $\mu = \frac{Pa^2}{2l^2}$ $\Delta = \frac{P}{2l}\left(\frac{a}{b} + \frac{b}{a}\right)$
	$Q_1 = \frac{Pb}{l}$ $Q_2 = -\frac{Pa}{l}$ $Q_3 = \frac{P}{2}\left(\frac{3a+b}{l} + 1\right)$	$M_1 = \frac{Pb^2}{2l^2}\left(\frac{3a}{b} + 1\right)$ $M_2 = -\frac{Pa^2}{2l^2}\left(\frac{3b}{a} + 1\right)$ $M_{max} = \frac{Pb^2}{2l^2}\left(\frac{3a}{b} + 1\right)$ $M_{min} = -\frac{Pa^2}{2l^2}\left(\frac{3b}{a} + 1\right)$ $M = 0$ para $x = \frac{2a^2}{l}$	$\lambda = \frac{Pb^2}{2l^2}$ $\mu = \frac{Pa^2}{2l^2}$ $\Delta = \frac{P}{2l}\left(\frac{a}{b} + \frac{b}{a}\right)$		$Q_1 = \frac{Pb}{l}$ $Q_2 = -\frac{Pa}{l}$ $Q_3 = \frac{P}{2}\left(\frac{3a+b}{l} + 1\right)$	$M_1 = \frac{Pb^2}{2l^2}\left(\frac{3a}{b} + 1\right)$ $M_2 = -\frac{Pa^2}{2l^2}\left(\frac{3b}{a} + 1\right)$ $M_3 = \frac{Pb^2}{2l^2}\left(\frac{3a}{b} + 1\right)$ $M_4 = -\frac{Pa^2}{2l^2}\left(\frac{3b}{a} + 1\right)$ $M_5 = 0$ para $x = \frac{2a^2}{l}$	$\lambda = \frac{Pb^2}{2l^2}$ $\mu = \frac{Pa^2}{2l^2}$ $\Delta = \frac{P}{2l}\left(\frac{a}{b} + \frac{b}{a}\right)$
	$Q_1 = Q_2 = \frac{Pb}{l} + \frac{Pa}{l}$ $Q_3 = Q_4 = -\frac{Pb}{l} - \frac{Pa}{l}$ $Q_5 = Q_6 = -\frac{P}{2}\left(\frac{3a+b}{l} + 1\right)$	$M_1 = Q_1 a$ $M_2 = Q_2 b$ $M_3 = -Q_3 a - \frac{P}{2}\left(\frac{3a+b}{l} + 1\right)a$ $M_4 = -Q_4 b - \frac{P}{2}\left(\frac{3a+b}{l} + 1\right)b$ $M_5 = -Q_5 a - \frac{P}{2}\left(\frac{3a+b}{l} + 1\right)a$ $M_6 = -Q_6 b - \frac{P}{2}\left(\frac{3a+b}{l} + 1\right)b$			$Q_1 = Q_2 = \frac{Pb}{l} + \frac{Pa}{l}$ $Q_3 = Q_4 = -\frac{Pb}{l} - \frac{Pa}{l}$ $Q_5 = Q_6 = -\frac{P}{2}\left(\frac{3a+b}{l} + 1\right)$	$M_1 = Q_1 a$ $M_2 = Q_2 b$ $M_3 = -Q_3 a - \frac{P}{2}\left(\frac{3a+b}{l} + 1\right)a$ $M_4 = -Q_4 b - \frac{P}{2}\left(\frac{3a+b}{l} + 1\right)b$ $M_5 = -Q_5 a - \frac{P}{2}\left(\frac{3a+b}{l} + 1\right)a$ $M_6 = -Q_6 b - \frac{P}{2}\left(\frac{3a+b}{l} + 1\right)b$	

Fig. 1.3. Estimación de momentos en vigas.

# Predimensionado de vigas

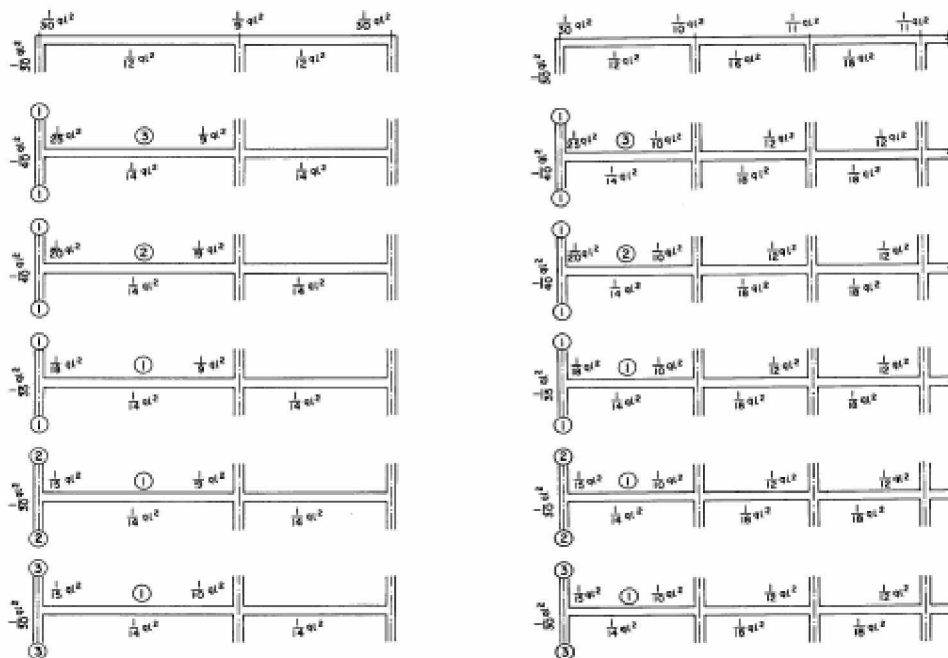


Fig. 1.4. Estimación de momentos en vigas.



### 3.-FORJADO DE LOSA MACIZA (UNIDIRECCIONAL)

#### 3.1.-PARTICULARIDADES EN EL DIMENSIONAMIENTO

##### 3.1.1.-DIMENSIONAMIENTO A FLEXIÓN

Se aplicará lo visto en el apartado de cálculo a flexión. Donde exista armadura de flexión longitudinal, bien sea de momentos positivos o negativos, debe disponerse una transversal que cubra un momento flector en esa dirección igual a "1/5" del momento flector longitudinal. La armadura longitudinal se coloca normalmente en posición exterior a la transversal.

##### 3.1.2.- DIMENSIONAMIENTO A CORTANTE, FISURACIÓN Y DEFORMACIONES.

Se aplicará lo visto en los respectivos apartados de cálculo a cortante, fisuración y deformaciones.

#### 3.2.- ANCLAJE

Casos de anclajes:

a) Anclaje en viga de fachada:

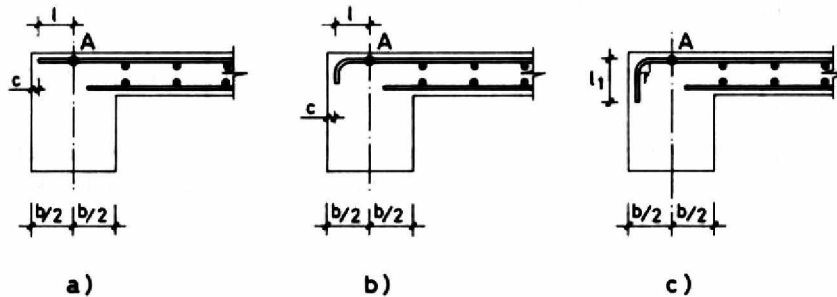
a-1) Armadura de momentos negativos

El anclaje se cuenta a partir del eje del apoyo. Llamando c al recubrimiento necesario tenemos:

Si:  $\ell_{b,net} \leq \frac{b}{2} - c$  Anclaje recto

Si:  $0,7 \ell_{b,net} \leq \frac{b}{2} - c < \ell_{b,net}$  Anclaje con patilla normalizada

Si:  $0,7 \ell_{b,net} > \frac{b}{2} - c$  Anclaje con prolongación recta vertical.

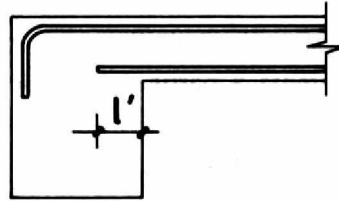


El radio r es el de doblado en el general, no el de patilla. La longitud  $l_1$ , de forma aproximada vale:

$$\ell_1 = 0,7 \left( \ell_{b,net} - \frac{b}{2} + c \right) + 4\phi$$

a-2) Armadura de momentos positivos

Despreciando la rigidez a torsión de la viga, supone que el apoyo extremo es un simple apoyo.



$$\ell' = \ell_{b,net} \frac{V_d}{A_s f_{yd}}$$

$$\ell' = \ell_{b,net} \cdot \frac{V_d \left( 1 - \frac{\lambda}{2} \right)}{A_s f_{yd}}$$

Es aconsejable mantener para  $\ell'$  los valores mínimos:

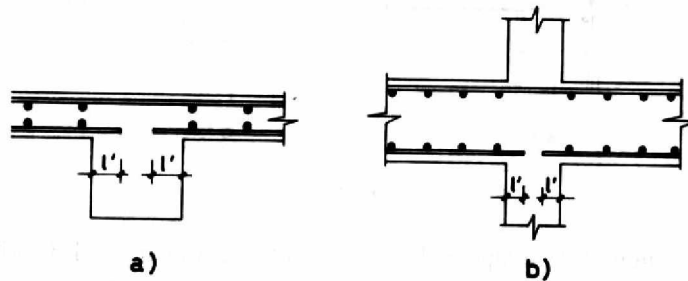
$$\ell' \geq 10\phi$$

$$\ell' \geq 100\text{mm}$$

b) Anclaje en vigas interiores o muros de hormigón:

b-1) Armadura de momentos negativos

No existe anclaje, son armaduras pasantes



b-2) Armadura de momentos positivos

$$\ell' = \ell_b \cdot \frac{V_d - \frac{M_d}{0,9d}}{A_s f_{yd}}$$

Es aconsejable mantener para  $\ell'$  los valores mínimos:

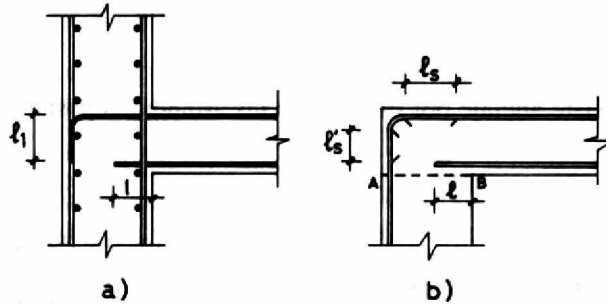
$$\ell' \geq 6\phi$$

$$\ell' \geq 60\text{mm}$$

c) Anclaje en muro extremo de hormigón.

c-1) Armadura de momentos negativos

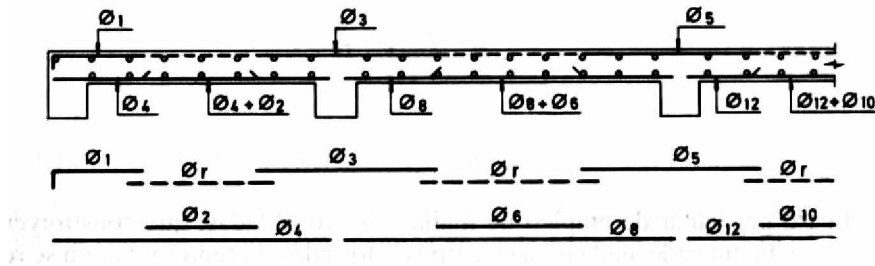
Si el muro continúa por encima del forjado se anclaría igual que en el caso a-1), en su defecto, la armadura del forjado debe solaparse con la del muro.



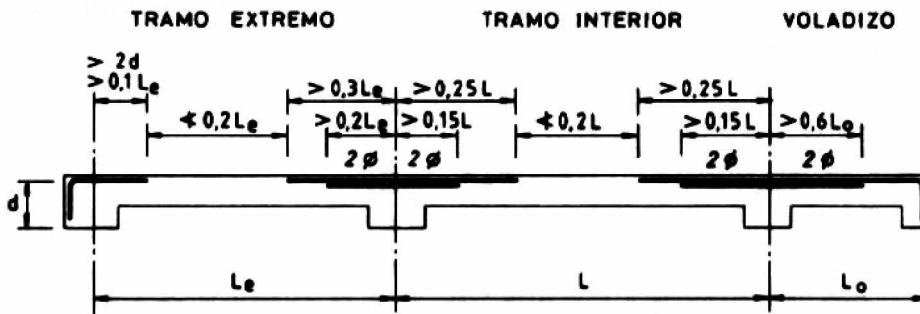
c-2) Armadura de momentos positivos

En este caso se calculará de igual forma que en caso b)

### 3.3.- ESQUEMAS TÍPICOS DE ARMADO



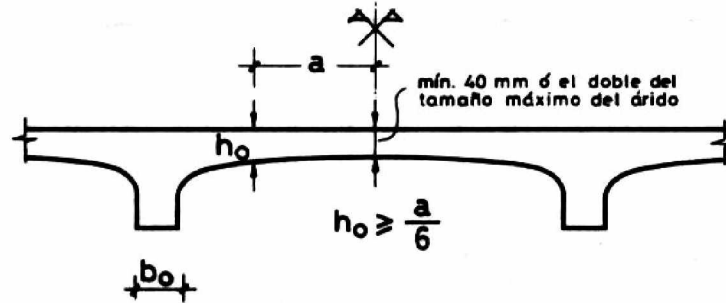
Para el caso de forjados de sobrecarga de uso no superior a  $2\text{KN/m}^2$  ni a la tercera parte de la carga total, puede eliminarse la necesidad de dibujar los diagramas de momentos para determinar los puntos de corte de las armaduras, adoptando el esquema estándar siguiente:



## 4.-FORJADOS NERVADOS (UNIDIRECCIONALES)

### 4.1.-SECCIÓN TRANSVERSAL

Es recomendable que el ancho  $b$  de los nervios no sea inferior a 70mm ni a la cuarta parte del canto total del forjado. El perfil de la sección transversal deberá cumplir lo indicado en el esquema siguiente:

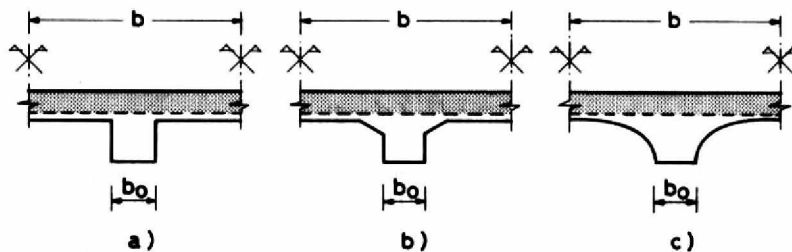


### 4.2.-PARTICULARIDADES EN EL DIMENSIONAMIENTO

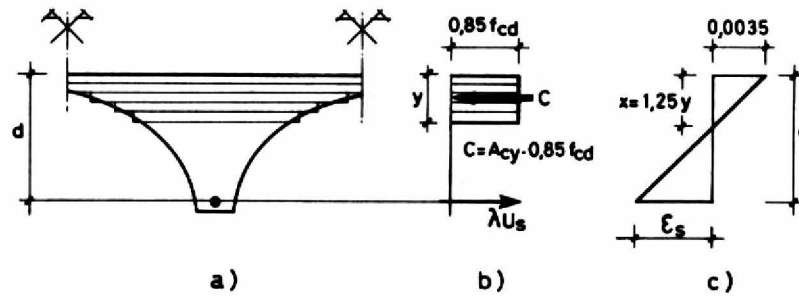
#### 4.2.1.-DIMENSIONAMIENTO A FLEXIÓN

Se aplicará lo visto en el apartado de cálculo a flexión, especialmente lo referente a la sección en T, incluso lo relativo al ancho eficaz de la cabeza de compresión (ver Lección 5 punto 7).

Frecuentemente, el bloque comprimido en el estado límite último tiene una profundidad inferior al espesor mínimo de la losa superior y la sección puede ser calculada a momentos positivos y negativos como una sección rectangular de anchos  $b$  y  $b_0$ , respectivamente.



En otros casos, la sección está más intensamente aprovechada a momentos positivos y el bloque comprimido afecta a una zona de definición geométrica más complicada:



En este caso, el procedimiento consistiría en ir eligiendo valores de  $y$ , variando por incrementos de centímetro en centímetro, utilizando el método del diagrama rectangular.

#### 4.2.1.1.-ARMADURA DE LA LOSA SUPERIOR

Normalmente se establece con carácter obligatorio la disposición de una armadura en la losa superior, en sentido transversal a los nervios de área  $A_s$  en  $\text{cm}^2$  por metro de ancho de forjado.

$$A_s \geq \frac{500 e}{f_{yd}} \leq \frac{2.000}{f_{yd}}$$

donde  $e$  es el espesor mínimo de la losa en cm. En sentido paralelo a los nervios debe disponerse un área mitad.

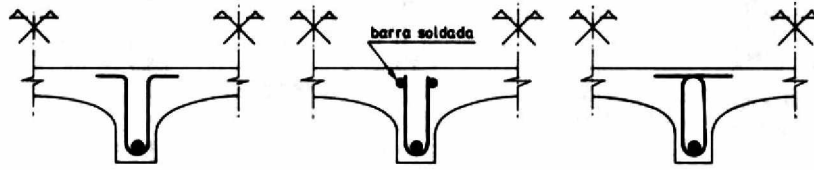
Tabla de valores de  $A_s$

Espesor $e$ en cm	Área $A_s$ , en $\text{mm}^2/\text{m}$	
	B-400	B-500
≤4	56	45
5	70	56
6	84	68
7	98	79
8	112	90
9	126	101
10	140	113

La importancia de esta armadura en la calidad del forjado es muy grande y en cambio su coste es relativamente pequeño. Dicha armadura reduce la fisuración por retracción y temperatura, reparte las cargas puntuales, absorbe flexiones transversales imprevistas evitando la fisuración de los tendidos de yeso, solidariza las plantas frente a acciones horizontales, etc...

#### 4.2.2.- DIMENSIONAMIENTO A CORTANTE

Se aplicará lo visto en el apartado de cortante, en caso de ser necesaria armadura de corte, los nervios han de calcularse como vigas, los estribos pueden adoptar las siguientes formas:



#### 4.2.3-. FISURACIÓN Y DEFORMACIONES.

Se aplicará lo visto en los respectivos apartados de fisuración y deformaciones.

#### 4.3-. ANCLAJE Y ESQUEMAS TÍPICOS DE ARMADO

En general se rige lo expuesto para las losas macizas.

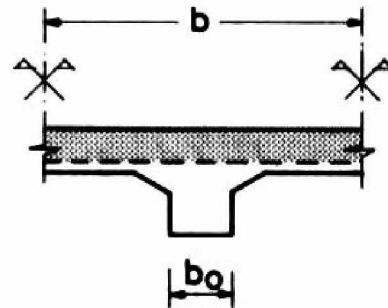
### 5-.FORJADOS DE VIGUETAS SEMIRRESISTENTES

#### 5.1-.SECCIÓN TRANSVERSAL

Se ha de cumplir las especificaciones citadas en el caso del forjado nervado, excepto en lo referente a la relación entre  $h_0$  y  $a$  que es  $h_0 \geq a/8$  en caso de emplear bovedillas resistentes.

Para momentos negativos:

La sección se encontraría fisurada en su parte superior, con lo que trabajaría la armadura superior a tracción y el hormigón del nervio a compresión, con una sección correspondiente al ancho del nervio  $b_0$  y el canto del forjado.



Para momentos positivos:

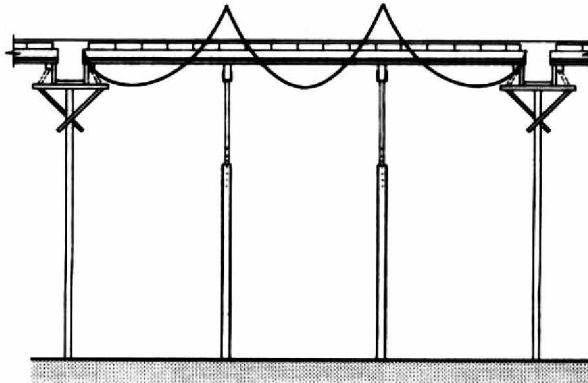
La sección se encontraría fisurada en su parte inferior, trabajaría la armadura de las viguetas a tracción mientras que la capa superior del forjado lo haría a compresión, contándose como una sección en T, con ancho  $b$ .

Las bovedillas, sean aligerantes o resistentes, han de resistir una carga lineal, paralela a las viguetas y actuando en el centro de la bovedilla, de 1KN por bovedilla.

#### 5.2-.CÁLCULO DE ESFUERZOS

- Durante el hormigonado

La vigueta prefabricada funciona como una viga continua, con luces entre sopandas y carga debida a su peso propio.



- Una vez descimbrado:

Son los debidos a su peso propio más las restantes cargas permanentes actuantes y las sobrecargas, trabajando ya el forjado como sección compuesta y con las luces entre vigas.

### 5.3.-PARTICULARIDADES EN EL DIMENSIONAMIENTO

#### 5.3.1.-DIMENSIONAMIENTO A FLEXIÓN

-Durante el hormigonado

Los esfuerzos actúan sobre la vigueta aislada, en el cálculo a momentos positivos no hay ningún carácter especial. En cuanto a los momentos negativos, si la vigueta es de celosía, usualmente no se dispone de armadura en la cara superior de la vigueta, por lo que el cálculo suele hacerse como pieza de hormigón en masa, aceptando bajo el momento  $M_d$  una tensión de tracción por flexión:

$$f_{ct, flex} = 0,37^3 \sqrt{f_{ck}}$$

-Una vez descimbrado

El problema es idéntico al de los forjados nervados.

#### 5.3.1.1.-ARMADURA DE LA LOSA SUPERIOR

Rige íntegramente lo expuesto en el caso de los forjados nervados.

#### 5.3.2.- DIMENSIONAMIENTO A CORTANTE

Se procederá según lo expuesto en el apartado de cortante, con el cálculo de esfuerzo de acuerdo a la fórmula:

$$V_d \leq V_u = 2 \cdot f_{cv} \cdot b_w \cdot d$$

Puede emplearse, previa justificación experimental, la fórmula:

$$V_u = (1,6-d) \cdot (1+50\rho) \cdot f_{cv} \cdot b_w \cdot d$$

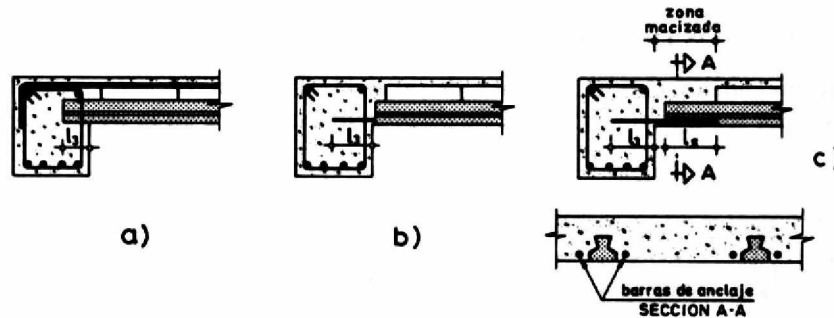
con  $f_{cv} = 0,16\sqrt{f_{cd}}$ , donde  $b_w$  es el ancho de la sección en el nivel de comprobación y donde  $d$  se expresa en metros y  $\rho = (A_s/b_w \cdot d) \cdot (f_{yk}/400)$

### 5.3.3-. FISURACIÓN Y DEFORMACIONES.

Se aplicará lo visto en los respectivos apartados de fisuración y deformaciones.

### 5.4-. ANCLAJE Y ESQUEMAS TÍPICOS DE ARMADO

En general se rige lo expuesto para las losas macizas, con unas particularidades en lo que refiere al anclaje de la armadura de momentos positivos.



## 6-. CÁLCULO DE ESFUERZOS EN FORJADOS UNIDIRECCIONALES

### 6.1-. GENERALIDADES

Para el cálculo de los esfuerzos en los forjados unidireccionales se utilizan principalmente dos métodos:

- 1) Métodos basados en el cálculo lineal.
- 2) Métodos basados en el cálculo no lineal.

Los métodos basados en el cálculo no lineal resultan preferibles tanto por la mayor sencillez de los cálculos como por su mayor concordancia con la realidad estructural de los forjados en la mayoría de los casos.

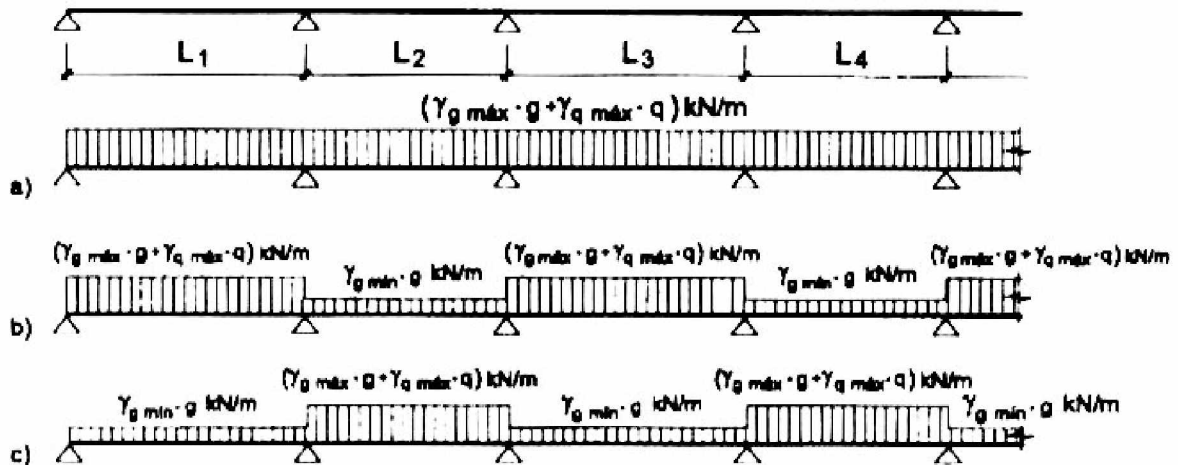
Las instrucciones EHE y EF han adoptado un criterio práctico simplificado que consiste en calcular el forjado suponiendo que el apoyo es un simple apoyo, y después dimensionar el forjado para un momento negativo de apoyo igual en valor absoluto al 25% del positivo de vano obtenido en la hipótesis de simple apoyo. El



método es suficientemente seguro y parte naturalmente de consideraciones de readaptación plástica.

## 6.2.-COMBINACIONES DE ACCIONES

En general, el cálculo de un forjado requiere considerar tres hipótesis cuando las desigualdades de luces y la relación  $q/g$  de sobrecarga de uso a carga permanente son importantes.



- Carga permanente mayorada más sobrecarga mayorada en todos los vanos
- Carga permanente mayorada más sobrecarga mayorada en vanos impares y carga permanente mayorada en vanos pares.
- Carga permanente mayorada más sobrecarga mayorada en vanos pares y carga permanente mayorada en vanos impares.

Así se obtienen las hipótesis:

- Máximos momentos en apoyos
- Máximos momentos de vano en vanos impares
- Máximos momentos de vano en vanos pares.

## 6.3.- MÉTODOS BASADOS EN EL CÁLCULO LINEAL

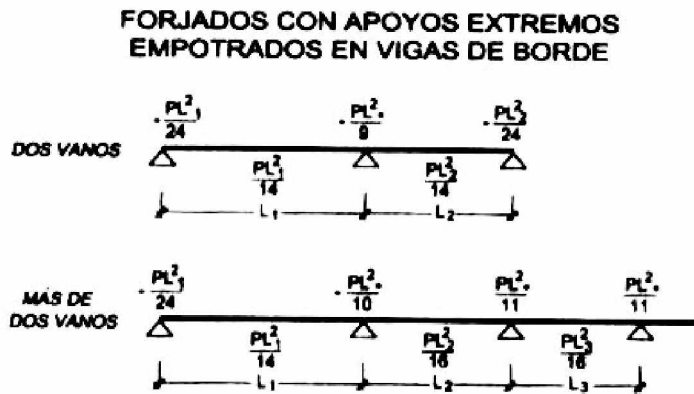
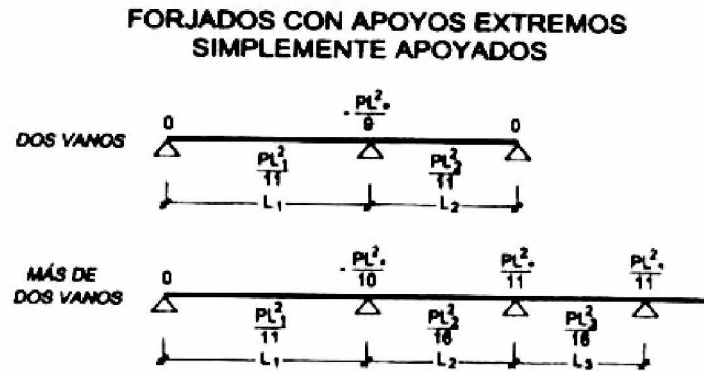
### 6.3.1.- MÉTODO SIMPLIFICADO DEL AMERICAN CONCRETE INSTITUTE (ACI)

Requisitos para aplicar el método:

- forjados con dos o más vanos
- entre dos luces adyacentes, la mayor no excede a la menor en más del 20%

- c) cargas uniformemente distribuidas
- d) sobrecarga viva inferior a tres veces la carga permanente.

Los momentos flectores son los establecidos en el siguiente esquema:



NOTA: -  $L_1, L_2, L_3, \dots$ , SON LAS LUCES LIBRES DE CADA VANO.  
 $L_0$  INDICA LA SEMISUMA DE LAS LUCES LIBRES DE LOS DOS VANOS CONTIGUOS AL APOYO CONSIDERADO.

Para los esfuerzos cortantes se adoptarán los isostáticos excepto en el apoyo interior de los vanos extremos en los que se tomará 1.15 veces el isostático.

#### 6.4.- MÉTODOS BASADOS EN LA READAPTACIÓN PLÁSTICA

En forjados hiperestáticos, los diagramas de esfuerzos a cubrir mediante la capacidad resistente aportada por el conjunto hormigón-armadura, pueden ser muy diferentes, siendo todos resistentemente y funcionalmente válidos, si la fisuración que aparece para la distribución de esfuerzos elegida no es perjudicial para la durabilidad del forjado ni para el comportamiento de los revestimientos.

La Instrucción EF permite una redistribución mayor, consistente en reducir, como máximo, el valor del momento de apoyo hasta igualarlo al de vano.

### 6.4.1-. MÉTODO DE LA INSTRUCCIÓN EFHE

Requisitos para la aplicación del método:

Forjados de viguetas:

- canto total no superior a 50cm.
- luz de cada tramo no superior a 10m.
- separación entre ejes de nervios no superior a 100cm

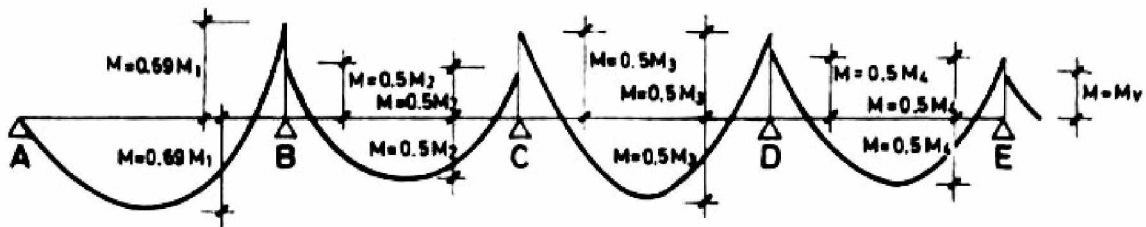
Forjados de losas alveolares pretensadas:

- canto de losa prefabricada no mayor de 50cm.
- luz de cada tramo no superior a 20m.
- anchura de elementos resistentes no superior a 140cm, para losas sin armadura de reparto, ni 250cm para aquellas que dispongan de esta armadura.

Se admite para forjados que el grado de plastificación llegue a igualar los momentos de vano y de apoyo.

El cálculo en los vanos extremos ha de hacerse suponiendo articulación en los apoyos extremos y de todas formas ha de cubrirse en ellos un momento no menor de 0,25 veces el obtenido para el vano, en la hipótesis de extremo articulado.

Para el vano extremo, suponiendo articulación en A, la condición de igualar los momentos de vano y apoyo es de deducción inmediata y conduce en el caso de carga uniforme a:



$$M_a = -\left[\frac{3}{2} - \sqrt{2}\right] P\ell^2 = -0,086 P\ell^2 \approx -\frac{P\ell^2}{11,6}$$

$$M_v = \left[\frac{3}{2} - \sqrt{2}\right] P\ell^2 = 0,086 P\ell^2 \approx \frac{P\ell^2}{11,6}$$

Valores que, referidos al isostático  $M_0 = (1/8) \cdot P \cdot \ell^2$  del vano conducen a  $K_v = 0,69$ ,  $K_{af} = -0,69$ ,  $M_a = -0,69 M_0$  y  $M_v = 0,69 M_0$

En vanos interiores resulta directamente  $K_{ad} = -0,5$ ,  $K_{af} = -0,5$  y  $K_v = 0,5$  y

$$M_{ad} = M_{af} = -\frac{P\ell^2}{16} = -0,50 M_0$$

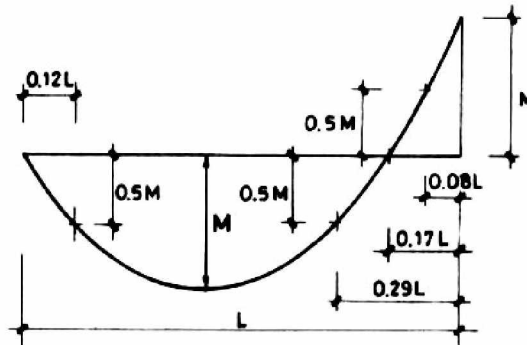
$$M_v = \frac{P\ell^2}{16} = 0,50 M_0$$

En el caso particular de voladizos, si en una hipótesis de carga determinada el momento de éste es igual o superior a  $0,5 M_0$  del vano, éste se considera como interior. En tal caso,  $M_v = 0,5 M_0$ ,  $M_{af} = 0,5 M_0$  en lugar de  $0,69 M_0$  y  $-0,69 M_0$  que le corresponderían como vano extremo. En cada apoyo intermedio se toma como momento el mayor de los resultantes para los dos vanos adyacentes.

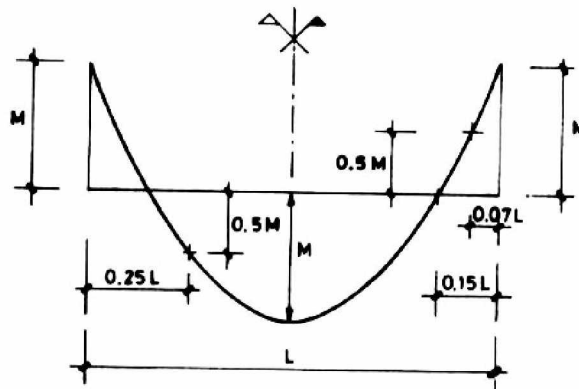
### 6.5- PUNTOS DE CORTE DE LAS BARRAS DE LA ARMADURA

#### 6.5.1- MÉTODOS BASADOS EN LA READAPTACIÓN PLÁSTICA.

a) Vano extremo con apoyo simple en borde y momentos iguales en vano y apoyo:



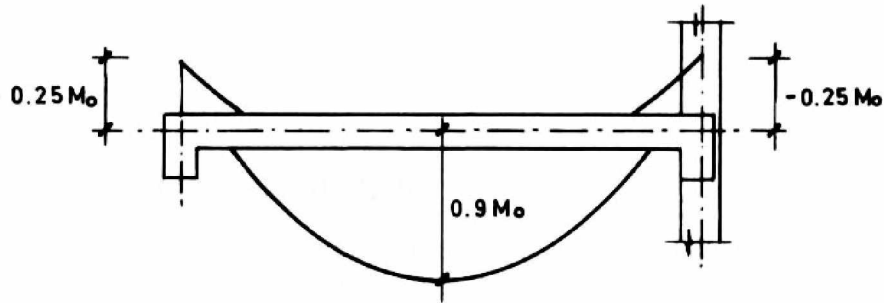
b) Vano intermedio con igualdad de momentos en vano y apoyos



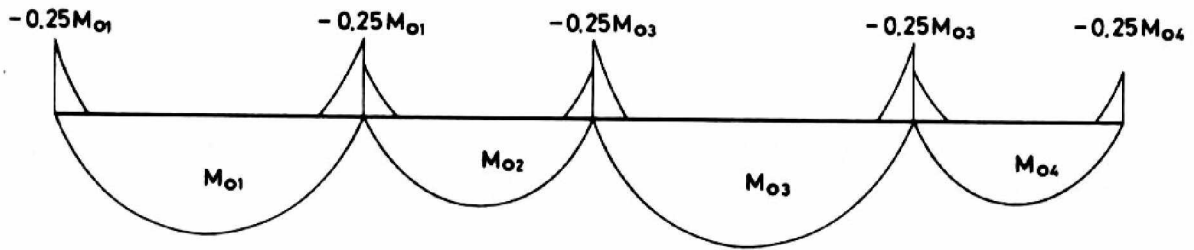
c) Caso de forjados de un vano o de varios calculados como isostáticos

Si todo son apoyos, el momento en los vanos será el isostático. Debe cuidarse la existencia de empotramientos imprevistos, como por ejemplo la colocación de un muro sobre el apoyo del forjado, sobre el que se produce un momento negativo.

En el caso de forjados de un solo vano con vigas de borde o muros construidos monóticamente con el forjado, puede tomarse como momento de vano  $0,9 M_0$  y como momento de empotramiento  $-0,25 M_0$ .



También está la posibilidad de calcular forjados de varios vanos suponiéndolos simplemente apoyados. Según la Instrucción EF, el momento en vano debe ser  $M_0$  y debe cubrirse en apoyos  $0,25 M_0$ .



Debe recordarse que la necesidad de cubrir un momento mínimo en el empotramiento del forjado en vigas, no se refiere solamente a los vanos extremos en vigas de borde, sino a cualquier enlace monolítico a vigas, incluidas las interiores.

## 6.6.- CÁLCULOS RELATIVOS A LOS ESTADOS LÍMITE SEGÚN LA EFHE Y LA EHE

### 6.6.1.- SOLICITACIONES NORMALES

Tanto en los forjados de viguetas como en los de losas alveolares pretensadas, las secciones sometidas a solicitaciones normales se calcularán según lo establecido en el artículo 42 de la EHE, recogido en el la lección 5 “tensiones normales”.

### 6.6.2.- CORTANTE

#### 6.6.2.1.- FORJADOS DE VIGUETAS

Comprobar que no se produce agotamiento por compresión oblicua en el alma, ni por tracción oblicua.

- a) en el borde del apoyo:  $V_d \leq V_{u1}$  sólo en piezas con armadura transversal  
 b) a un canto útil del borde de apoyo:  $V_d \leq V_{u2}$

donde:

$V_d$  = esfuerzo cortante de cálculo

$V_{u1}$  = esfuerzo cortante de agotamiento por compresión oblicua en el alma

$V_{u2}$  = esfuerzo cortante de agotamiento por tracción en el alma

$$V_{u1} = 0,3 \cdot f_{cd} \cdot b_0 \cdot d \cdot (1 + \cot \alpha)$$

donde:

$f_{cd}$  = resistencia de cálculo del hormigón a compresión

$b_0$  = ancho mínimo del nervio

$d$  = canto útil del forjado

$\alpha$  = ángulo de la armadura respecto al eje de la pieza

Para el cálculo de  $V_{u2}$  se aplicarán los apartados 44.2.3.2.1 y 44.2.3.2.2 de la EHE, no obstante en forjados de viguetas sin armadura se puede adoptar:

$$V_{u2} = 0,16 \cdot \sqrt{f_{cd}} \cdot b_0 \cdot d$$

En forjados de viguetas sin armadura y siempre que se cumpla lo establecido en el Anejo 6 de la EFHE se puede adoptar la siguiente expresión, aplicable sólo a forjados con viguetas suministradas con certificado de garantía del fabricante:

$$V_{u2} = 0,32 \cdot \sqrt{f_{cd}} \cdot b_0 \cdot d$$

En forjados con armadura transversal:

$$V_{u2} = 0,16 \cdot \sqrt{f_{cd}} \cdot b_0 \cdot d + 0,9 \cdot d \cdot \sum A_{\alpha} \cdot f_{y\alpha,d} \cdot (\sin \alpha_i + \cos \alpha_i)$$

donde:

$f_{cd}$  = resistencia de cálculo del hormigón a compresión

$b_0$  = ancho mínimo del nervio

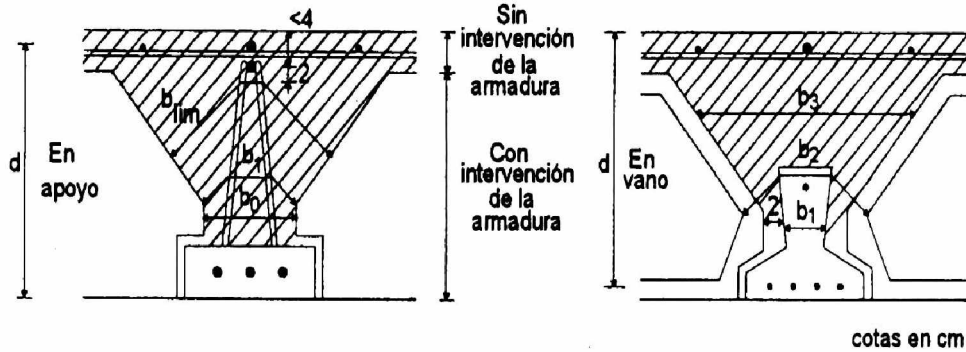
$d$  = canto útil del forjado

$\alpha_i$  = ángulo de las familias de armaduras transversales respecto al eje de la pieza

$f_{y\alpha,d}$  = resistencia de cálculo a tracción del acero de la armadura transversal.

$A_{\alpha}$  = área de cada una de las familias de armadura transversales, por unidad de longitud de nervio.

En la comprobación a un nivel con un ancho  $b$  se adoptará como resistencia la que corresponde al hormigón de dicho nivel, y cuando la sección corte a dos hormigones se tomará, bien el ancho del prefabricado con su resistencia, bien el ancho total con la resistencia del hormigón vertido en obra, siempre que el hormigón "in situ" tenga menor resistencia que el elemento prefabricado.



En los forjados de viguetas armadas con armadura básica, puede considerarse la colaboración de la celosía para la comprobación a cortante, tomando como ancho del nervio el correspondiente a una profundidad mayor o igual que 20mm por debajo del redondo superior de la celosía. Asimismo deberá comprobarse el nervio sin la colaboración de la celosía con el menor ancho del nervio entre 20mm por debajo del redondo superior de la celosía y la cara superior del forjado.

### 6.6.3-. PUNZONAMIENTO

Si existen cargas concentradas importantes debe comprobarse la resistencia a punzonamiento del forjado.

### 6.6.4-. FISURACIÓN

La comprobación de las condiciones de fisuración se realizará según lo establecido en el artículo 49 de la instrucción EHE.

En los forjados con viguetas armadas y pretensadas, tanto en la losa superior hormigonada en obra como en los elementos prefabricados, se calculará la abertura de fisura mediante el método general de cálculo definido en el apartado 49.2.5 de la EHE

### 6.6.5-. DEFORMACIÓN

#### 6.6.5.1-. LÍMITES DE FLECHA

- la flecha total a tiempo infinito no excederá al menor de los valores  $L/250$  y  $L/500+1\text{cm}$
- para forjados que sustentan tabiques o muros de partición o de cerramiento la flecha activa no excederá al menor de los valores  $L/500$  y  $L/1000+0,5\text{cm}$

donde:

$L$  = luz del vano, en caso de voladizo  $L = 1,6$  veces el vuelo

### 6.6.5.2.-CÁLCULO DE FLECHAS

En estructuras donde la deformación se prevé importante como consecuencia de grandes luces, pudiendo afectar a la funcionalidad o estética de la misma, es necesario comprobar el estado límite de deformación.

Para el cálculo de las deformaciones han de considerarse las hipótesis de servicio establecidas en la misma norma con los coeficientes de seguridad correspondientes a estados límite de servicio (Art. 12.2).

Podemos distinguir entre las deformaciones producidas por efecto de las cargas (incluidas las deformaciones impuestas como las de temperatura), las debidas a retracción y fluencia y las debidas a la relajación de las armaduras.

Además debe distinguirse entre flecha instantánea debida a la actuación inmediata de las cargas y la flecha total a plazo infinito que se produce como consecuencia de todos los efectos anteriores. También se habla de flecha activa respecto de un elemento como la total en el mismo respecto de la situación de proyecto, menos la producida hasta el instante en que se construye el elemento.

Los valores máximos admisibles en las flechas dependen del tipo y función de la estructura, de las condiciones funcionales en las que ha de trabajar y de las condiciones que pueden imponer otros elementos descansando sobre ella.

A falta de exigencias más precisas, en edificaciones normales, se puede establecer como valor límite indicativo  $L/250$ , mientras que para evitar las fisuraciones en tabiquerías se puede definir como valor límite de la flecha activa (después de la construcción de los tabiques) como  $L/400$  y nunca superior a 1 cm.

### 6.6.5.3- CÁLCULO DE LA FLECHA EN ELEMENTOS SOMETIDOS A FLEXIÓN Y TORSIÓN.

El método general consistiría en calcular la flecha paso a paso, aplicando las distintas etapas de carga y considerando la situación más apropiada (pequeños o grandes desplazamientos, comportamiento lineal o con fisuración o con plastificación, etc.) y añadiendo las correspondientes a retracción, fluencia y relajación. ESTE ANÁLISIS SÓLO ESTÁ JUSTIFICADO EN SITUACIONES DE GRAN RESPONSABILIDAD O DE GRAN COMPLEJIDAD.

El método simplificado se aplica a vigas y losas de hormigón armado. En él la flecha se considera suma de la flecha instantánea más la flecha diferida debida a las cargas permanentes.

Según la norma EHE no será necesaria la comprobación de flecha cuando la relación  $L/d$  sea igual o superior a lo establecido en la Tabla 3.1.1 que corresponde a elementos normales de edificación con acero B500S.



Sistema estructural	Elementos fuertemente armados ( $\rho = A_s / b_0 d = 0,012$ )	Elementos débilmente armados ( $\rho = A_s / b_0 d = 0,004$ )
Viga simplemente apoyada. Losa uni o bidireccional simplemente apoyada	14	20
Viga continua en un extremo. Losa unidireccional continua en un solo lado	18	24
Viga continua en ambos extremos. Losa unidireccional continua	20	30
Recuadros exteriores y de esquina en losa sobre apoyos aislados	16	22
Recuadros interiores en losa sobre apoyos aislados	17	25

Tabla 3.1.1. Relaciones L/d en elementos estructurales de hormigón armado sometidos a flexión simple.

NOTA: Usualmente los elementos fuertemente armados se identifican con las vigas y los débilmente armados con las losas.

Las cuantías de la tabla se refieren a cuantías estrictas de dimensionamiento y no a la realmente existente que, en general, será mayor.

Para cuantías intermedias puede interpolarse entre los valores de la tabla.

#### 6.6.5.4.-CÁLCULO DE LA FLECHA INSTANTÁNEA:

Se define como inercia equivalente de una sección el valor:

$$I_e = \left( \frac{M_f}{M_a} \right)^3 I_b + \left[ 1 - \left( \frac{M_f}{M_a} \right)^3 \right] I_f < I_b$$

$M_a$  el momento flector máximo aplicado a la sección hasta el instante que se evalúa la flecha.

$M_f$  el momento nominal de fisuración de la sección que se evalúa mediante:  $M_f = f_{ct,fl} * W_b$

$f_{ct,fl}$  la resistencia a flexotracción del hormigón que puede suponerse igual a:

$$f_{ct,fl} = 0,37 (f_{ck,i})^{2/3}$$

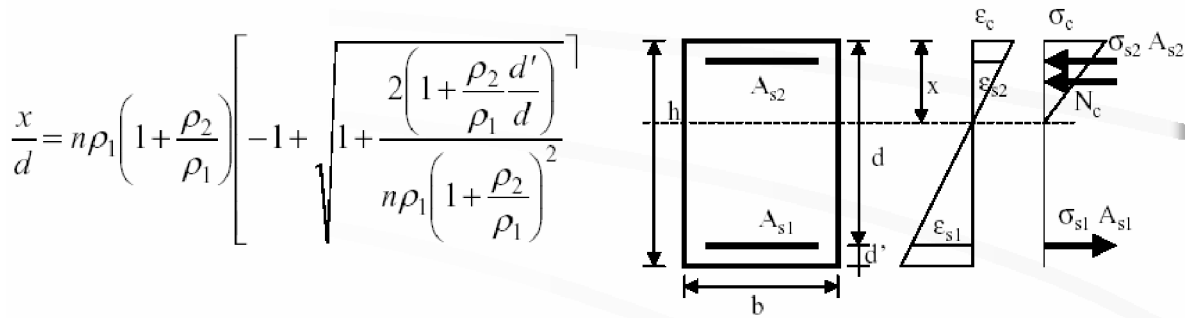
$I_b$ ,  $W_b$  son la inercia y el módulo resistente de la sección bruta<sup>1</sup>

$I_f$  es el momento de inercia de la sección fisurada<sup>2</sup> en flexión simple. Se calcula así:

<sup>1</sup> Sección bruta es la que resulta de las dimensiones nominales sin deducir los huecos de armaduras.

<sup>2</sup> Sección fisurada es la que resulta de considerar la zona de compresión del hormigón más las armaduras multiplicadas por el coeficiente de equivalencia  $n = E_s / E_c$  (siendo  $E_s$  y  $E_c$  los módulos de elasticidad del acero y del hormigón respectivamente).

SECCIÓN RECTANGULAR (SECCIÓN FISURADA)



$$I_f = nA_{s1}(d-x)\left(d-\frac{x}{3}\right) + nA_{s2}(x-d')\left(\frac{x}{3}-d'\right)$$

Siendo:

$$n = E_s / E_c$$

$$\rho_1 = A_{s1} / bd$$

$$\rho_2 = A_{s2} / bd$$

La flecha instantánea se evalúa considerando un elemento ficticio de sección constante con rigidez igual a la anteriormente calculada para una **sección de referencia**, y módulo elástico del hormigón el instantáneo ( $E_c = 10000 \sqrt[3]{f_{cm,i}}$ ) y aplicando las fórmulas de la Teoría de Estructuras Lineal.

La sección de referencia se define como la siguiente:

- Para elementos simplemente apoyados o tramos continuos la sección central.
- Para elementos en voladizo la sección de arranque.

**6.6.5.5- CÁLCULO DE LA FLECHA DIFERIDA:**

Las flechas diferidas debidas a retracción y fluencia se pueden estimar multiplicando la flecha instantánea por el factor:

$$\lambda = \frac{\xi}{1 + 50\rho'}$$

con  $\xi$  un coeficiente que depende de la duración de la carga y que toma los valores siguientes:

- 5 o más años:	2,0
- 1 año:	1,4
- 6 meses:	1,2
- 3 meses:	1,0
- 1 mes:	0,7
- 2 semanas:	0,5

y  $\rho'$  la cuantía geométrica de la armadura de compresión:  $\rho' = A'_s / b_0 d$

## 7. DISPOSICIÓN DE ARMADURAS

### 7.1- ARMADURAS LONGITUDINALES:

- La armadura longitudinal cumplirá lo especificado en el punto 10 de la Lección 5.

#### 7.1.1-. FORJADOS CON VIGUETAS ARMADAS

La armadura longitudinal inferior será al menos de dos barras, con una sección total  $A_s$  que cumpla:

Si el cálculo conduce a una armadura  $A_s \leq 0,10 \frac{b_0 d f_{cd}}{f_{yd}}$  entonces disponer:

$$A_{s,min} = \left[ 1,5 - 4,55 \frac{A_s f_{yd}}{b_0 d f_{cd}} \right] A_s$$

En forjados de viguetas armadas, tanto para momentos positivos como negativos en apoyos interiores en continuidad, la armadura  $A_s$  debe cumplir además la condición:

$$A_s \geq \beta b_w h$$

donde:

$b_0$  = ancho de la sección a nivel de la armadura de tracción en flexión positiva, en mm

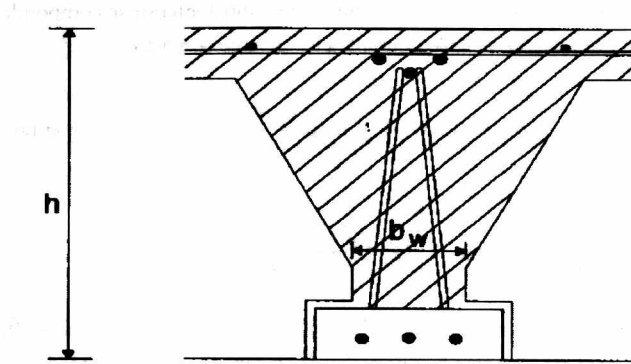
$b_w$  = ancho mínimo del nervio, en mm

$h$  = canto del forjado, en mm

$d$  = canto útil del forjado, en mm

$\beta = 0,004$  para acero B 400

$0,003$  para acero B 500



### 7.1.2.- FORJADOS CON VIGUETAS PRETENSADAS

En la fórmula anterior debe sustituirse  $A_{sfyd}$  por  $A_{pfpd}$ , donde  $A_p$  es el área de armadura pretesa y  $f_{pd}$  la tensión de dicha armadura, deducida la correspondiente tensión permanente de pretensado.

La armadura longitudinal superior sobre los apoyos interiores en continuidad de un forjado, compuesta por una o más barras, cumplirá la siguiente condición:

Si el cálculo conduce a una armadura,  $A_s \leq 0,20 \frac{b_o d f_{cd}}{f_{yd}}$  entonces disponer una  $A_{s,min}$  de valor

$$A_{s,min} = \left[ 1,5 - 2,49 \frac{A_s f_{yd}}{b_o d f_{cd}} \right] A_s$$

### 7.2- ARMADURAS TRANSVERSALES A CORTANTE:

- La armadura a cortante cumplirá el punto 2.3 de la Lección 6

### 7.3- ARMADURAS TRANSVERSALES A TORSIÓN:

- La armadura longitudinal, tanto resistente como de piel, ha de cumplir que la separación máxima entre dos barras longitudinales cumpla que:

- $s_t \leq 0,8a$  ;  $s_t \leq 300$  mm para  $T_d \leq V_{u1}/5$
- $s_t \leq 0,6a$  ;  $s_t \leq 300$  mm para  $T_{u1}/5 < T_d \leq 2T_{u1}/3$
- $s_t \leq 0,3a$  ;  $s_t \leq 200$  mm para  $2T_{u1}/3 < T_d$
- $s_t \leq u_e/8$  ;

con  $a$  la dimensión del menor de los lados del perímetro medio de la sección eficaz  $u_e$ .

## 7.4.- ARMADO DE REPARTO

En la capa de compresión si dispondrá una armadura de reparta con separaciones entre elementos longitudinales y transversales no mayores de 35cm, de al menos 4mm de diámetro, con una sección mínima:

a) perpendicular a los nervios

$$A_2 \geq \frac{2,5 h_0}{f_{yd}}$$

b) paralela a los nervios

$$A_1 \geq \frac{5 h_0}{f_{yd}}$$

donde:

$h_0$  = espesor mínimo de la losa superior hormigonada en obra, en mm

## 7.5.- RECUBRIMIENTOS DE ARMADURAS

Ver Lección 3 punto 1.2.

En viguetas y placas de forjados el diseñador podrá incluir en el recubrimiento los espesores de elementos superficiales adicionales impermeables y permanentes no pudiendo ser, de cualquier forma, en estos casos el recubrimiento real de hormigón inferior a 15 mm.

## 8.- CONDICIONES GENERALES Y DISPOSICIONES CONSTRUCTIVAS DE LOS FORJADOS

### 8.1.- CONDICIONES GEOMÉTRICAS

La sección transversal del forjado cumplirá los requisitos siguientes:

a) el espesor mínimo  $h_0$  de la losa superior hormigonada en obra, excepto en los forjados con losas alveolares será de:

- 40mm sobre viguetas
- 40mm sobre piezas de entrevigado cerámicas o de hormigón y losas alveolares pretensadas
- 50mm sobre piezas de entrevigado de otro tipo.
- + 50mm sobre piezas de entrevigado en el caso de zonas de aceleración sísmica de cálculo mayor que 0,16g

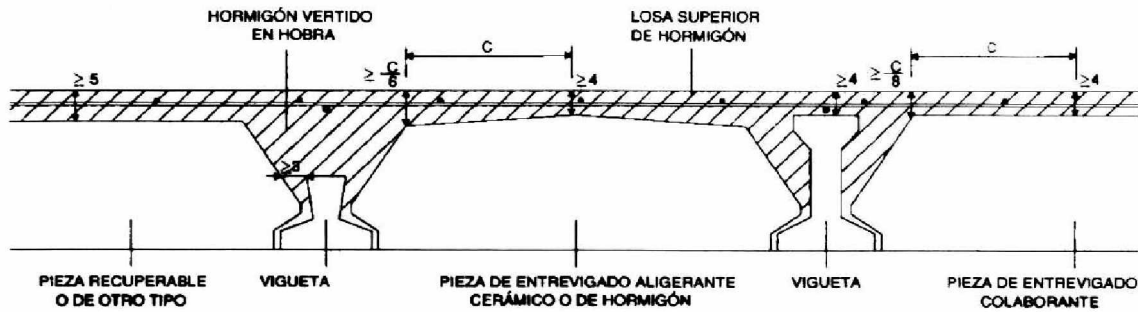
b) el perfil de la pieza de entrevigado será tal que, a cualquier distancia  $c$  de su eje vertical de simetría, el espesor de hormigón de la losa superior hormigonada en obra no será menor que:

- c/8 en piezas de entrevigado colaborante
- c/6 en el caso de piezas de entrevigado aligerantes

c) en el caso de forjados de viguetas sin armaduras transversales de conexión con el hormigón vertido en obra, el perfil de la pieza de entrevigado dejará a ambos lados de la cara superior de la vigueta un paso de 30mm, como mínimo.

d) en el caso de losas alveolares pretensadas, el espesor mínimo de las almas, del ala superior y del ala inferior, debe ser mayor que los valores siguientes:

- $\sqrt{2h}$ , siendo h el canto total de la pieza prefabricada, en mm
- 20mm
- 10mm más el diámetro del tamaño máximo del árido.



## 8.2.-APOYOS

Apoyos de forjados de viguetas:

a) para viguetas armadas

$$l_1 = \frac{V_d}{A_s f_{yd}} \cdot l_b \leq 100 \text{mm}$$

$$l_2 = \frac{V_d - \frac{M_d}{0,9d}}{A_s f_{yd}} \cdot l_b \leq 50 \text{mm}$$

b) para viguetas pretensadas

$$l_1 = 100 \text{mm}$$

$$l_2 = 60 \text{mm}$$

$$l'_1 = \frac{V_d}{\rho T_{rd}} \leq 100 \text{mm}$$

$$l'_2 = \frac{V_d - \frac{M_d}{0,9d}}{\rho T_{rd}} \leq 60 \text{mm}$$

donde:

$h_0$  = espesor mínimo de la capa de compresión, en mm

$V_d$  = cortante máximo de cálculo de una vigueta

$A_s$  = área de la armadura de tracción

$M_d$  = momento negativo de cálculo en apoyos continuos

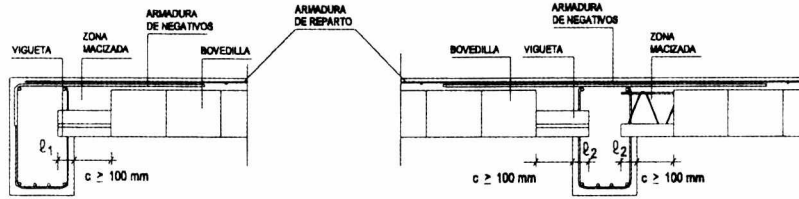
$d$  = canto útil

$l_b$  = longitud básica de anclaje de armadura de viguetas

$p$  = perímetro de cortante entre vigueta y hormigón de obra

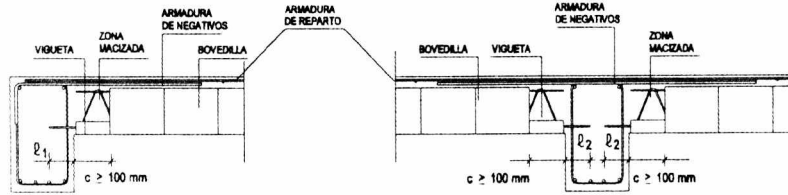
$T_{rd}$  = tensión rasante de cálculo

### 8.2.1.- APOYOS DIRECTOS



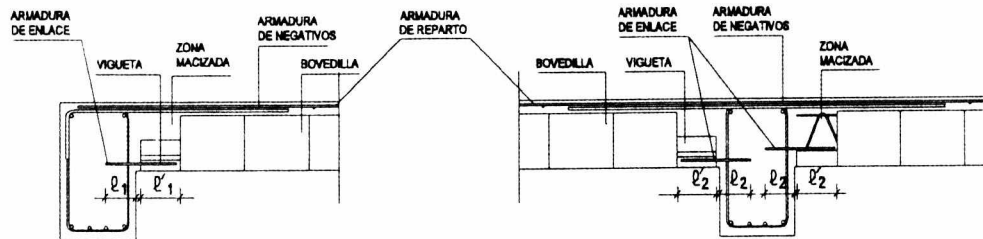
APOYO SENCILLO SOBRE VIGA DE CANTO  
ENLACE POR ENTREGA

APOYO DOBLE SOBRE VIGA DE CANTO  
ENLACE POR ENTREGA



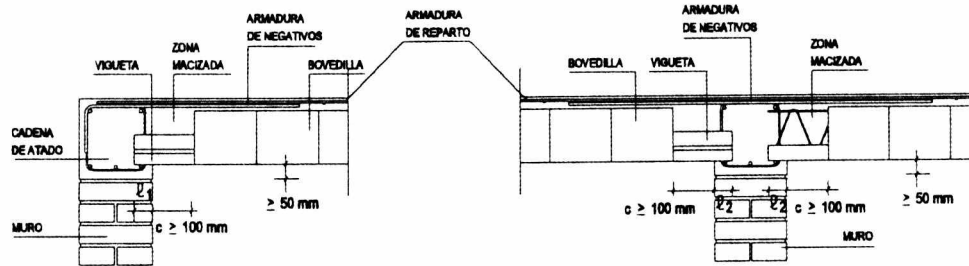
APOYO SENCILLO SOBRE VIGA DE CANTO  
ENLACE POR INTRODUCCIÓN DE LA ARMADURA SALIENTE

APOYO DOBLE SOBRE VIGA DE CANTO  
ENLACE POR INTRODUCCIÓN DE LA ARMADURA SALIENTE



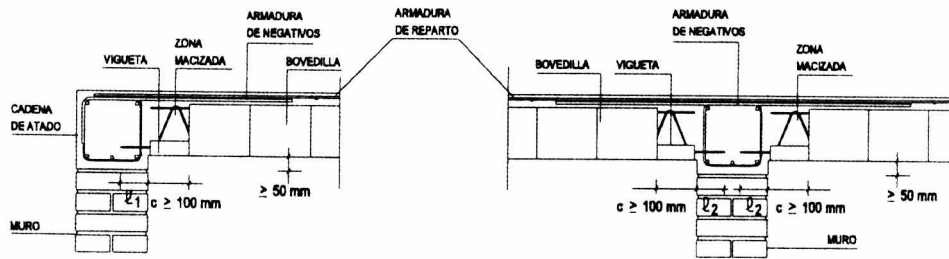
APOYO SENCILLO SOBRE VIGA DE CANTO  
ENLACE POR SOLAPO

APOYO DOBLE SOBRE VIGA DE CANTO  
ENLACE POR SOLAPO



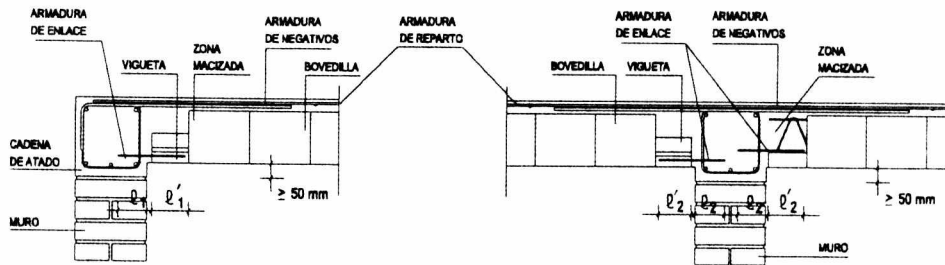
APOYO SENCILLO SOBRE VIGA DE CANTO  
ENLACE POR ENTREGA

APOYO DOBLE SOBRE VIGA DE CANTO  
ENLACE POR ENTREGA



APOYO SENCILLO SOBRE VIGA DE CANTO  
ENLACE POR INTRODUCCIÓN DE LA ARMADURA SALIENTE

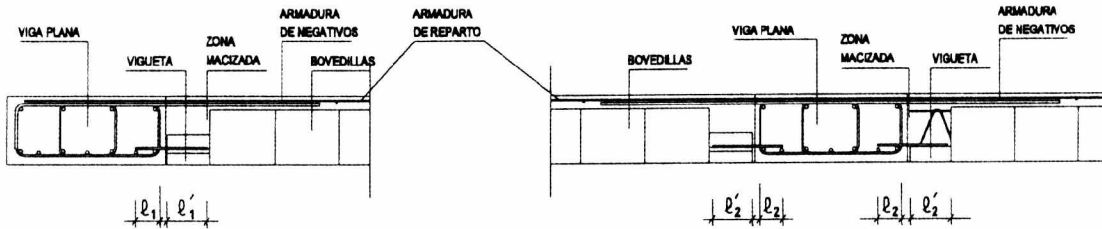
APOYO DOBLE SOBRE VIGA DE CANTO  
ENLACE POR INTRODUCCIÓN DE LA ARMADURA SALIENTE



APOYO SENCILLO SOBRE VIGA DE CANTO  
ENLACE POR SOLAPO

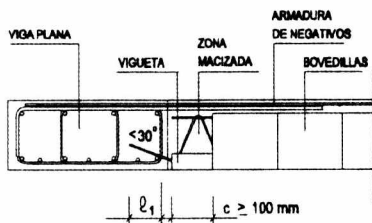
APOYO DOBLE SOBRE VIGA DE CANTO  
ENLACE POR SOLAPO

## 8.2.2-. APOYOS INDIRECTOS

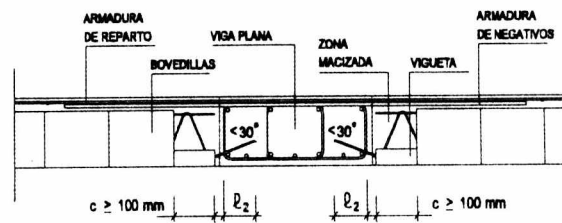


APOYO SENCILLO SOBRE VIGA PLANA  
ENLACE POR SOLAPO

APOYO DOBLE SOBRE VIGA PLANA  
ENLACE POR SOLAPO

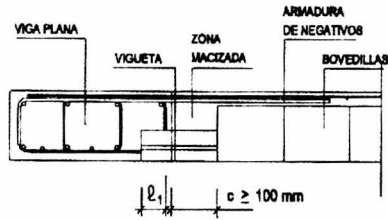


APOYO SENCILLO SOBRE VIGA PLANA  
ENLACE POR INTRODUCCIÓN DE ARMADURA SALIENTE

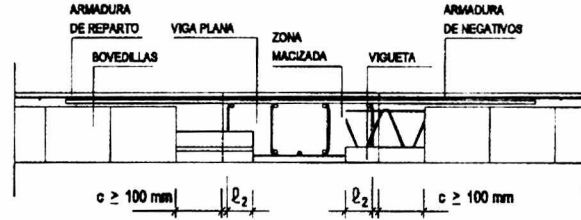


APOYO DOBLE SOBRE VIGA PLANA  
ENLACE POR INTRODUCCIÓN DE ARMADURA SALIENTE

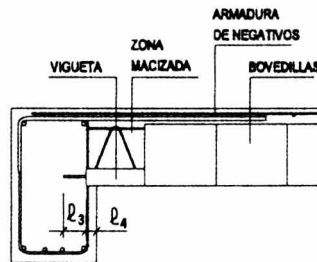




APOYO SENCILLO SOBRE VIGA PLANA  
ENLACE POR ENTREGA



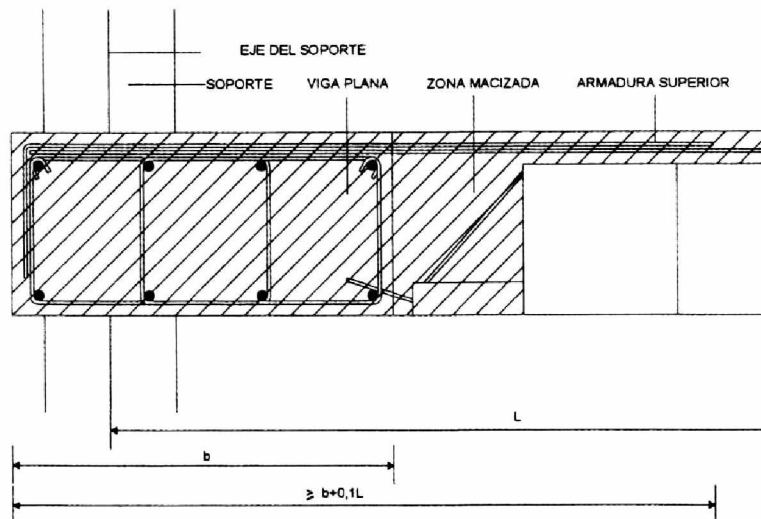
APOYO DOBLE SOBRE VIGA PLANA  
ENLACE POR ENTREGA



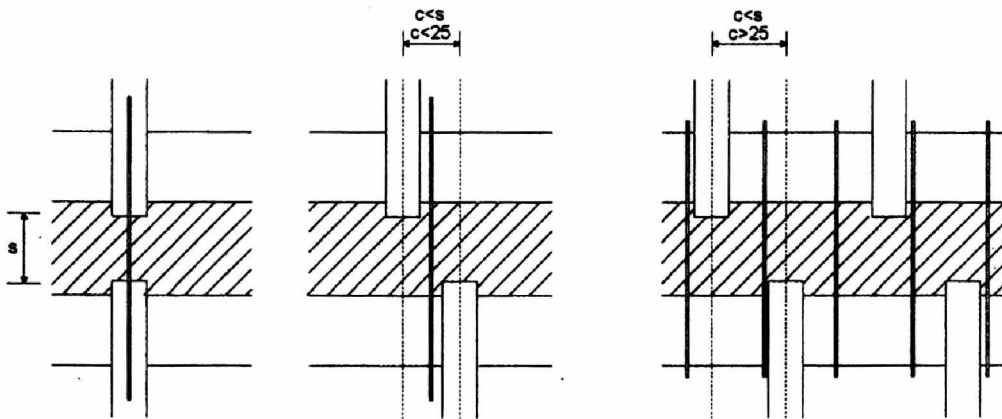
### 8.3.- ARMADO SUPERIOR Y ENFRENTAMIENTO DE NERVIOS

En los apoyos de los forjados de viguetas se colocará, como armadura para los momentos negativos, al menos una barra sobre cada vigueta.

En los apoyos exteriores de vano extremo se dispondrá una armadura superior capaz de resistir un momento flector, al menos igual a la cuarta parte del momento máximo del vano.

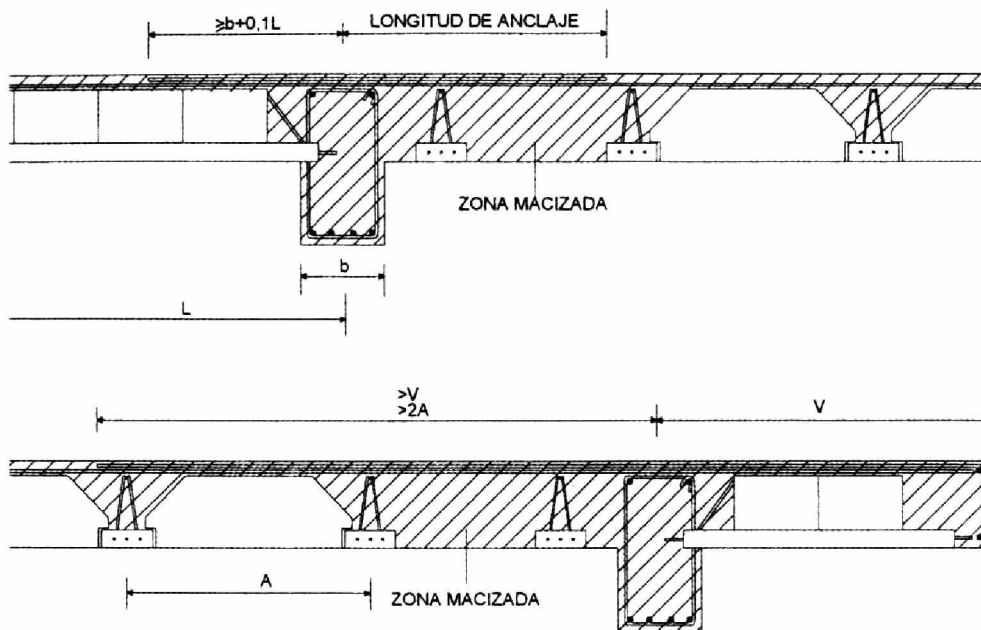


Cuando se tenga en cuenta la continuidad de los forjados, los nervios o viguetas se dispondrán enfrentados, con una desviación  $c$  menor que lo indicado:

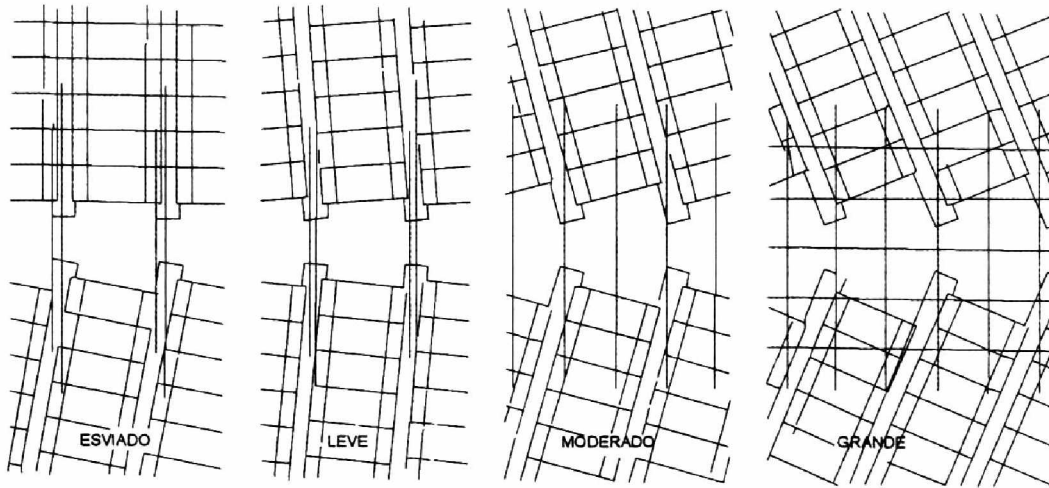


En el caso en que un forjado acometa perpendicularmente a otro, se armará en prolongación recta.

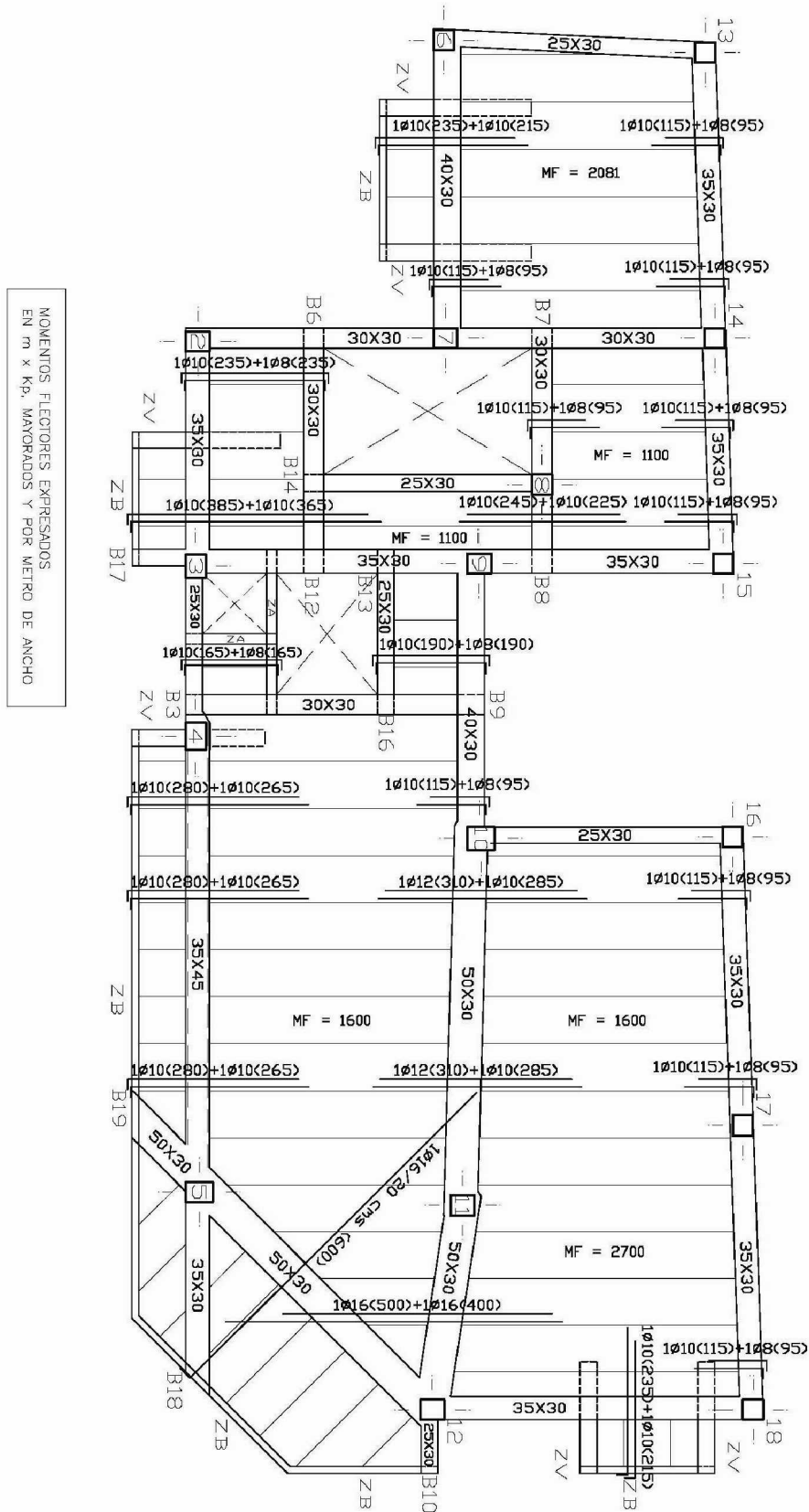
Cuando un voladizo tenga nervios perpendiculares a los del tramo adyacente, su armadura superior se anclará por prolongación recta una longitud no menor que la longitud del voladizo ni a dos veces el intereje.



Si las viguetas acometen oblicuamente al apoyo con ángulos pequeños, la armadura se puede disponer según la bisectriz de ambas direcciones. Si el ángulo fuese mayor, conviene disponer una cuadrícula cuya sección en cualquier dirección sea mayor que la teóricamente necesaria.



9.- EJEMPLO DE PLANO DE ESTRUCTURA DE FORJADO UNIDIRECCIONAL



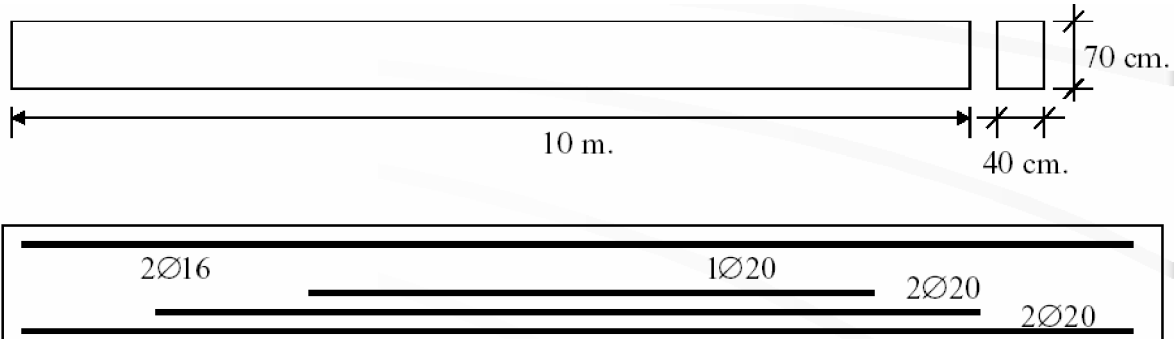
MOMENTOS FLECTORES EXPRESADOS EN m x Kp, MAYORADOS Y POR METRO DE ANCHO

## **10-. RESUMEN PROCEDIMIENTO DE DIMENSIONADO Y ARMADO DE UN FORJADO UNIDIRECCIONAL**

1. Cálculo de las cargas de la estructura en las hipótesis más desfavorables (ver punto. 6.2)
2. Cálculo de los esfuerzos en cada uno de los pórticos de la estructura (ver puntos 6.3 y 6.4)
3. Cálculo de los esfuerzos en cada uno de los tramos de viguetas más significativos (ver puntos 6.3 y 6.4)
4. Predimensionado de cantos de vigas y forjados (ver punto 2.2)
5. Cálculo del armado de las secciones y comprobación a deformaciones (ver puntos 3,4,5 y 6.6)
6. Comprobación de cuantías mínimas. (ver punto 7)
7. Disposiciones constructivas y resolución de detalles. (ver punto 8)
8. Disposiciones finales de armados de vigas y forjados y representación en planos de estructura. (ver punto 9)

## 11-. EJERCICIOS PRÁCTICOS

**EJEMPLO 1:** Obtener la flecha de la viga simplemente apoyada de la figura sometida a una carga uniformemente distribuida de 34 KN/m ya mayorada (coeficiente de mayoración  $\gamma_f=1,5$ ), sabiendo que está realizada en hormigón HA-25 y acero B500S y que la armadura es de 5 $\varnothing$ 20 a tracción en la sección central.



### Solución:

El momento de servicio para la sección fisurada viene dado por: (sección de referencia en centro de vano por ser viga biapoyada)

$$M_a = \frac{M_d}{\gamma_f} = \frac{425}{1,5} = 283,3 \text{ KNm}$$

Además:

$$E_c = 10000 \sqrt[3]{f_{cm,j}} = 10000 \sqrt[3]{25 + 8} = 32075 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

$$E_s = 200000 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

$$A_{s1} = 5 \cdot \frac{\pi \cdot 20^2}{4} = 1570,8 \text{ mm}^2 \quad A_{s2} = 2 \cdot \frac{\pi \cdot 16^2}{4} = 402,1 \text{ mm}^2$$

$$n = \frac{E_s}{E_c} = \frac{200000}{32075} = 6,24$$

$$\rho_1 = \frac{A_{s1}}{bd} = \frac{1570,8}{400.660} = 0,00595 \quad \rho_2 = \frac{A_{s2}}{bd} = \frac{402,1}{400.660} = 0,00152$$

$$f_{ct,fl} = 0,37 f_{ck,j}^{2/3} = 0,37.25^{2/3} = 3,16 N / mm^2$$

$$W_b = \frac{I_b}{h/2} = \frac{bh^3/12}{h/2} = \frac{400.700^3/12}{700/2} = \frac{1,143.10^{10}}{350} = 3,27.10^7 mm^4$$

$$M_f = f_{ct,fl} W_b = 3,16.3,27.10^7 = 1,033.10^8 N.mm = 103,3 KNm$$

Calculemos ahora la inercia fisurada:

$$\frac{x}{d} = n\rho_1 \left(1 + \frac{\rho_2}{\rho_1}\right) \left[ -1 + \sqrt{1 + \frac{2 \left(1 + \frac{\rho_2 d'}{\rho_1 d}\right)}{n\rho_1 \left(1 + \frac{\rho_2}{\rho_1}\right)^2}} \right] =$$

$$= 6,24.0,00595 \left(1 + \frac{0,00152}{0,00595}\right) \left[ -1 + \sqrt{1 + \frac{2 \left(1 + \frac{0,00152 \cdot 40}{0,00595 \cdot 660}\right)}{7,34.0,00595 \left(1 + \frac{0,00152}{0,00595}\right)^2}} \right] = 0,211$$

$$x = 0,211.660 = 139 mm$$

$$I_f = nA_{s1} \left(d - x\right) \left(d - \frac{x}{3}\right) + nA_{s2} (x - d') \left(\frac{x}{3} - d'\right) =$$

$$= 6,24 \cdot 1570,8(660 - 139) \left( 660 - \frac{139}{3} \right) + 6,24 \cdot 402,1(139 - 40) \left( \frac{139}{3} - 40 \right) = 3,14 \cdot 10^9 \text{ mm}^4$$

$$I_f = 3,14 \cdot 10^9 \text{ mm}^4$$

$$I_b = 1,143 \cdot 10^{10} \text{ mm}^4 \text{ (cálculo realizado anteriormente)}$$

Ahora ya estamos en situación de poder calcular la inercia equivalente de la sección de referencia:

$$I_e = \left( \frac{M_f}{M_a} \right)^3 I_b + \left[ 1 - \left( \frac{M_f}{M_a} \right)^3 \right] I_f =$$

$$= \left( \frac{103,3}{283,3} \right)^3 1,143 \cdot 10^{10} + \left[ 1 - \left( \frac{103,3}{283,3} \right)^3 \right] 3,14 \cdot 10^9 = 3,54 \cdot 10^9 \text{ mm}^4$$

**FLECHA INSTANTÁNEA:**

$$v_{inst} = \frac{5}{384} \frac{qL^4}{E_c I_e} = \frac{5}{384} \frac{34/1,5 \cdot 10000^4}{32075 \cdot 3,54 \cdot 10^9} = 26 \text{ mm.}$$

**FLECHA DIFERIDA:**

Tomamos 5 o más años  $\xi = 2$

$$\rho' = \rho_2 = \frac{A_{s2}}{bd} = \frac{402,1}{400 \cdot 660} = 0,00152$$

$$\lambda = \frac{\xi}{1 + 50\rho'} = \frac{2}{1 + 50 \cdot 0,00152} = 1,86$$



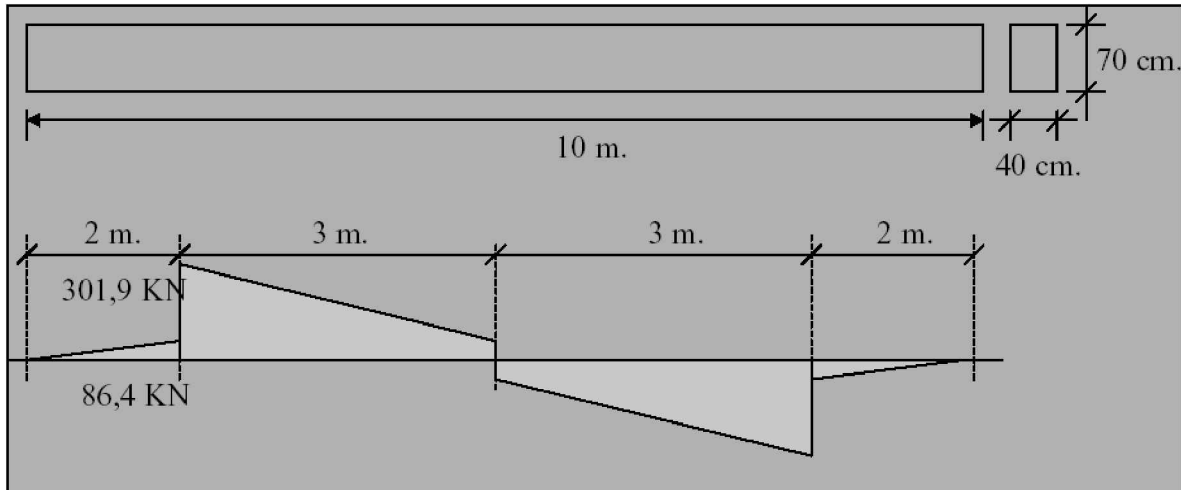
$$v_{dif} = \lambda v_{inst} = 1,86.26 = 48,4mm.$$

**FLECHA TOTAL:**

$$v_{tot} = v_{inst} + v_{dif} = (1 + \lambda)v_{inst} = 2,86.26 = 74,4mm. > \frac{L}{400} = \frac{10000}{400} = 25mm.$$

**HAY EXCESO DE FLECHA**

**EJEMPLO 2:** Obtener el armado de cortante de la viga de la figura sometida a flexión simple ( $N_d=0$ ), sabiendo que la envolvente de cortantes es la indicada y que está realizada en hormigón HA-25 y acero B500S.



$$V_{AB} = 43,2x$$

$$V_{BC} = 301,9 - 69,87x'$$

$$V_{CD} = -92,3 - 69,87x''$$

$$V_{DE} = -86,4 + 43,2x'''$$

El cortante de agotamiento por compresión oblicua en el alma vale para sección rectangular con  $\theta=45^\circ$  y  $\alpha=90^\circ$ .

$$V_{ul} = 0,30 f_{cd} b d = 0,30 \frac{25}{1,5} 400 \cdot 660 = 1320 \text{ KN}$$

que es superior a todos los del diagrama de la viga por lo que la sección es suficiente a efectos de cortante.

En cuanto al cortante resistido por el hormigón viene dado por:

$$V_{cu} = 0,1\xi(100\rho_l f_{ck})^{\frac{1}{3}} b_0 d = 1,55(100 \cdot 0,00476 \cdot 25)^{\frac{1}{3}} 400 \cdot 660 = 93,4 \text{ KN}$$

$$\xi = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} = 1 + \sqrt{\frac{200}{660}} = 1,55$$

$$\rho_l = \frac{A_{s1}(4\varnothing 20)}{bd} = \frac{1256,6}{400 \cdot 660} = 0,00476$$

Con ello, el cortante adicional necesario en la sección más desfavorable a aportar por la armadura es de:

$$V_{su} = 301,9 - 96,4 = 205,5 \text{ KN}$$

con lo que la capacidad mecánica necesaria (área por unidad de longitud) vendrá dada por la expresión.

$$V_{su} = 0,9dA_{90}f_{y90,d} = 0,9 \cdot 660 \cdot A_{90} \cdot 400$$

$$U_s = A_{90}f_{y90,d} = \frac{205,5}{0,9 \cdot 0,66} = 346 \text{ KN/m} = 0,865 \text{ KN/m}$$

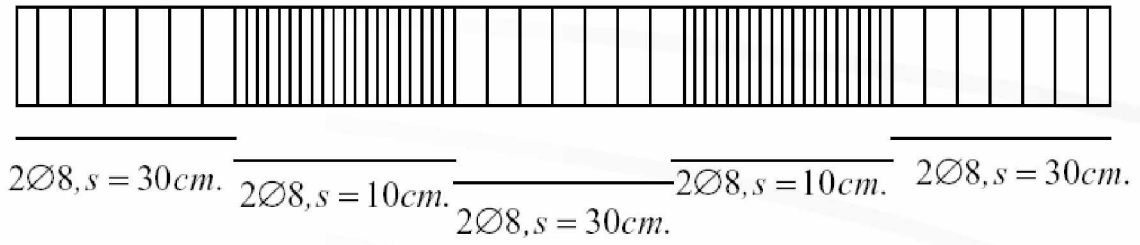
Si se disponen estribos  $\varnothing 8$  de dos ramas resulta:

$$U_{s8} = 2 \cdot \frac{\pi \cdot 8^2}{4} \cdot 0,4 \text{ KN} = 40,2 \text{ KN}$$

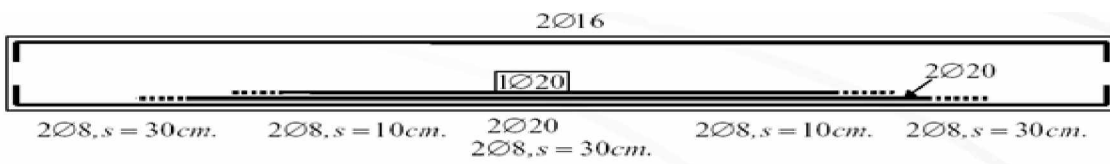
luego, hacen falta dos ramas de estribos  $\varnothing 8$  cada  $40,2/346=0,116$  m. en la zona de apoyos.

Los estribos dejan de hacer falta cuando  $V_d=V_{cu}$ , es decir, no son necesarios en todos los tramos AB y DE, disponiéndose ahí a 30 cm (distancia máxima permitida por la norma). En el tramo central dispondremos los estribos cada 10 cm. en la zona de apoyos hasta, por ejemplo, los dos primeros metros donde el cortante es de 162 KN, siendo suficiente con estribos cada  $40,2/[(162-93,4)/(0,9 \cdot 0,66)]=0,350$  m.

En resumen, ajustando, se tiene:



La armadura completa queda:



## 11.-BIBLIOGRAFÍA.

Álvaro García Meseguer.

*HORMIGÓN ARMADO III. Elementos estructurales.*

Fundación escuela de la edificación. 2001

España. Comisión Permanente del Hormigón.

*INSTRUCCIÓN DE HORMIGÓN ESTRUCTURAL. EHE*

Ministerio de Fomento. 1998

España. Comisión Permanente del Hormigón.

*INSTRUCCIÓN PARA EL PROYECTO Y LA EJECUCIÓN DE FORJADOS UNIDIRECCIONALES DE HORMIGÓN ESTRUCTURAL REALIZADOS CON ELEMENTOS PREFABRICADOS. EFHE.*

Ministerio de Fomento. 2003

J. Calavera.

*PROYECTO Y CÁLCULO DE ESTRUCTURAS DE HORMIGÓN: (en masa, armado y pretensado)*

INTEMAC. 1999

## **LECCIÓN 9.**

### **LOS FORJADOS RETICULARES (LAS LOSAS MACIZAS).**

## ÍNDICE:

1.- Introducción. Concepto de Forjado Reticular y Forjado de Losa Maciza.

2.- Criterios básicos de diseño.

2.1.- Luces y distribución de pilares.

2.2.- Entreejes y orientación de los nervios.

2.3.- Geometría de los nervios.

2.4.- Los ábacos.

2.5.- Capiteles.

2.6.- La capa de compresión.

2.7.- Vigas (zunchos) de bordes y de huecos.

2.8.- El canto de los forjados sin vigas.

3.-Cálculo de losas y placas

3.1.-Esquema general de cálculo de placas sobre apoyos aislados.

3.2.-Protocolo de cálculo a flexión de placas sobre apoyos aislados.

3.2.1.- Fase 1: Definición de pórticos virtuales en dos direcciones ortogonales del forjado.

3.2.2.a- Fase 2: Cálculo de esfuerzos mediante el método directo.

3.2.2.b- Fase 2: Cálculo de esfuerzos mediante el método de los pórticos virtuales.

3.2.3.- Fase 3: Distribución de momentos en la placa.

3.2.4.- Fase 4: Transmisión de momentos de placa a pilares.

3.2.5.- Fase 5: Distribución de armaduras longitudinales a lo ancho del pórtico.

3.2.6.- Cuantías mínimas.

3.3.-Análisis de estructuras con forjados reticulares por el método de los pórticos virtuales.

3.3.1.-Planteamiento del método.

3.3.2-Distribución de los momentos resultantes globales en las bandas

centrales y de soportes.

3.3.3.-Razón y ser de los coeficientes de reparto.

3.3.4.-Rigideces a considerar en el uso de los pórticos virtuales.

3.3.5.-Luces a considerar en el método de los pórticos virtuales.

3.4.-Métodos directos para el cálculo de los momentos en los dinteles virtuales.

A-Método simplificado del código ACI-318. También recogido por Montoya-Meseguer-Morán.

B-Método directo de la EHE.

C-Método directo según criterio F. Regalado (recogido en su libro de forjados reticulares).

4.-Recomendaciones en general. (recogidas en clase).

ANEJO 1: Placas y losas desde la EHE. Artículos 22º, 50º y 56º.

ANEJO 2: Losas y placas en números gordos

ANEJO 3: Ejercicios resueltos

ANEJO 4: Ventajas e inconvenientes de los forjados reticulares



## 1.- Introducción. Concepto de Forjado Reticular y Forjado de Losa Maciza.

Concepto mecánico y resistente de las placas: es todo el conjunto, y no una parte de la misma, quien tiene y adquiere la responsabilidad de enfrentarse a los esfuerzos de flexión, torsión y cortante que se desarrollan dentro del esquema estructural.

El forjado reticular pertenece a la familia de las losas de hormigón armado, no homogéneas, aligeradas y armadas en dos direcciones ortogonales configurando una placa nervada.

En los forjados reticulares y alrededor de los pilares se prescinde de los bloques de aligeramiento y la placa pasa a ser maciza desapareciendo las nervaduras como tales.

La estructura así formada admite que sus flexiones puedan ser descompuestas y analizadas según las dos direcciones de armado, y forma con los soportes un conjunto estructural capaz de soportar las acciones verticales repartidas y puntuales muy adecuadamente, y las horizontales razonablemente bien pero en una medida bastante menor que las primeras.

Los parámetros básicos que definen las características del forjado reticular son:

- Canto total de la placa
- Altura del casetón de aligeramiento o bloques aligerantes
- Separación entre ejes de nervios
- Espesor básico de los nervios, aunque en los forjados reticulares recuperables tienen un alma de espesor variable troncopiramidal.
- Espesor de la capa de compresión.

Los forjados reticulares no son más que un caso particular extraído del mundo de las placas del que forman parte, siendo la losa maciza el caso más general de esta familia. Por tanto la manera de abordar su proyecto, cálculo y construcción coincide, con sus lógicos matices y singularidades.

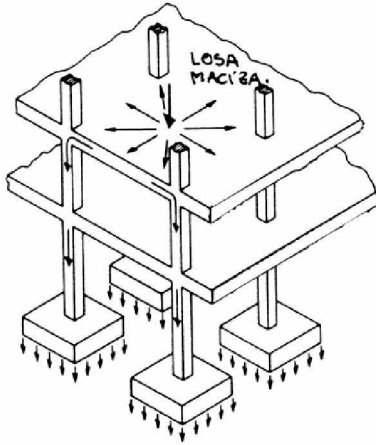
La mayor diferencia que puede existir entre placas reticulares y losas macizas es la siguiente:

- Losa maciza: Tiene un comportamiento multidireccional.
- Placa reticular: Tiene un comportamiento bidireccional.

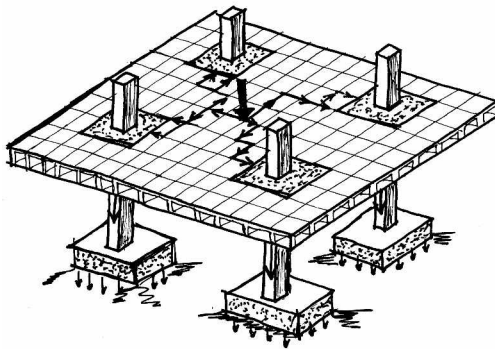
Esta diferencia hace que el camino de las cargas a los soportes en el caso de la losa sea más directo, y por tanto mejor. Además, por decirlo de algún modo, la losa es más hiperestática que la placa, ya que tiene un número infinito de nervios.

Podemos ordenar las tres tipologías básicas de forjados en orden a su efectividad (camino más corto de las cargas) y seguridad (grado de hiperestaticidad).

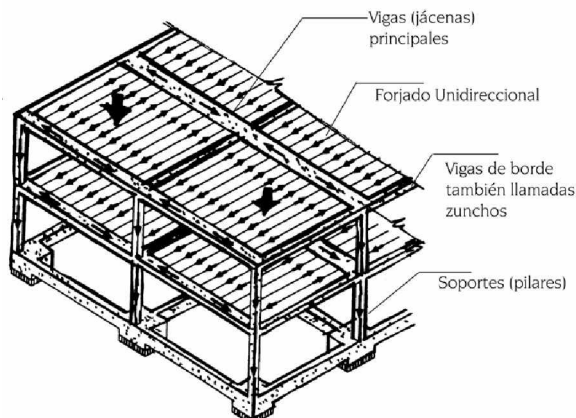
1.-Losa maciza: es la solución que mejor funciona. Es el que permite absorber mayores irregularidades en la planta estructural, ya que debido a su mayor hiperestaticidad las cargas consiguen encontrar caminos relativamente sencillos hasta los pilares. Permite por tanto diseños en planta que el resto de tipologías no soportan adecuadamente.



2.-Placa reticular: Su funcionamiento es semejante al anterior, pero en menor medida, por lo que también se ve limitado en sus ventajas.



3.-Forjado unidireccional: Estructuralmente es el que da menores “prestaciones resistentes”, exigiendo un diseño de la estructura muy puro y ordenado. No obstante, en esas condiciones funciona excelentemente, y goza de ciertos privilegios desde la normativa española gracias a la presión que hoy día ejerce el sector de los prefabricados. Además pesa menos que los anteriores y su ejecución no conlleva necesariamente encofrar la planta.



Dejando al margen los forjados unidireccionales, podemos realizar una segunda clasificación más amplia de los forjados sin vigas:

Tipología general de los forjados sin vigas	Losas macizas	Armadas	
		Postensadas	
	Forjados reticulares	F.R. con casetones de aligeramiento perdidos	Cerámicos
			Hormigón
			Horm. ligero
		F.R. con casetones recuperables	Armados
			Postensados
		F.R. con casetones de aligeramiento especiales	Poliestireno
			Metálicos
			Plásticos
Fibras			
		etc.	

## 2.- Criterios básicos de diseño.

### 2.1.- Luces y distribución de pilares.

Las luces que pueden manejarse en las estructuras con forjados reticulares tienen un rango sumamente amplio.

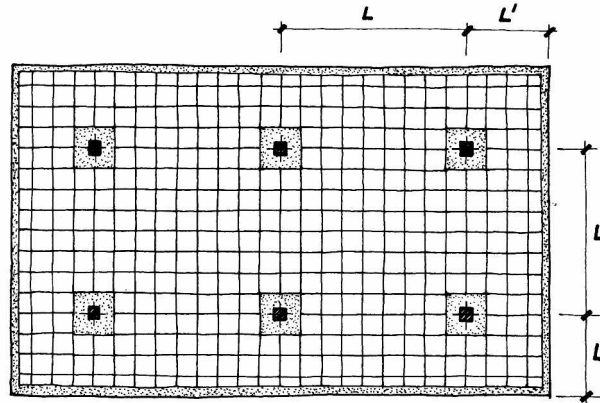
El valor de la sobrecarga de servicio prevista para los forjados condiciona de manera determinante las luces de los proyectos.

Así por ejemplo, un forjado reticular de bañeras recuperables de canto 40+5 cm en hormigón armado, que permite alcanzar luces en torno a los  $11\pm 1$  metro para una sobrecarga de uso entre 300 y 400  $\text{kp/m}^2$ , reduce su campo de aplicación a luces alrededor de los 8 metros si la sobrecarga de servicio se eleva a 1000  $\text{kp/m}^2$ .

Teniendo disponibles los casetones de aligeramiento recuperables con alturas de 20, 25, 30, 35 y 40 cm para el e/e de 80 cm, con capas de compresión de 5 a 10 cm, el rango de luces que podemos cubrir con el hormigón armado sin sobrepasar sobrecargas de servicio de 500  $\text{kp/m}^2$  puede oscilar entre 5 y 12 metros.

No obstante, sin irnos a los casos extremos, las luces adecuadas para el forjado reticular oscilan alrededor de los  $6\pm 1$  m. A partir de aquí pueden empezar a surgir complicaciones de carácter constructivo o patologías provocadas por deformaciones incompatibles con los elementos que se apoyan en el forjado (tabiquerías frágiles).

La distribución más correcta de pilares es la que resulta de formar una malla lo más cuadrada posible, con luces que difieran menos de 1 m. Los soportes conviene que se encuentren retranqueados con relación a los bordes del orden de 1 metro como mínimo; 1'5 metros para luces de 6 m podría ser lo ideal.



$5 \leq L \leq 7$                        $0'8-1 \leq L' \leq 1'5-2$  m  
 L: Luz entre pilares                      L': Luz de los voladizos

Fig.2.1. Distribución teórica ideal de pilares en un forjado reticular.

La introducción lenta, pero creciente, del pretensado *in situ* en la edificación puede ampliar el rango de luces tradicionalmente asignado a los forjados reticulares a un campo de luces sensiblemente mayor, minimizándose el problema de las deformaciones.

Basta que las fuerzas de desvío se opongan y anulen las cargas de peso propio para tener garantizada una losa horizontal con flecha nula.

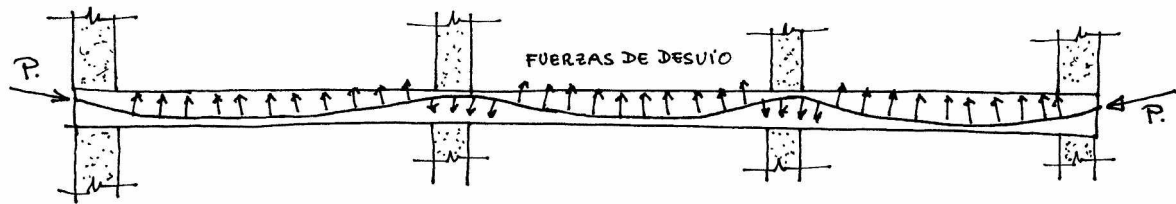


Fig. 2.2. Pretensado *in situ* con tendones no adherentes en los nervios de los forjados reticulares

Luces entre 15 y 20 m podrían alcanzarse con el casetón recuperable de 40 cm de altura, proyectando forjados de 40+5 ó 40+10 cm, si pretensamos los nervios con dos torones no adherentes de 0'5" ó 0'6" (pulgadas).

Por otra parte, la acción compresiva del pretensado reduce y anula las figuraciones reológicas en el forjado, tan difíciles de evitar en los forjados tradicionales de hormigón armado.

En aquellos casos en que se proyecten losas macizas planas, las luces máximas nunca deberían pasar en hormigón armado por encima de los 7-8 metros (recomendando no pasar de los 6 m para no encarecer la estructura), debido al enorme peso propio que incorporan a las estructuras. Podría

aumentarse el rango de luces ligeramente a los 8-9 metros, colocando ábacos descolgados bajo las mismas. Tan solo con el uso del pretensado las luces podrían superar estos valores sin incrementar los cantos y los pesos excesivamente.

## 2.2.- Entreejes y orientación de los nervios.

Con el objeto de no forzar la capa de compresión transfiriendo las cargas que recibe a los nervios de los que forma parte dentro del forjado, configurando T-estructurales, la mayoría de las normas establecen una limitación en la separación de los nervios. La EHE fija este valor máximo en 1 m, mientras que el Eurocódigo-2 permita hasta 1'5 m.

El entreje comercial más extendido es el de 80 cm en ambas direcciones.

Por otra parte, si tenemos en cuenta el criterio de aprovechar eficazmente las alas de las "T" que configuran los nervios dentro del forjado a flexión positiva, debemos cumplir lo especificado en el Eurocódigo-2 y en la EHE, tal y como se recoge en la Fig. 2.3.

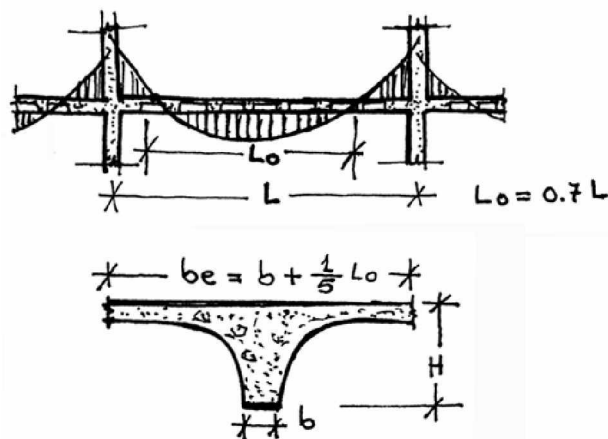


Fig. 2.3. Ancho eficaz de las alas de los nervios en los forjados nervados.

El e/e de 80 cm para luces en torno a los 5 m, roza el límite de separación máxima entre nervios para poder considerar como ancho eficaz la totalidad de las alas.

Entreejes por debajo de 80 cm conducen a pesos propios mayores en los forjados; y por encima de dicho valor se fuerza mecánicamente el funcionamiento de la placa y se desaprovecha el mecanismo resistente de los nervios, tanto a flexión como a torsión, obligando a poner capas de compresión mayores de 5 cm.

La orientación de los nervios viene impuesta por la geometría que presente la planta del edificio y debe hacerse de forma que resulte lo más constructiva y estructural posible.

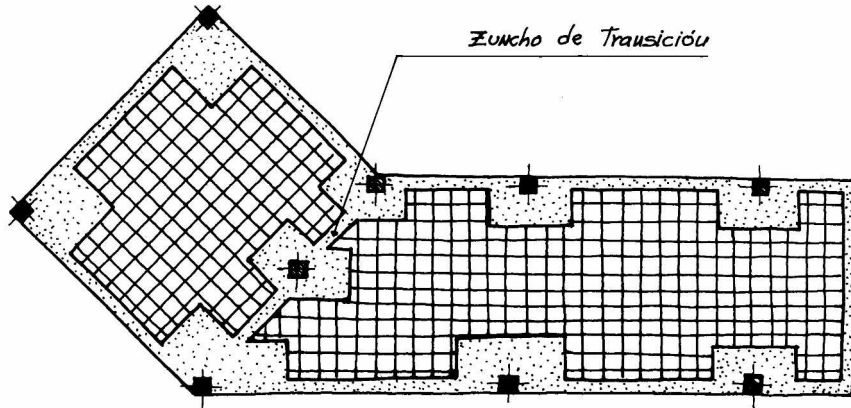


Fig. 2.4. Modulación de nervios en planta quebrada.

Es posible que orientaciones de nervios diferentes induzcan a errores de apreciación graves en las luces del proyecto cuando se miran sin tener presentes los mecanismos resistentes de las placas. El ejemplo expuesto en la Fig. 2.5 aclara mejor que las palabras lo que pretendemos decir:

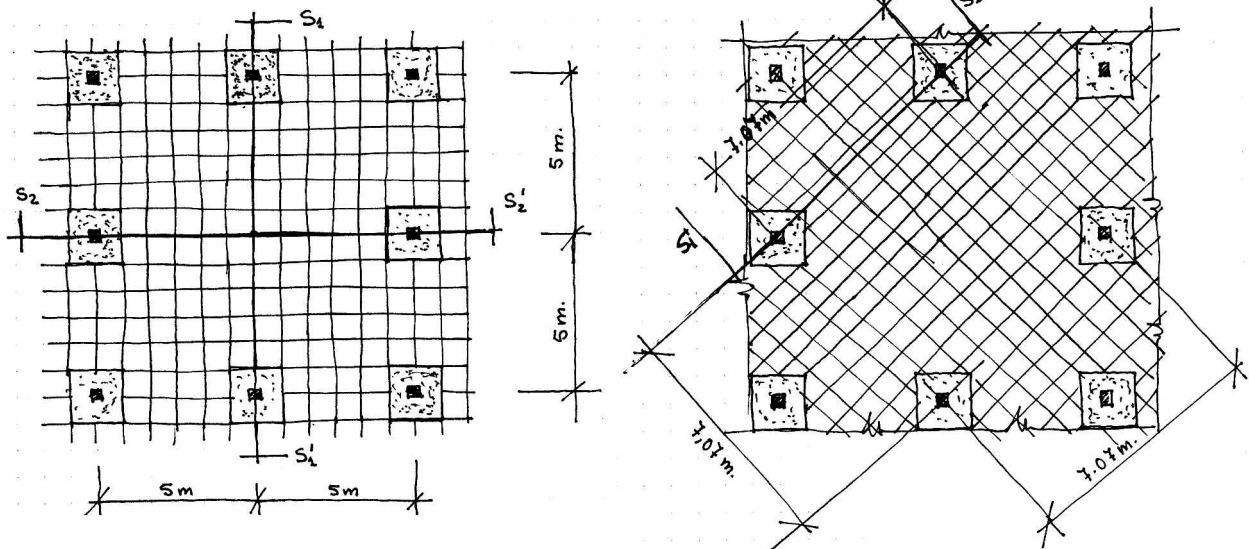


Fig. 2.5. Orientaciones posibles de nervios para una misma situación de soportes.

### 2.3.- Geometría de los nervios.

La EHE no especifica geometría alguna para los nervios de las placas reticulares, salvo la altura de los mismos que, de forma indirecta, se deriva de fijar los cantos mínimos de las placas en función de las luces.

En general, el ancho de los nervios debe establecerse de forma tal que

resistan los cortantes que los solicitan, sin que sea necesario tener que reforzarlos con armaduras en forma de estribos o barras inclinadas a 45°. Los estribos, entre otros inconvenientes, resultan difícilmente construibles, por lo que en caso de tener que armar a cortante se hará con barras inclinadas a 45°.

El volumen mayor de los forjados reticulares que se proyectan en nuestro país se construyen con nervios de ancho 10 cm sin armaduras de cortante, mostrando un buen comportamiento a la flexión y al cortante en los edificios de viviendas, para las cargas que habitualmente se emplean en las mismas:  $PP + 200 + 200 \text{ kp/m}^2$ .

Cuando los forjados deben soportar cargas muy elevadas: jardinería, materiales almacenables, tráfico pesado, etc., resulta obligado resolver los cortantes ensanchando los nervios en las zonas próximas a los ábacos, si por economía y sencillez constructiva se quiere prescindir de las armaduras de cortante.

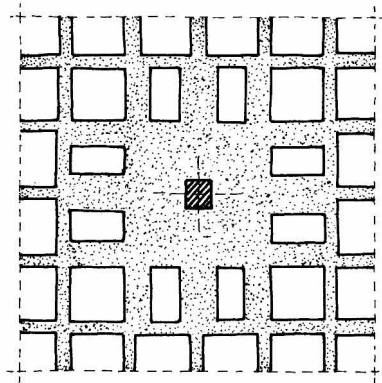


Fig. 2.6. Nervios ensanchados retirando bloques de aligeramiento por problemas de cortadura.

## 2.4.- Los ábacos.

Tienen la misión fundamentalmente de canalizar las cargas que transportan los nervios a los pilares y resistir los cortantes de punzonamiento que se producen alrededor de los mismos.

En la actualidad, se encuentran prácticamente siempre embebidos en los espesores de los forjados, sin que acusen su presencia descolgándose bajo los mismos.

Los ábacos en las placas macizas carecen de sentido, salvo que se encuentren acusados bajo las mismas.

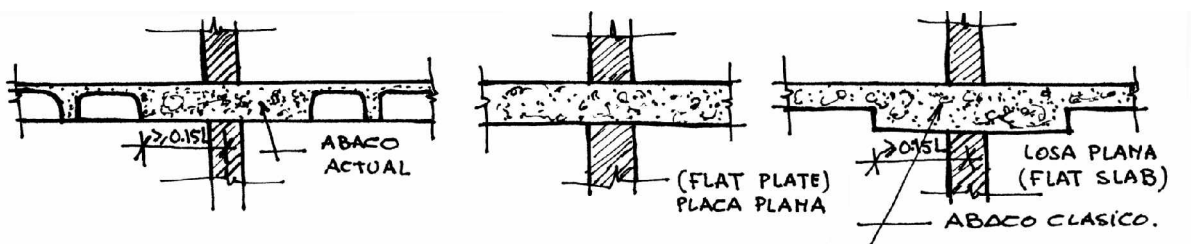


Fig. 2.7. Ábacos en los forjados reticulares y en las losas macizas

El tamaño de los ábacos contemplado en los manuales y normas, pretende reforzar la losa buscando los puntos de momentos nulos; es decir, los puntos de inflexión donde la placa invierte su curvatura negativa a curvatura positiva y, es por ello, que suelen fijar la distancia del eje del soporte al borde del ábaco en un valor no menor de  $0'15$  de la luz correspondiente del recuadro considerado.

También puede emplearse el valor  $1/6$  de la luz ( $0'17L$ ) para fijar los ábacos.

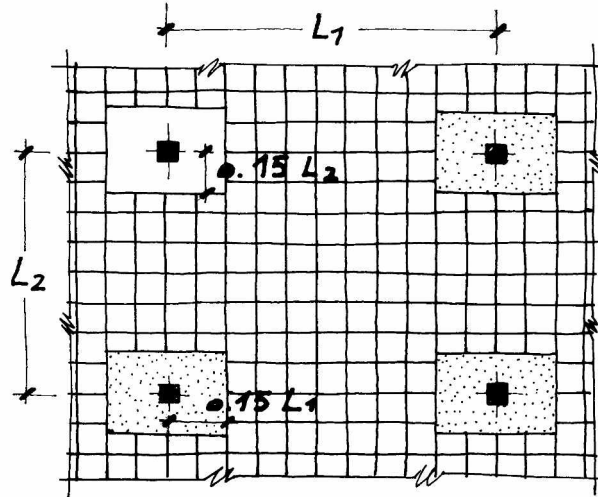


Fig. 2.8. Tamaño mínimo recomendable para los ábacos.

Por las investigaciones realizadas en obra y a efectos del cubicaje del hormigón que puede entrar en una placa reticular, recomendamos se tome para los ábacos un valor real medio esperado en obra en torno a  $0'18L$ .

Cuando el pilar es de borde y la placa vuela al exterior desde los mismos, ya no se encuentra en los manuales una definición precisa del tamaño de los ábacos. En estos casos se recomienda dar el valor que salga de la aplicación de las siguientes reglas:

- Regla de la compensación: consiste en dar al ábaco la misma dimensión por la parte interior que por la parte del voladizo.
- Para voladizos que no superen el metro, es aconsejable llevar el ábaco hasta el extremo del vuelo.
- Siempre es recomendable cubrir con el ábaco la mitad de la zona volada.

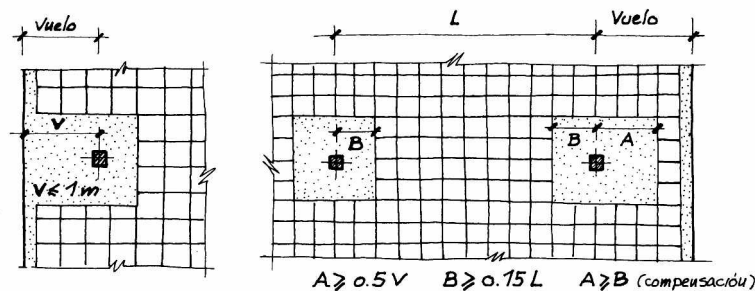


Fig. 2.9. Criterios de diseño de los ábacos volados.



Luces descompensadas pueden originar ábacos descompensados que en modo alguno son admisibles, pese a quedar cubiertos por el criterio de  $0.15L$  ello le obligará a ensanchar el tamaño de los mismos para que guarden proporciones acordes con una lógica constructiva y estructural en el conjunto general de la placa.

Cuando las luces y cargas de cálculo sean elevadas, bien sea de forma generalizada o localizadas puntualmente dentro de una estructura, puede resultar muy interesante resaltar y acusar los ábacos bajo el plano del forjado reticular, sin tener necesariamente que aumentar globalmente el canto total de la placa.

### 2.5.- Capiteles.

Al ensancharse la cabeza de apoyo de los soportes de forma suave a través de los capiteles, la transición de las cargas y esfuerzos de las placas a los mismos se realiza sin brusquedades, reduciéndose los riesgos de punzonamiento considerablemente, al mismo tiempo que se reducen también los esfuerzos de flexión negativa en las mismas.

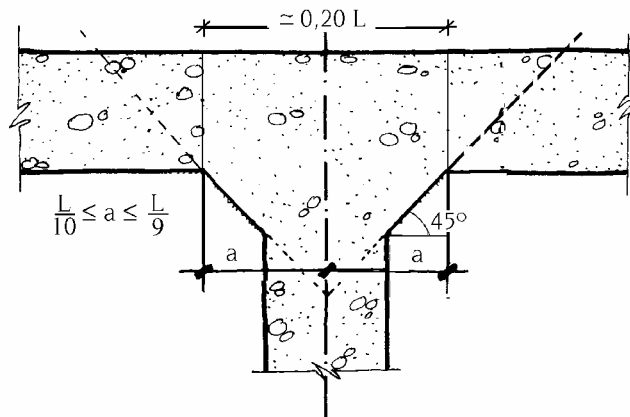


Fig. 2.10. Geometría recomendada para los capiteles.

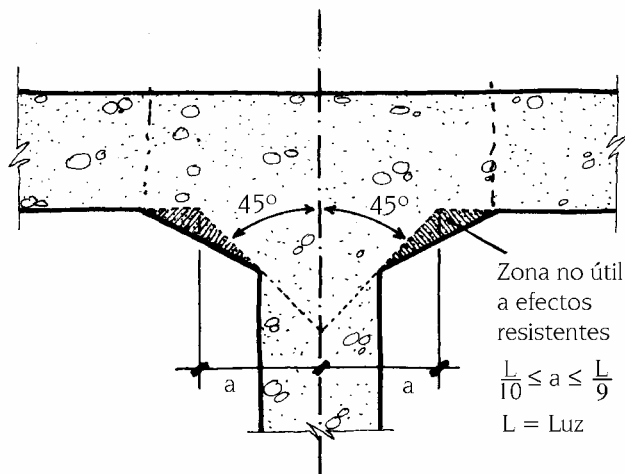


Fig. 2.11. Sección útil de los capiteles.

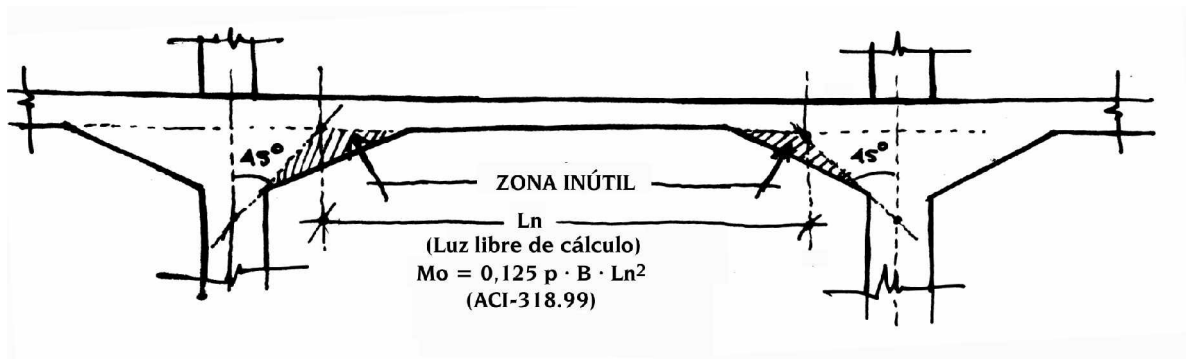


Fig. 2.12. Momento total a distribuir entre momentos positivos y negativos.

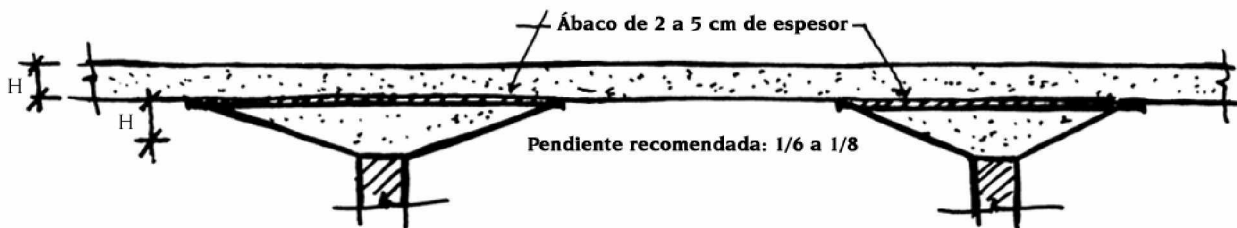


Fig. 2.13. Losas hongo propuestas por F.Leonhardt.

## 2.6.- La capa de compresión.

Hasta la aparición de la EHE, todas las versiones de las normas españolas anteriores, fijaban la capa de compresión mínima para los forjados reticulares con casetones perdidos en 3 cm; y cuando eran de casetones recuperables su espesor debía ser  $\geq 1/10$  de la luz libre entre nervios.

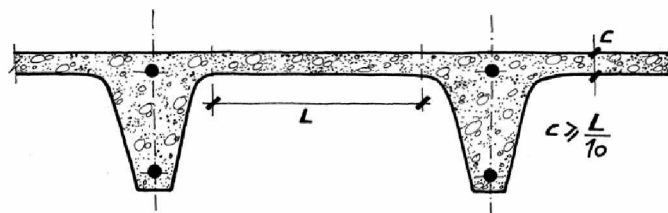


Fig. 2.14. Espesor mínimo de la capa de compresión para los reticulares recuperables, antes de la aparición de la EHE.

La actual norma EHE en su artículo 56.2, al hablar de placas o losas dice textualmente: “La separación entre ejes de nervios no superará los 100 cm y el espesor de la capa superior no será inferior a 5 cm y deberá disponerse en la misma una armadura de reparto de malla”.

## 2.7.- Vigas (zunchos) de bordes y de huecos.

Los zunchos de borde juegan un papel fundamental en las placas reticulares. Las funciones que realizan son:

- Enlazan y atan la placa perimetralmente a los pilares.
- Refuerzan los ábacos mejorando el empotramiento de la placa en los pilares.
- Soportan de forma directa los cerramientos perimetrales de fachada.
- Ayudan con su estribado a resistir y evitar los punzonamientos de la placa en los pilares de borde, que por otra parte son los más delicados y desfavorables.
- Redistribuyen esfuerzos anormales.
- En zona sísmica su importancia es básica manteniendo cosida toda la estructura.
- Son los elementos que permiten la apertura de cualquier tipo de hueco en los forjados, incluso después de encontrarse contruidos; distribuyendo los esfuerzos que se concentran en los bordes de los mismos.

Nada interesante aporta de novedad la EHE con relación a los zunchos de borde, limitándose a decir sobre los mismos lo siguiente:

- En los bordes de las placas se dispondrá, además de la armadura resultante de cálculo de la placa, la correspondiente a las sollicitaciones puntuales que, eventualmente, haya que considerar.
- En los nervios de borde de las placas aligeradas se dispondrán cercos con una separación entre ellos no mayor de  $0,5d$  capaces de absorber las tensiones y esfuerzos cortantes que se produzcan.

En la escasa literatura técnica disponible, se recomienda que el ancho de los zunchos de borde coincida con el canto del forjado del que forma parte.

En los forjados reticulares destinados a viviendas, que tienen que soportar tabiquerías muy frágiles soportando las deformaciones verticales, independientemente del canto que se adopte para ellos, cuando las luces superen los 6 ó 7 metros, resulta muy recomendable en las medianeras descolgar los zunchos (vigas) de borde, embebiéndolos en los cerramientos perimetrales, alejando así los riesgos de fisuraciones en las tabiquerías por flechas diferidas.

## 2.8.- El canto de los forjados sin vigas.

La mayoría de los tratados y códigos, conscientes de las imprecisiones que supone el análisis de las deformaciones instantáneas y diferidas, incluso en sencillos elementos lineales, acaban recomendando a los proyectistas que fijen el canto de la placa siguiendo una serie de sencillas reglas y así poder obviar el cálculo de las deformaciones.

Sin embargo, resulta obligado advertir ya, que algunas de las recomendaciones que establecen los códigos relacionados con la elección de los cantos de los forjados se muestran inadecuadas y peligrosas, especialmente en el ámbito de la edificación, ante la manifiesta fragilidad de las tabiquerías que se apoyan sobre los mismos, y la problemática derivada de las transmisiones de cargas que a través de ellas se inducen de unas plantas a otras, en función de los ritmos constructivos.

Bajo ningún concepto puede admitirse la recomendación de la EHE ( $H \geq L/28$ ) en el proyecto de forjados reticulares destinados a viviendas. Tan solo para forjados muy modulados, cargas inferiores a los  $400 \text{ kg/m}^2$  y edificios sin tabiquería, podría aceptarse la elección del canto de un forjado reticular basado en semejante criterio.

No obstante, la propia EHE en su artículo 50º, relativo al cálculo de las deformaciones y con la excusa de evitar la problemática tarea de tener que calcular las flechas, subsana el criterio de  $H \geq L/28$  expuesto en el artículo 56º y recomienda otros, recogidos en la tabla adjunta 2.8.1, que en nuestra opinión resultan excesivamente pendulares y conservadores, al estar referidos a cantos útiles y no a cantos totales.

Sistema estructural	Elementos fuertemente armados ( $\rho = A_s/b_0d = 0,012$ )	Elementos débilmente armados ( $\rho = A_s/b_0d = 0,004$ )
Viga simplemente apoyada. Losa uni o bidireccional simplemente apoyada	14	20
Viga continua <sup>1</sup> en un extremo. Losa unidireccional continua <sup>1,2</sup> en un solo lado	18	24
Viga continua <sup>1</sup> en ambos extremos. Losa unidireccional continua <sup>1,2</sup>	20	30
Recuadros exteriores y de esquina en losa sobre apoyos aislados <sup>3</sup>	16	22
Recuadros interiores en losa sobre apoyos aislados <sup>3</sup>	17	25
Voladizo	6	9

<sup>1</sup> Un extremo se considera continuo si el momento correspondiente es igual o superior al 85 % del momento de empujamiento perfecto.

<sup>2</sup> En losas unidireccionales, las esbelteces dadas se refieren a la luz menor.

<sup>3</sup> En losas sobre apoyos aislados (pilares), las esbelteces dadas se refieren a la luz mayor.

Tabla 2.8.1. Cantos útiles recomendados si se desea obviar la comprobación de las flechas según la EHE.

En opinión de Florentino Regalado el canto recomendable para un forjado reticular, matizándolo con los factores que condicionen el proyecto, podría ser  $L/20 \geq H$  (canto)  $\geq L/24$ .

Si el edificio posee tabiquerías frágiles, debemos acercarnos a  $L/20$  y si no las posee a  $L/24$ . Si predominan los voladizos, el criterio a adoptar se resume en  $H \geq L_v/10$ , siendo  $L_v$  la luz del voladizo.

La tabla siguiente refleja comparativamente los criterios de las normas españolas EHE ( $H \geq L/28$ ) y NTE, con lo propuesto arriba:

Cantos de forjado reticular para cargas convencionales $q \geq 4 \text{ KN/m}^2$			
Luz (m)	EHE-98 (cm)	NTE (cm)	Aconsejable por experiencia
4	15	20	$\geq 20$
5	20	20	25
6	20	25	27-30
7	25	25	30-33
8	30	30	$\geq 35$

Tabla 2.8.2. Cuadro comparativo de cantos para forjados reticulares.

Si el canto debe elegirse porque existen voladizos que predominan sobre las luces de vanos, se recomienda el uso de la siguiente tabla:

Voladizo (m)	Canto (cm)
1	20
1,25	20-23
1,50	25
1,75	25-27
2	27-30
2,50	30
3	$\geq 30$
$\geq 3$	a estudiar

Tabla 2.8.3. Cantos recomendables para los forjados reticulares según sus voladizos.

El libro “*Hormigón Armado*” de J. Montoya, Meseguer y Morán, influenciado por los criterios experimentales (escuetamente expuestos arriba) publicados en el manual “*Los forjados reticulares*” de Florentino Regalado, afirma lo siguiente: “*Los espesores mínimos mencionados:  $L/32$  para las losas,  $L/35$  para las losas con ábacos y  $L/28$  para los forjados reticulares, no son recomendables en la práctica, porque dan lugar a cuantías antieconómicas y a problemas de deformaciones. Los espesores mínimos usuales son de 15 cm ó  $L/30$  para las placas macizas, y de 20 cm ó  $L/25$  para los forjados reticulares*”.

Con todo lo expuesto ya hay suficientes criterios como para que cada cual aplique el que crea más conveniente a cada caso concreto.

Como resumen de este punto valga la siguiente gráfica comparativa, que pretende poner de manifiesto las diferencias entre los criterios vistos:

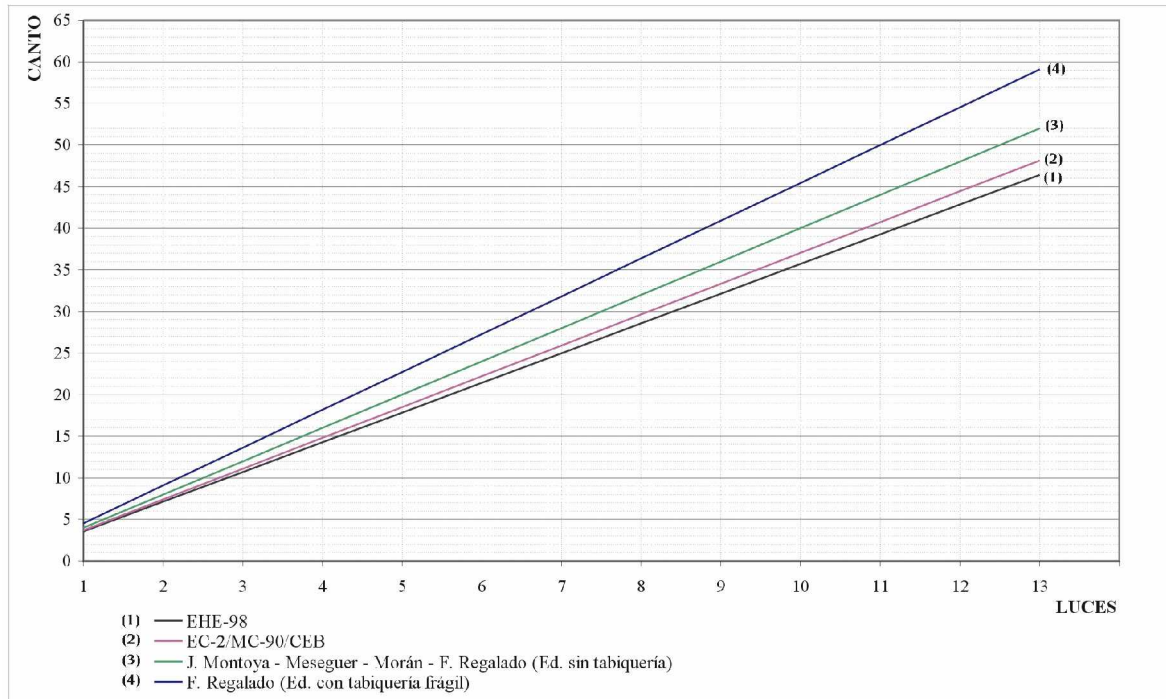


Fig. 2.15. Resumen de cantos mínimos para las placas reticulares propuesto por diversos autores y códigos de aplicación en España.

### 3.-Cálculo de losas y placas

#### 3.1.-Esquema general de cálculo de placas sobre apoyos aislados.

Las comprobaciones a realizar son las siguientes:

-Flexión: Una vez obtenida la distribución de esfuerzos flectores en la placa o losa habrá que dimensionar la armadura longitudinal de modo que queden cubiertos los esfuerzos obtenidos (*ver punto 3.2*). Esta es la parte de cálculo que se desarrolla en este tema. En el Anejo 2 se facilita además un método de dimensionado basado en números gordos (*ver ficha HL.1. Losas. Armadura longitudinal*).

-Cortante: En placas sobre apoyos aislados, se deberán comprobar a cortante los nervios en su entrega al ábaco, así como los elementos de borde (zunchos, nervios...). Para ello se deberá consultar la Lección 6.- El estudio del cortante, el punzonamiento y la torsión. No obstante se facilita en este tema, en el Anejo 2, método de dimensionado a cortante basado en números gordos (*ver ficha HL.2. Cortante en reticular*).

-Punzonamiento: Las placas sobre apoyos aislados se calcularán a punzonamiento. Para ello consultar la Lección 6 en el apartado correspondiente a punzonamiento. No obstante se facilita en este tema, en el Anejo 2, método de comprobación a punzonamiento de un pilar central basado en números gordos (*ver ficha HL.3. Punzonamiento*).

-Deformaciones: Las placas o losas que cumplan las limitaciones de esbeltez de la tabla 2.8.1 (tomada del artículo 50º de la EHE) no precisan la comprobación de deformaciones.

### 3.2.-Protocolo de cálculo a flexión de placas sobre apoyos aislados.

Las placas (macizas, nervadas, aligeradas, alveolares, forjados reticulares) son elementos bidireccionales que trabajan fundamentalmente a flexión, bien sea en una o en dos dirección.

Placas	Características	Cálculo
<i>Unidireccionales</i>	Flexión en una dirección predominante	Como elemento unidireccional de ancho unidad.
<i>Bidireccionales</i>	Flexión en dos direcciones y torsión acoplada	Métodos de cálculo simplificado para placas sobre apoyos puntuales: Directo y Pórticos Virtuales. ----- Otros métodos generales: emparrillados planos, elementos finitos...

En el caso de placas sobre apoyos aislados, de uso muy común en nuestra zona (forjados sin vigas...), la instrucción EHE expone dos métodos de cálculo simplificado para la determinación de esfuerzos en Estado Límite Ultimo: el método directo y el método de los pórticos virtuales.

La metodología que propone la EHE para el cálculo de placas o elementos asimilables (bidireccionales) se puede sintetizar de la siguiente manera:

**Fase 1.** Discretización de placas en pórticos.

**Fase 2.** Cálculo de esfuerzos:

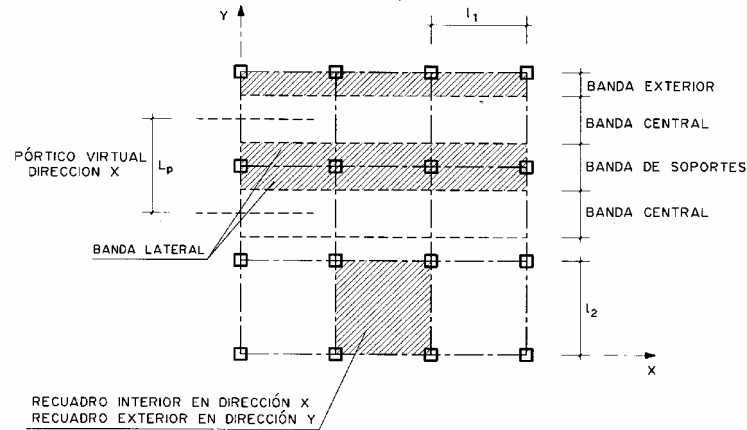
- § Método directo
- § Método de los pórticos virtuales.

**Fase 3.** Distribución de los esfuerzos calculados en la placa y en los soportes.

**Fase 4.** Evaluación de la parte de momento que se transmite de la placa al soporte por flexión o por tensiones tangenciales.

**Fase 5.** Distribución de armaduras longitudinales a lo ancho del pórtico.

### 3.2.1.- Fase 1: Definición de pórticos virtuales en dos direcciones ortogonales del forjado.



#### 3.2.2.a- Fase 2: Cálculo de esfuerzos mediante el método directo.

Este método se puede utilizar para cargas verticales sólo en casos de gran regularidad geométrica y mecánica, esto es, que cumplan las condiciones que marca la EHE (ver 22.4.3.1.EHE.)

Se trata de calcular el momento isostático  $M_0$  y obtener como fracciones del mismo los momentos de vano y apoyo.

Para resolver esta fase seguir el punto 22.4.3.2. EHE, sabiendo que:

El caso A corresponde a una placa o forjado sin vigas apoyado sobre un pilar en su vano extremo.

El caso B corresponde a una placa o forjado sin vigas apoyado sobre un muro de fábrica u hormigón en su vano extremo.

El caso C es el correspondiente a vanos intermedios. El momento en un apoyo intermedio será el máximo del correspondiente a los dos vanos adyacentes.

#### 3.2.2.b- Fase 2: Cálculo de esfuerzos mediante el método de los pórticos virtuales.

Consiste en el cálculo de los pórticos ortogonales de manera independiente, y de acuerdo a unas condiciones de rigidez dadas.

La hipótesis básica es la no interacción entre pórticos virtuales, por lo que no podrá utilizarse este método en los casos que marca la EHE (ver 22.4.4.1)

Este método es válido para cargas verticales y horizontales, definiendo las rigideces según el caso. Para ver como se actúa con este método ver 22.4.4.2



### 3.2.3.- Fase 3: Distribución de momentos en la placa.

Una vez calculados los pórticos virtuales por alguno de los métodos anteriores, es preciso hacer una distribución de los mismos en la placa, entre las bandas central y de soporte, de acuerdo con los criterios del punto 22.4.5 de la EHE.

### 3.2.4.- Fase 4: Transmisión de momentos de placa a pilares.

Cuando en la unión entre losa y soporte actúe un momento  $M_d$ , calculado según alguno de los métodos anteriores y referido a los dos pilares (superior e inferior), se supondrá que se transmite al soporte por flexión una fracción del mismo igual a  $kM_d$  y la fracción restante  $(1-k)M_d$  se transmite por tensiones tangenciales, que deberán ser tenidas en cuenta en la comprobación a torsión del zuncho, viga de borde o atado torsional, así como del perímetro crítico de punzonamiento. Para la definición del coeficiente  $k$  pueden tomarse los valores aproximados de la tabla 22.4.6 de la EHE.

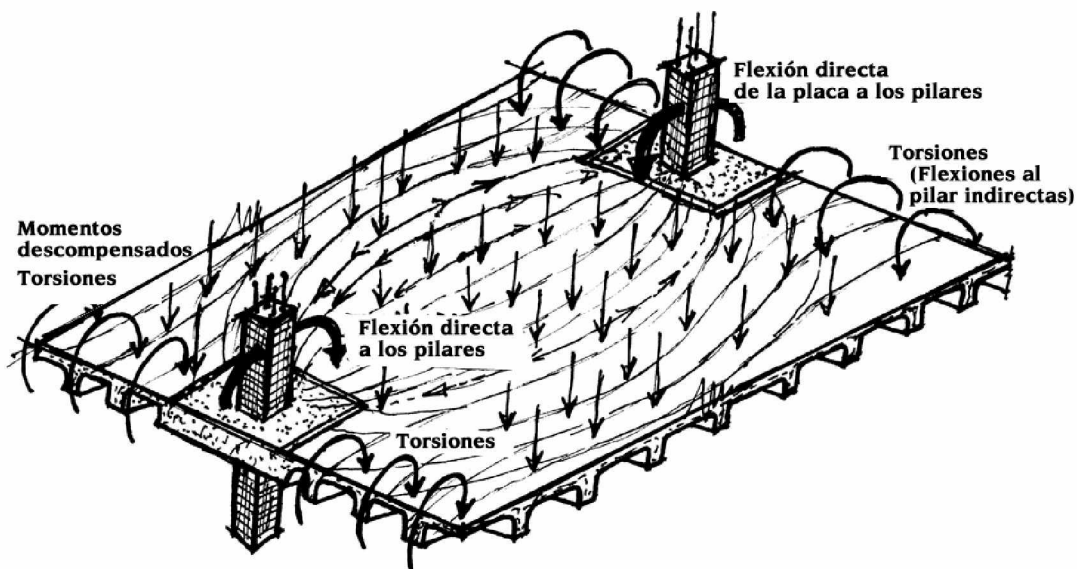


Fig. 3.2.4.1 Transmisión de los momentos descompensados de la placa a los pilares:  
Flexión + Torsión

### 3.2.5.- Fase 5: Distribución de armaduras longitudinales a lo ancho del pórtico.

Se pueden distinguir los casos de placas macizas y placas aligeradas:

#### a) PLACAS MACIZAS:

- Las armaduras principales tendrán un diámetro no superior a:  $h/10$ , siendo  $h$  el canto de la placa.

- La separación entre armaduras principales será menor que:

$$\min (25\text{cm}; 2h)$$

- La sección en la dirección menos solicitada del recuadro tendrá una cuantía no menor que el 25% de la cuantía en la dirección más solicitada.

- Se prolongará al menos el 50% de la armadura hasta los apoyos y se anclará en los mismos.

- Los bordes deberán ir armados para los esfuerzos de la placa y los debidos a las cargas puntuales que pudiesen recibir (fachadas...).

- Las armaduras se distribuirán de la siguiente manera:

	Momentos positivos	Momentos negativos
Bandas Centrales	Uniformemente	Uniformemente
Bandas de Soporte	Uniformemente	k en ancho del soporte + 1.5d a cada lado 1-k uniformemente en el reso

tomando k de la tabla siguiente:

$c_1/c_2'$	0.5	1.0	2.0	3.0
k	0.55	0.40	0.30	0.2

donde  $c_1$  es la dimensión del soporte paralela a la dirección del pórtico virtual, y  $c_2'$  la dimensión del soporte perpendicular a la dirección del pórtico virtual analizado, en soportes interiores o de esquina, y dos veces tal dimensión en soportes de fachada.

- Las armaduras inferiores en bandas de soporte deberán ser continuas o estar solapadas. En pilares interiores al menos dos de estas barras pasarán por el interior del pilar. En pilares exteriores (fachada o esquina) al menos dos de estas barras estarán ancladas a través del pilar.

- Las longitudes de armadura serán las obtenidas por cálculo pero no inferiores a las especificadas en la figura 56.2 de la EHE. (ver Anejo 1)

- En cuanto a la armadura transversal, el canto mínimo necesario para poderlas disponer es de 200 mm.

- La separación entre armaduras transversales de la placa no será superior a 0.75d.

- La primera serie de las armaduras transversales de punzonamiento se situará como máximo a una distancia de 0.5d de la cara del soporte.

b) PLACAS ALIGERADAS:

- Las armaduras principales tendrán un diámetro no superior a:  $h/10$ , siendo  $h$  el canto de la placa.

- La separación entre armaduras principales será menor que:

$$\min (25\text{cm}; 2h)$$

- La sección en la dirección menos solicitada del recuadro tendrá una cuantía no menor que el 25% de la cuantía en la dirección más solicitada.

- Los bordes deberán ir armados para los esfuerzos de la placa y los debidos a las cargas puntuales que pudiesen recibir (fachadas...). En cualquier caso se dispondrán cercos con una separación no mayor de  $0.5d$ .

- La distribución de armadura en bandas será igual a la expuesta para placas macizas.

- Se prolongará al menos el 50% de la armadura hasta los apoyos y se anclará en los mismos.

- Las armaduras inferiores en bandas de soporte deberán ser continuas o estar solapadas. En pilares interiores al menos dos de estas barras pasarán por el interior del pilar. En pilares exteriores (fachada o esquina) al menos dos de estas barras estarán ancladas a través del pilar.

- Las longitudes de armadura serán las obtenidas por cálculo pero no inferiores a las especificadas en la figura 56.2 de la EHE. (ver Anejo 1)

- En cuanto a la armadura transversal, el canto mínimo necesario para poderlas disponer es de 200 mm.

- La separación entre armaduras transversales de la placa no será superior a  $0.75d$ .

- La primera serie de las armaduras transversales de punzonamiento se situará como máximo a una distancia de  $0.5d$  de la cara del soporte.

**3.2.6.- Cuantías mínimas:**

- Cuantías mínimas geométricas: son las siguientes:

Elemento	B 400S	B 500S
Losas (armadura longitudinal repartida en ambas caras)	2.0	1.8
Losas (armadura transversal repartida en ambas caras)	2.0	1.0

-Cuantías mínimas mecánicas: En general las cuantías mínimas geométricas son superiores a las necesarias por rotura frágil de la pieza. No obstante, las cuantías mínimas mecánicas a cubrir serán las correspondientes a flexión, que para el caso particular de secciones rectangulares es  $CM_{min} = 4\% U_c$  (CM: capacidad mecánica mínima de armadura a colocar;  $U_c$ : capacidad mecánica de la sección de hormigón).

### 3.3.-Análisis de estructuras con forjados reticulares por el método de los pórticos virtuales.

#### 3.3.1.-Planteamiento del método.

El método se basa en discretizar el forjado en bandas virtuales tomando las líneas medias entre pilares, y considerándolas a manera de enormes vigas planas que hacen las veces de dintel o jácena de un pórtico ordinario.

En la figura 3.3.1. se aprecian los distintos pórticos virtuales que pueden establecerse en una planta ideal de un edificio según los ejes X e Y.

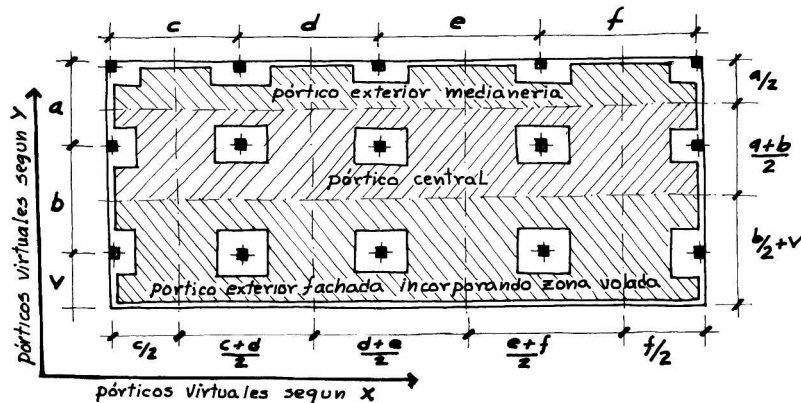


Fig. 3.3.1. Planta básica y ancho de las vigas que deberían considerarse en la materialización de los pórticos virtuales o de sustitución.

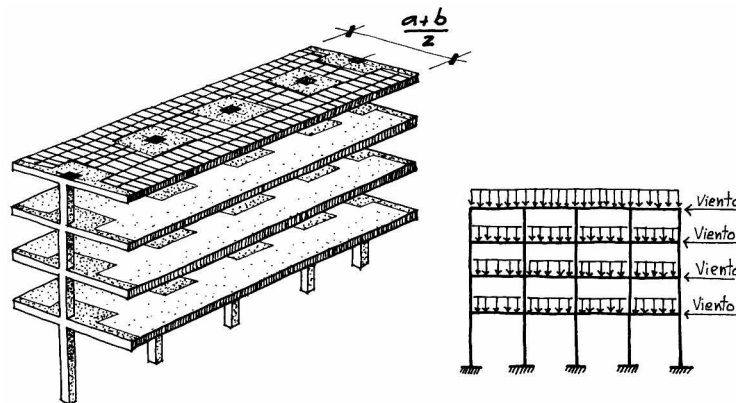


Fig. 3.3.2. Perspectiva de un pórtico virtual central y esquema idealizado para su cálculo.

Es preceptivo que se establezcan y calculen todos los pórticos virtuales diferentes que existen en la planta del edificio, siguiendo las dos direcciones que se hayan adoptado al definir y modular los nervios del forjado.

Los pórticos virtuales deberán analizarse con la totalidad de la carga actuando en una dirección y con la totalidad de la carga actuando sobre la otra; con lo cual, sobre los pilares, se obtendrán dos momentos de flexión ( $M_x$ ,  $M_y$ ) y dos axiles. Para dimensionar los pilares se tendrán en cuenta los dos momentos de flexión (flexión esviada), y solamente el axil mayor con el objeto de no duplicar las cargas sobre los mismos.

Como ya se ha dicho anteriormente en otros puntos, dentro de la geometría del ancho total del dintel virtual, el método distingue a efectos de repartir los esfuerzos resultantes del análisis en los nervios que forman parte del mismo, una serie de semibandas esquemáticas llamadas bandas centrales y banda de soportes.

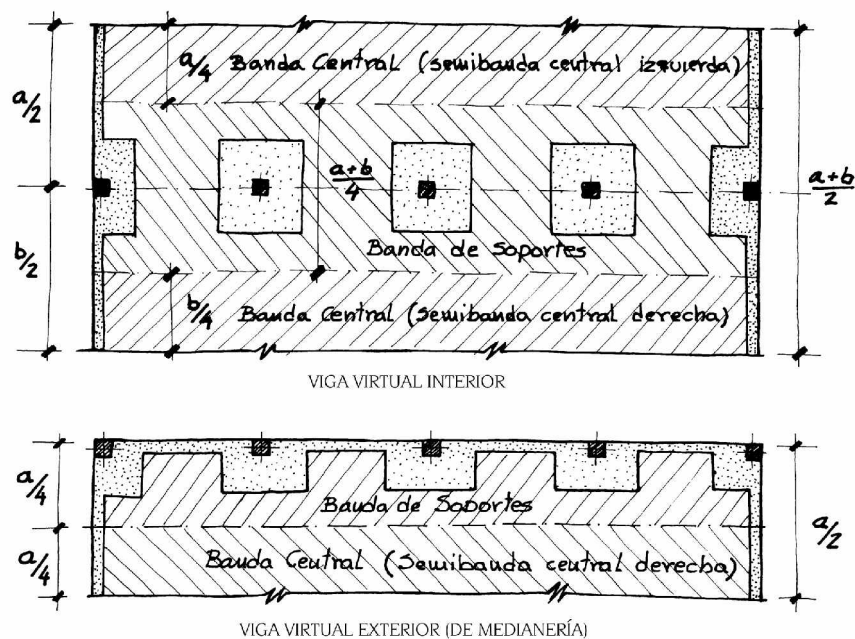


Fig. 3.3.3. Bandas componentes de la viga virtual a efectos de repartir los esfuerzos de flexión.

### 3.3.2.-Distribución de los momentos resultantes globales en las bandas centrales y de soportes.

Una vez obtenidos los momentos flectores envolventes de las diferentes hipótesis contempladas en cada una de las barras ideales del pórtico virtual, calculado por cualquiera de los métodos conocidos: Cross, Matricial, etc..., o por algún método de tipo directo (ver punto 3.4) con las limitaciones propias de

la EHE en el artículo 22º, es necesario proceder a la distribución de los momentos en las distintas bandas establecidas y continuar con el dimensionado de las armaduras de los nervios existentes en las mismas.

Distribución de los momentos en las bandas (EHE)		
Momentos negativos	En soportes interiores	En soportes exteriores
Banda de soportes	75 %	100 %
Banda central	25 %	20 %

Momentos positivos	En vanos interiores	En vanos exteriores
Banda de soportes	60 %	60 %
Banda central	40 %	40 %

Fig.3.3.4. Distribución de los momentos en las bandas centrales y de soportes.

Además la norma EHE indica que los momentos que se produzcan en el pórtico virtual debido a las cargas horizontales deben absorberse exclusivamente con la banda de soportes, despreciando la colaboración de las bandas centrales. Ello lo hace así, consciente de que el sistema estructural de pilares y losas no resulta un sistema tan eficaz que permita transferir los esfuerzos de flexión dados por el pórtico virtual de forma plena de los pilares a la totalidad de la placa, y también porque, al margen de cuestiones físicas, un método tan simple como es el de los pórticos virtuales, no puede reflejar plenamente los mecanismos de reparto y de transferencias de esfuerzos que tienen lugar en el complejo entramado espacial que constituye la estructura de un conjunto.

Para los casos en los que tengamos voladizos surge el dilema de si el pórtico de fachada debemos considerarlo exterior, lo que equivale a ignorar el empotramiento que imprime el voladizo, o considerarlo pórtico interior. Algunos autores fijan la frontera para el voladizo en el valor de  $0.25L$ , siendo  $L$  la luz del vano adyacente al mismo, para considerar al pórtico de fachada como pórtico interior a los efectos de distribución de momentos en bandas.

Expresado de otro modo para que no quede duda, la idea es la siguiente: consideramos un pórtico ortogonal a la fachada que posee el voladizo, Fig. 3.3.5.

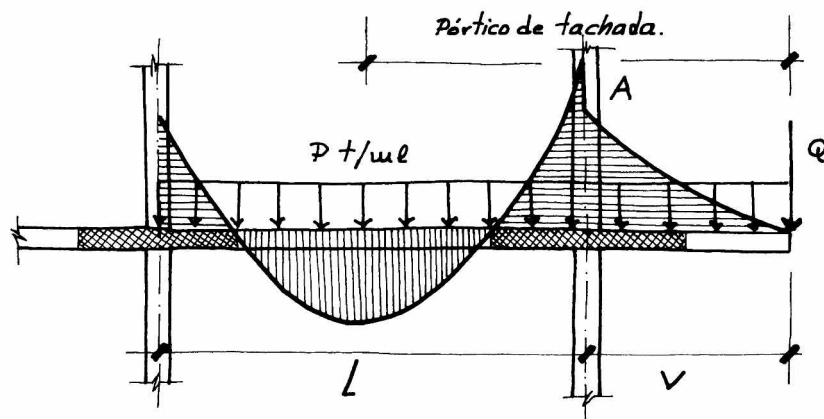


Fig. 3.3.5. Pórtico perpendicular a una fachada volada.

Se acepta en general que el pilar A es interior cuando  $V$  supera el valor  $0.25L$ , y los porcentajes de distribución que deberán aplicarse en este caso son los correspondientes a un pórtico interior.

Cuando  $V$  sea inferior a  $0.25L$  el pilar se considera de borde, y en estos casos, el voladizo forma parte de la banda de soportes.

Otros autores fijan el valor límite en  $0.3L$ .

El libro Forjados Reticulares de Florentino Regalado recoge una tabla de distribución de los momentos en las bandas (basadas en los criterios de la EH-88 y EH-91) que puede que se ajuste más a la realidad, alejándose del excesivo conservadurismo de la EHE. (ver Fig. 3.3.6)

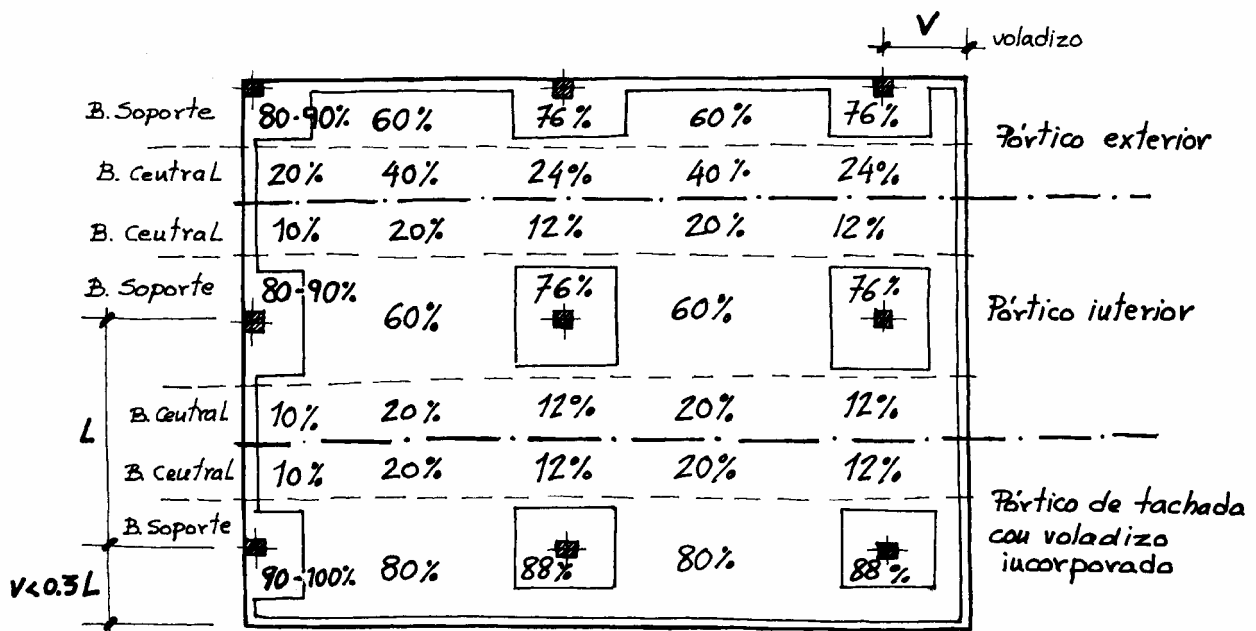


Fig. 3.3.6. Porcentajes de distribución de los momentos en las diferentes bandas, aplicadas por Florentino Regalado en consonancia con la EH-88 y EH-91, antes de la aparición de la EHE.

### 3.3.3.-Razón y ser de los coeficientes de reparto.

El método de los pórticos virtuales trata de cuantificar de forma sencilla lo que sucede realmente en la placa cuando, libre de puntales, se deforma bajo los esfuerzos de flexión que originan en ella las acciones, normalmente de origen gravitatorio.

Las distribuciones reales de los momentos en la placa siguen leyes de tipo senoidal, difíciles de cuantificar, y más difícil aún extraer de las mismas valores numéricos que puedan ser asignados a los nervios para el dimensionado de sus armaduras. (Ver Fig. 3.3.7, 3.3.8, 3.3.9)

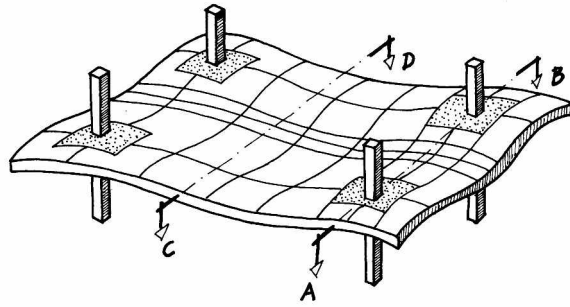


Fig. 3.3.7. Deformación de una placa reticular sometida a cargas gravitatorias.

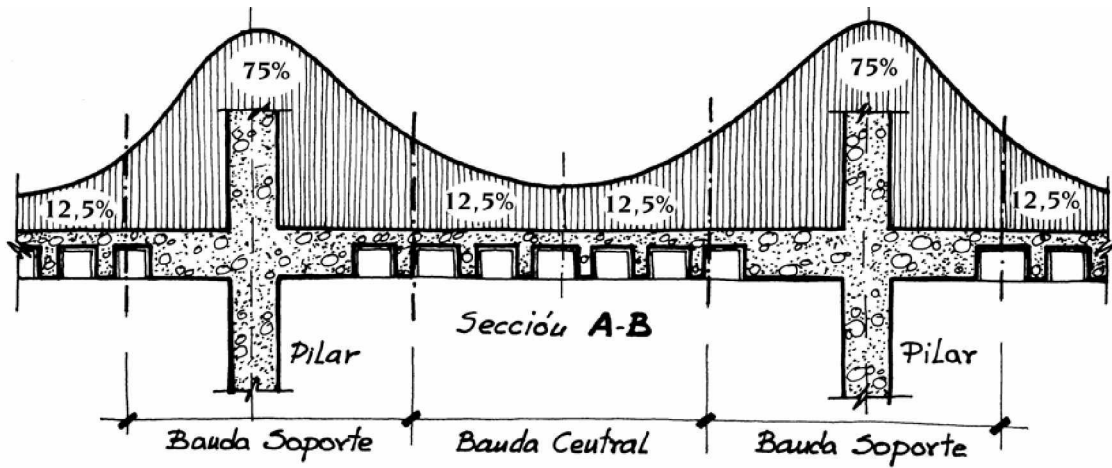


Fig. 3.3.8. Distribución estimada próxima a la realidad de los momentos negativos en la sección A-B (Fig. 3.3.7), flectando la placa en dirección ortogonal a la misma.

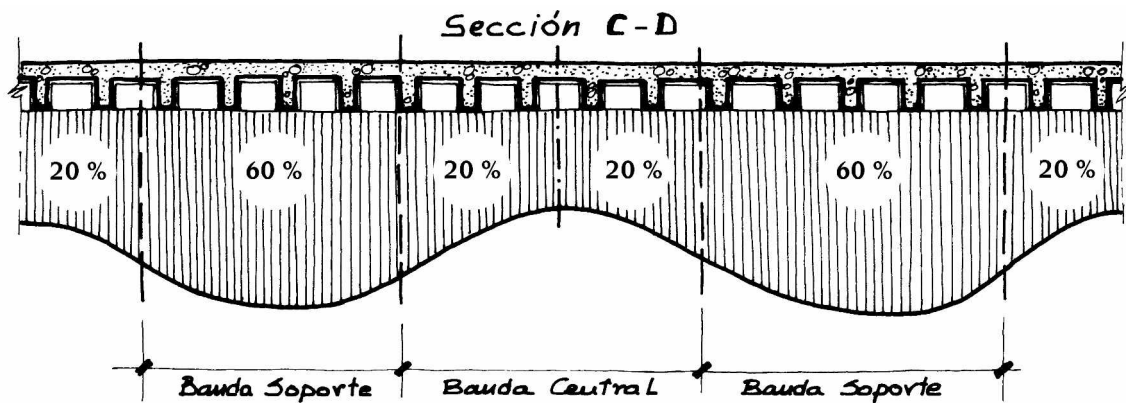


Fig. 3.3.9. Distribución estimada próxima a la realidad de los momentos positivos en la sección C-D (Fig. 3.3.7), flectando la placa en dirección ortogonal a la misma.



Ante la dificultad que supondría amar cada nervio con el valor teórico real, imposible de precisar en el método de los pórticos virtuales, todas las normas establecen un esquema recto de las curvas senoidales de los momentos para resolver el problema de la asignación de los mismos a los nervios: ésta es la razón y ser de los coeficientes de reparto. (Ver Fig. 3.3.10)

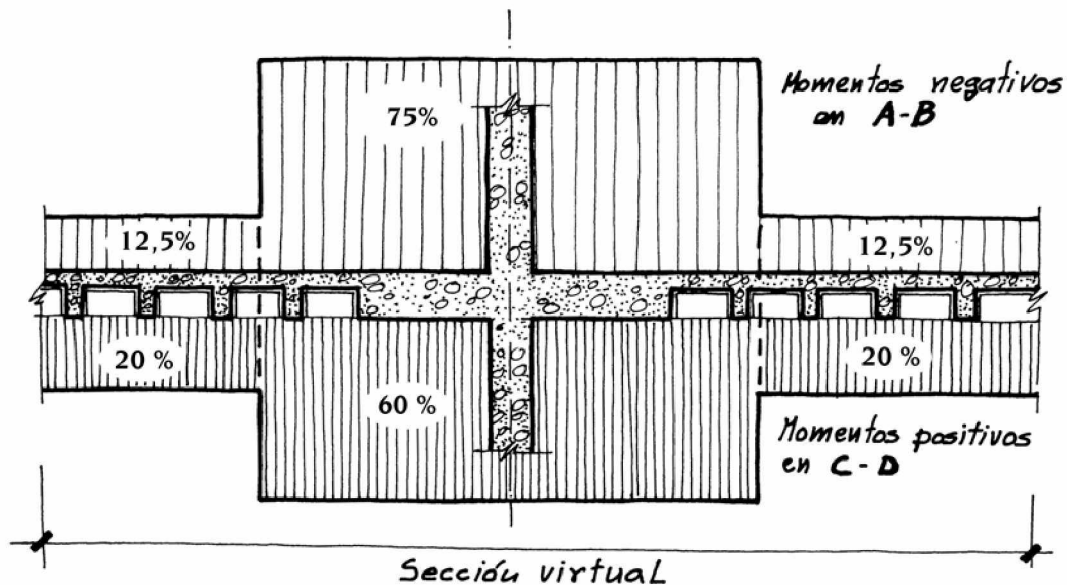


Fig. 3.3.10. Distribución práctica de los momentos resultantes del análisis por pórticos virtuales, resuelta con los coeficientes de reparto en las distintas bandas según la EHE.

El método de los pórticos virtuales es válido sea cual sea el número de nervios que configuran el dintel virtual. Lo único discutible es a partir de que número de nervios es necesario aplicar los coeficientes de reparto de la EHE. Según criterio de F. Regalado la distribución de los esfuerzos en los nervios (coeficientes de reparto de la EHE) debe comenzar a hacerse a partir de que el pórtico virtual tenga al menos cuatro nervios (asignando en el caso de cuatro, dos a la banda de soportes y uno a cada semibanda central). Si el número de nervios es igual o inferior a tres, lo razonable es no aplicar coeficientes de reparto de tipo alguno y considerar una banda única, donde el momento se distribuya por partes iguales a cada nervio.

### 3.3.4.-Rigideces a considerar en el uso de los pórticos virtuales.

Para la definición de la inercia de las vigas que representan la placa, se considerará la inercia bruta correspondiente al ancho total del pórtico virtual teniendo en cuenta la variación de rigideces existentes a lo largo de la misma.

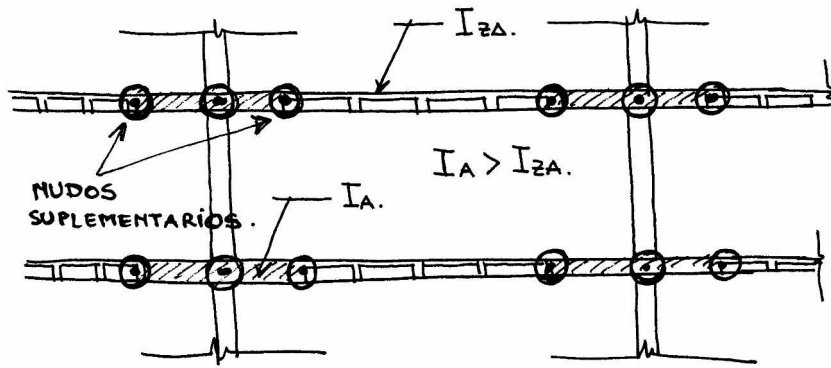


Fig. 3.3.11. Nudos suplementarios según EHE marcando los cambios de inercias en el dintel virtual.

Lo anterior supone operar con dos inercias distintas, introduciendo en el análisis del pórtico virtual dos nudos suplementarios, al margen de los nudos clásicos definidos por la introducción de los pilares y la placa.

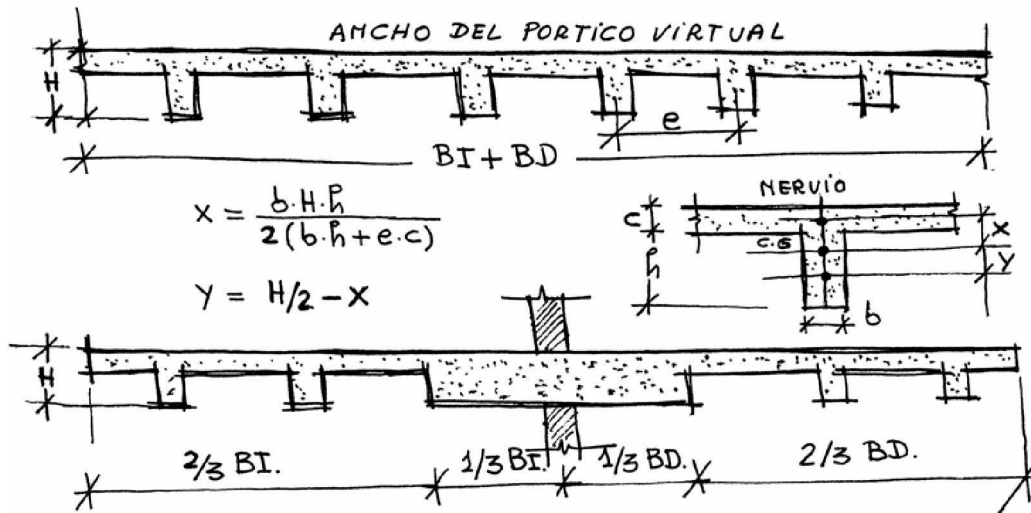


Fig. 3.3.12. Secciones por zona aligerada y ábaco.

Observando y partiendo de las geometrías definidas en la Fig 3.3.12, con suficiente precisión, las inercias que deberán asignarse a las barras del pórtico virtual de la Fig. 3.3.11 pueden venir expresadas por las siguientes fórmulas:

- Inercia de un nervio tipo:

$$I_n = bh^3/12 + bhy^2 + ec^3/12 + ecx^2$$

- Inercia de la zona aligerada.

$$I_{ZA} = n^\circ \text{ nervios} \cdot I_n = ((BI + BD) / e) \cdot I_n$$

- Inercia de la zona del ábaco:

$$I_A = 1/3(BI + BD) \cdot H^3/12 + (2(BI + BD)/3e) \cdot I_n$$

**3.3.5.-Luces a considerar en el método de los pórticos virtuales.**

La luz que normalmente es considerada en los cálculos de los forjados reticulares mediante el método de los pórticos virtuales es la distancia medida entre ejes de pilares.

No obstante es útil saber, llegados a casos en los que pudiésemos beneficiarnos de ello, que el criterio anterior (muy cómodo por otra parte) origina unos esfuerzos mayores a los que realmente se producen, debido a que los apoyos no son puntos, sino soportes reales con dimensiones, la mayoría de las veces, superiores a 30x30 cm. (ver Fig. 3.3.13)

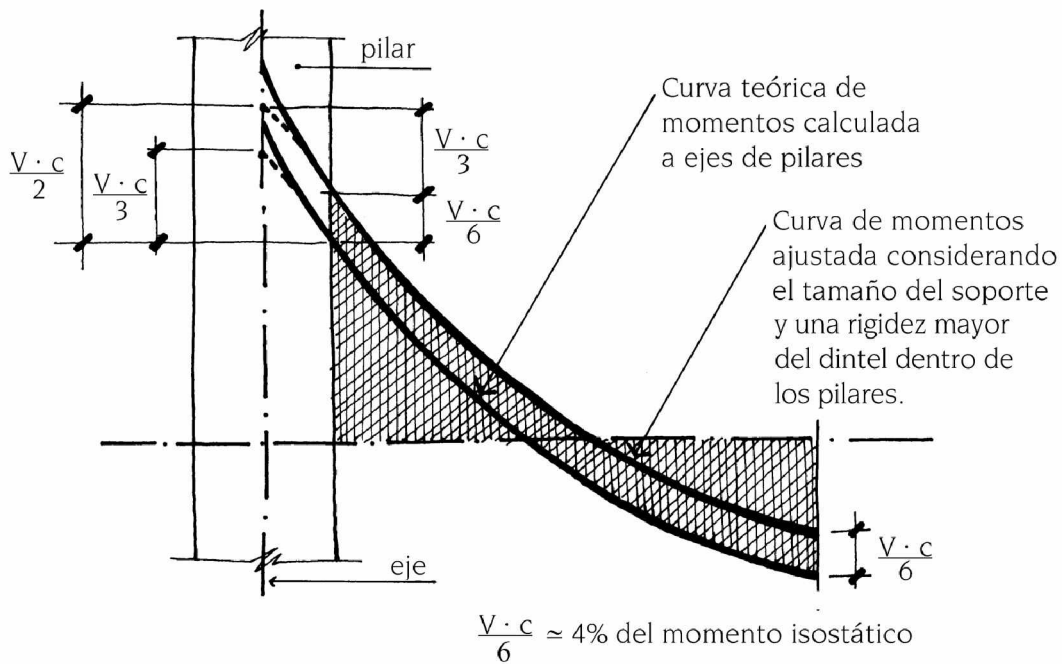


Fig.3.3.13. Influencia del tamaño de los pilares en las leyes de momentos.

En el libro de Montoya-Meseguer-Morán puede leerse literalmente que una vez efectuado el análisis de la estructura por pórticos virtuales a ejes de pilares, para la determinación de las armaduras negativas se considerarán los momentos de referencia  $M_I$  y  $M_D$  en los paramentos de los soportes, pero nunca a una distancia de los ejes de dichos soportes mayor que  $0.175L$ .

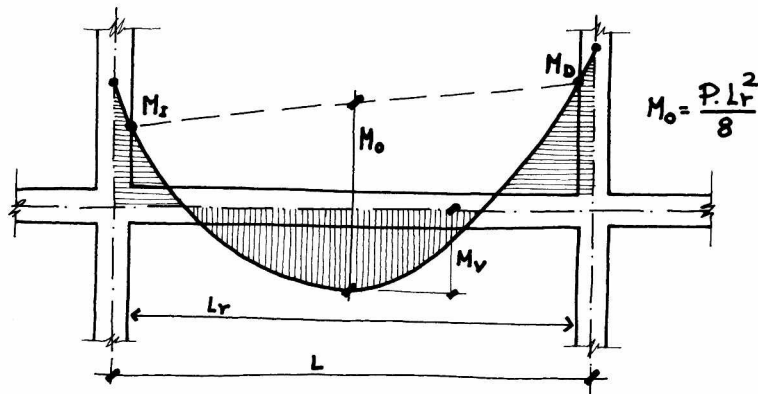


Fig. 3.3.14. Momentos de referencia para dimensionar las armaduras (Montoya-Meseguer-Morán)

No obstante las normas españolas siempre han sido, y siguen siendo, muy restrictivas en este campo. La EHE afirma que se deben efectuar los cálculos a ejes de pilares directamente; aunque en sus comentarios, sin especificar qué se entiende por una dimensión grande de los apoyos, permite tomar la luz libre más el canto como luz de cálculo en estos casos.

**3.4.-Métodos directos para el cálculo de los momentos en los dinteles virtuales.**

Los métodos directos se basan fundamentalmente en el buen criterio y la experiencia del calculista para estimar los momentos extremos y de vano que pueden presentarse en una determinada pieza de un pórtico ortogonal.

Los métodos directos son métodos que no tienen en cuenta los empujes horizontales y sólo pueden aplicarse para cargas gravitatorias.

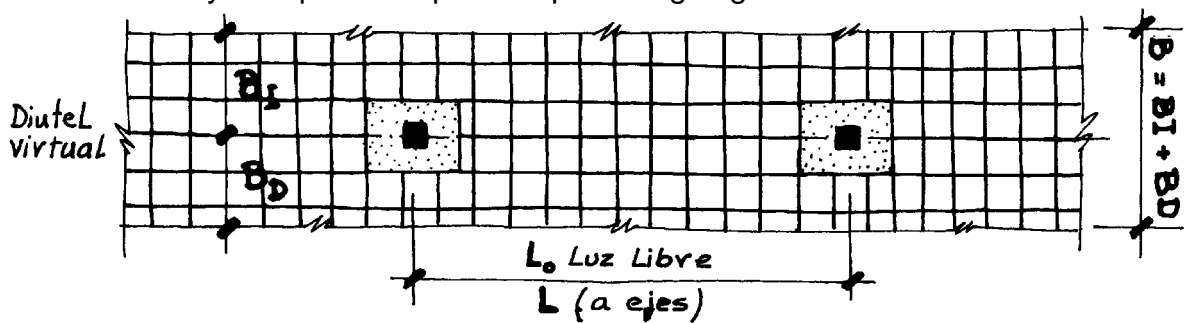


Fig. 3.4.1. Esquema básico de un vano virtual.

**A-Método simplificado del código ACI-318. También recogido por Montoya-Meseguer-Morán.**

El libro de Montoya-Meseguer-Morán propone idénticos momentos que los del Código ACI-318, tal y como se contempla en la Fig. 3.4.2 operando con luces a cara de pilares.

	(1)	(2)	(3)		(4)	(5)
	Borde exterior no restringido	Losa con vigas entre todos los apoyos	Losa sin vigas entre los apoyos interiores		Borde exterior totalmente restringido	
			Sin viga de borde	Con viga de borde		
Factor de momento interior negativo	0.75	0.70	0.70	0.70	0.65	
Factor de momento positivo	0.63	0.57	0.52	0.50	0.35	
Factor de momento exterior negativo	0	0.16	0.26	0.30	0.65	

Fig. 3.4.2. Propuestas de momentos a considerar ( $K \cdot M_0$ ) por el método directo para losas con vigas y sin vigas (ACI-318, Montoya-Meseguer-Morán)

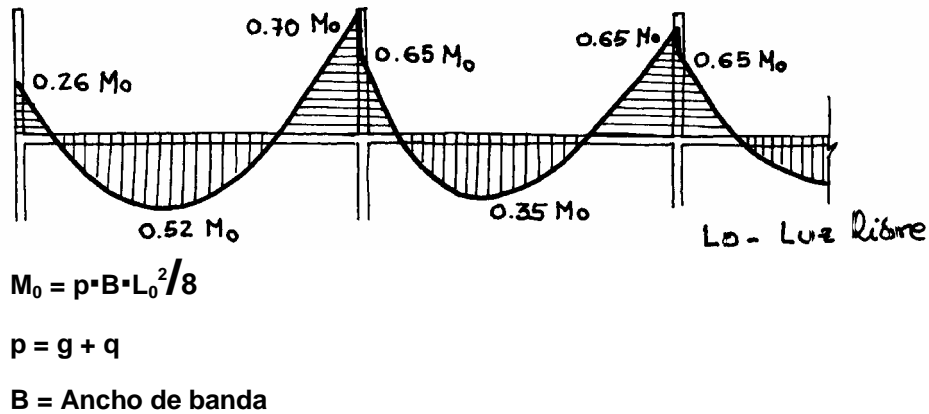


Fig. 3.4.3. Momentos directos propuestos por Montoya-Meseguer-Morán. Puede verse que engloba los casos 3 y 5 de la tabla anterior.

**B-Método directo de la EHE. (no lo recomendamos)**

La EHE propone la tabla adjunta en Fig. 3.4.2 para estimar los momentos en el método directo, pero tomando la luz a ejes L en lugar de la luz libre entre caras de pilares  $L_0$ . Es decir con:

$M_0 = P \cdot L^2 / 8$  , en lugar de:  $M_0 = P \cdot L_0^2 / 8$

Este método se encuentra en el artículo 22.4.3 de la EHE, con las limitaciones de uso que presenta (22.4.3.1).

**NOTA:** Las limitaciones que vienen en la EHE al método directo salen del Código ACI-318, por lo que son de aplicación tanto en el método A como en el B.

**C-Método directo según criterio F. Regalado (recogido en su libro de forjados reticulares)**

Este criterio tiene en cuenta una cierta redistribución de los momentos del orden de 10%, y puede aplicarse de forma general a cada vano teniendo siempre muy presente que se cumpla la ecuación siguiente:

$((M_i + M_d) / 2) + M_v \geq M$  , con:  $M = p \cdot B \cdot L^2 / 8$  siendo: L = Luz ejes de pilares  
 B = Ancho de Banda = BI+BD

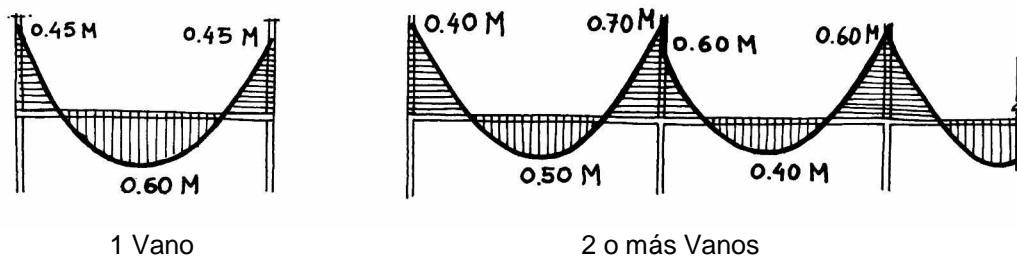


Fig. 3.4.4. Momentos directos propuestos con una redistribución del orden del 10%

Es aconsejable operar con la luz a ejes de pilares conservadoramente, dado que la estimación de la luz real a caras de soportes en fase de proyecto resulta bastante problemática.

Observar que con este método se empotra la placa en extremos algo más de lo establecido por los métodos anteriores. Se hace así procurando reducir al máximo las deformaciones de las placas y por tanto la problemática de las roturas de tabiquería debido a las mismas, debiendo eso sí, proyectar en extremos pilares algo más gruesos de lo habitual.

#### **4.-Recomendaciones en general. (recogidas en clase)**

A la hora de proyectar huecos de instalaciones es importante que se encuentren siempre en bandas centrales. De este modo la placa prácticamente ni se entera de su presencia. Si por lo contrario decidimos colocarlos en banda de soportes la placa se verá gravemente debilitada, empezando a aparecer armados excesivos, con una doble consecuencia: a) dificultades constructivas, que muy probablemente deriven en coqueras importantes y falta de recubrimiento en armaduras inferiores, b) encarecimiento de la estructura.

A la hora de hacer el reparto por bandas en el caso de tener un número de nervios impar surge la pregunta de cuantos nervios hay en cada banda. El reparto se hace se hace del siguiente modo:

Supongamos que tenemos 5 nervios. Calculamos el momento teórico que solicita a cada nervio tomando 2,5 nervios para la banda de soportes (se hace dividiendo el momento de la banda de soportes por  $n^{\circ}$  nervios, esto es 2,5) y 2,5 para las dos semibandas centrales. Hecho esto nos saldrá una armadura tipo para nervio de banda de soportes, y otra para nervio de banda central.

A continuación, y para estar del lado de la seguridad armaremos los tres nervios centrales como pertenecientes a banda de soportes, y los otros dos con la armadura correspondiente a banda central.

Cuando decidamos no hacer reparto acorde con las bandas, ya sea por tener tres o menos nervios, o por cualquier otra causa, se actúa cogiendo el momento total, se divide por el número de nervios y “a correr”, no haciendo distinción alguna entre banda de soportes y semibandas centrales. Este criterio puede adoptarse sin miedo cuando estemos con flexión positiva, ya que el reparto es más uniforme (60% banda de soportes, 40% banda central).

En edificación conviene calcular con luces a ejes de pilares, y estamos del lado de la seguridad. No obstante, si nos encontramos participando en la investigación de un accidente, y queremos salvar a un colega, podemos calcular con la luz libre entre caras de pilares. De este modo podemos conseguir reducciones en el momento del orden de 15-20%.

Cuando los nervios salen con mucha armadura es que la placa está mal diseñada. En este caso surge el inconveniente constructivo de que el hormigón

no puede pasar entre las armaduras, quedando éstas sin recubrimiento. Como norma general no debe haber más de dos barras por nervio.

La longitud de las barras de flexión negativa debe ser como mínimo  $L/4$ , siendo recomendable que sea de  $L/3$  (siendo  $L$  la luz entre ejes de pilares). En caso de haber dos barras se colocará una de cada.

Para asegurar un adecuado anclaje de las barras de flexión positiva, éstas se introduzcan en el ábaco como mínimo una dimensión igual a un canto de la placa.

Cuando tengamos un hueco en el forjado, las armaduras de flexión negativa deberán de anclarse con patilla en el zuncho del hueco.

La cuantía mínima geométrica sacada de las tablas debe disponerse repartida en las dos caras de los forjados tal y como lo establece la norma.

La cuantía mínima mecánica deberá disponerse íntegramente en la cara inferior en aquellas secciones solicitadas a flexión positiva, e íntegramente en la cara superior en las secciones solicitadas a flexión negativa.

**ANEJO 1: Placas y losas desde la EHE**



## **Artículo 22º. Placas**

### **22.1 Generalidades**

Este artículo es aplicable a placas macizas sometidas a flexión en las dos direcciones, con o sin pretensado. También se incluyen en este apartado las placas nervadas, aligeradas y alveolares siempre que su comportamiento, en cuanto a rigidez se refiere, sea asimilable al de una placa maciza.

Para que un elemento bidireccional sea considerado como una placa, debe cumplirse que la luz mínima sea mayor que cuatro veces el espesor medio de la placa.

Se incluyen en este apartado las placas sobre apoyos continuos o aislados.

Para el cálculo de las solicitaciones de placas podrá utilizarse cualquiera de los métodos indicados en el Artículo 19º.

### **22.2 Análisis lineal**

El análisis lineal es válido tanto para los Estados Límite de Servicio como para los Estados Límite Últimos.

Los momentos con gradientes pronunciados en zonas localizadas (por ejemplo, bajo cargas concentradas o apoyos) pueden distribuirse en un área de ancho conveniente, siempre que se cumplan las condiciones de equilibrio.

### **22.3 Análisis no lineal**

El análisis no lineal se puede utilizar tanto para las comprobaciones en Estados Límite de Servicio como en Estados Límite Últimos.

Pueden utilizarse modelos multicapa o bien relaciones momento-curvatura, combinados con la hipótesis de Kirchhoff.

Podrán considerarse, en el comportamiento del hormigón, los estados biaxiales de tensión, la fisuración en varias direcciones, la orientación de las armaduras y la contribución del hormigón traccionado entre fisuras cuyo efecto puede ser especialmente notable en Estados Límite de Servicio.

### **22.4 Métodos simplificados para placas sobre apoyos aislados**

#### **22.4.1 Generalidades**

Los procedimientos que se exponen en este apartado son aplicables para el cálculo de esfuerzos en Estados Límite Últimos de las estructuras constituidas por placas macizas o aligeradas de hormigón armado con nervios en dos direcciones perpendiculares, que no poseen, en general, vigas para transmitir las cargas a los apoyos y descansan directamente sobre soportes de hormigón armado con o sin capitel.

Para cargas verticales pueden utilizarse los dos métodos simplificados de cálculo de esfuerzos que se describen en 22.4.3 ó 22.4.4, según las características tipológicas del forjado.

Para cargas horizontales sólo es válido el método propuesto en 22.4.4 siempre que se utilicen unas características de rigidez de los elementos del forjado compatibles con el fenómeno de transmisión de momentos entre el soporte y la placa y se cumplan las condiciones específicas de disposición geométrica en planta de los soportes, en lo que se refiere a su alineación y su simetría en planta.

### 22.4.2 Definiciones

**Capitel:** ensanchamiento del extremo superior de un soporte que sirve de unión entre éste y la placa. Puede existir o no.

**Ábaco:** zona de una placa alrededor de un soporte o de su capitel, que se resalta o, si se trata de placa aligerada, se maciza con o sin resalto. En las placas macizas puede no existir y, si existe, puede ir acompañado de capitel. En las placas aligeradas su existencia es preceptiva, pudiendo ir acompañado o no de capitel (figura 22.4.2.a)

**Recuadro:** zona rectangular de placa, limitada por las líneas que unen los centros de cuatro soportes contiguos. Para una dirección dada, puede ser interior o exterior (figura 22.4.2.b).

**Recuadro interior:** aquel que, en la dirección considerada, queda situado entre otros dos recuadros.

**Recuadro exterior:** aquel que, en la dirección considerada, no tiene recuadro contiguo a uno de los lados.

**Recuadro de esquina:** aquel que no tiene recuadro contiguo en dos de sus lados.

**Luz:** distancia entre dos líneas paralelas y consecutivas de soportes. También se llama a cada una de las dimensiones  $l_1$  y  $l_2$  del recuadro.

**Banda de soportes:** es una banda de forjado con ancho a cada lado del soporte igual a  $0,25L_2$ . Las bandas de soporte incluyen las vigas, en caso de existir.

**Banda central:** es la limitada por dos bandas de soportes.

**Pórtico virtual:** elemento ideal que se adopta para el cálculo de la placa según una dirección dada. Está constituido por una fila de soportes y dinteles de sección igual a la de la zona de placa limitada lateralmente por los ejes más separados de los recuadros adyacentes a la fila de soportes considerados, es decir, que dicha zona comprende una banda de soportes y dos semibandas centrales, una a cada lado.

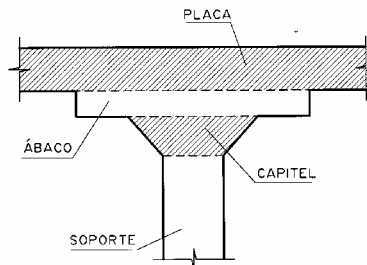


Figura 22.4.2.a

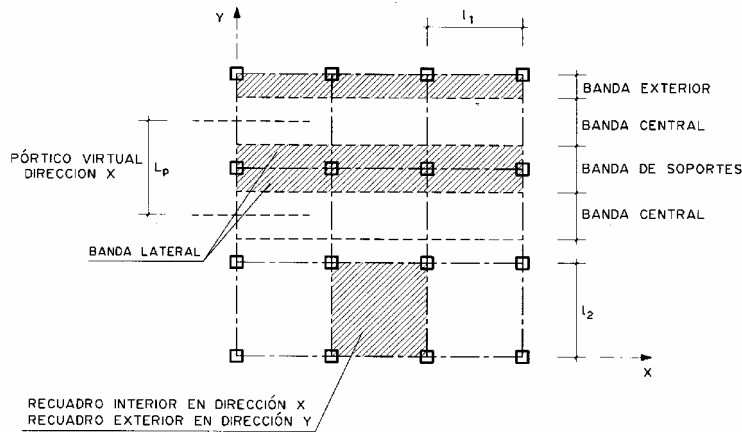


Figura 22.4.2.b

### 22.4.3 Método directo

Para cargas verticales, estas placas pueden analizarse estudiando, en cada dirección, los pórticos virtuales que resulten siempre que se cumplan las limitaciones indicadas en 22.4.3.1.

La determinación de los esfuerzos de la placa y los soportes en los diferentes pórticos virtuales podrá realizarse simplificada de acuerdo con 22.4.3.2.

#### 22.4.3.1. Campo de aplicación

Para que sea de aplicación este método deberán cumplirse las siguientes condiciones:

- a) La malla definida en planta por los soportes, será sensiblemente ortogonal.  
Se entiende por malla sensiblemente ortogonal aquella en la que ningún soporte se desvíe, respecto a la línea de ejes que define al pórtico considerado, más del 10 por 100 de la luz normal al mismo correspondiente a la dirección en que se produce la desviación (figura 22.4.3.1)

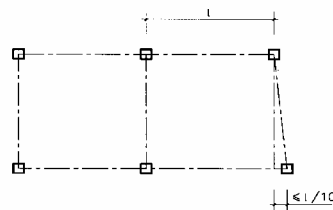


Figura 22.4.3.1

- b) La relación entre el lado mayor y menor del recuadro no debe ser mayor que 2.
- c) La diferencia entre luces de vanos consecutivos no debe ser mayor que un tercio de la luz del vano mayor.
- d) La sobrecarga debe ser uniformemente distribuida y no mayor que 2 veces la carga permanente.
- e) Deberán existir tres vanos como mínimo en cada dirección.

**22.4.3.2. Esfuerzos en las secciones críticas**

Los momentos flectores en las secciones críticas, en cada dirección, se determinarán a partir del momento  $M_o$  definido a continuación:

$$M_o = \frac{(g_d + q_d) l_p l_1^2}{8}$$

donde:

- $g_d$  Carga permanente de cálculo aplicada en el recuadro estudiado.
- $q_d$  Sobrecarga de cálculo aplicada en el recuadro estudiado.
- $l_1$  Distancia entre ejes de soportes en la dirección en la que se calculan los momentos.
- $l_p$  Anchura del pórtico virtual analizado.

Los momentos de las secciones críticas en apoyos y vanos se definen como un porcentaje del momento  $M_o$ , de acuerdo con los valores definidos en la tabla 22.4.3.2.

Tabla 22.4.3.2

	Caso A	Caso B	Caso C
Momento negativo en apoyo exterior	30%	0%	65%
Momento positivo en vano	52%	63%	35%
Momento negativo en apoyo interior	70%	75%	65%

- Caso A: Placa elásticamente empotrada en los soportes de borde.
- Caso B: Placa apoyada en el borde.
- Caso C: Placa perfectamente empotrada en ambos bordes, o con continuidad en ambos apoyos (vano intermedio).

Para apoyos interiores se tomará como momento en el apoyo el mayor de los dos determinados según ambos vanos contiguos.

En el caso de vanos extremos encuadrados en el caso A de la tabla 22.4.3.2, la viga o zuncho de borde debe calcularse para soportar por torsión una fracción del momento considerado en el extremo de la placa.

En el caso de vanos extremos encuadrados en el caso A de la tabla 22.4.3.2, los soportes de apoyo deben dimensionarse para resistir el momento considerado en el extremo de la placa.

Los soportes interiores se dimensionarán para resistir un momento desequilibrado definido de acuerdo con la siguiente expresión:

$$M_d = 0,07((g_d + 0,5q_d) l_{p1} l_{11}^2 - g_d l_{p2} l_{12}^2)$$

donde:

- $l_{11}, l_{12}$  Dimensiones  $l_1$ , correspondientes a los vanos contiguos del soporte estudiado
- $l_{p1}, l_{p2}$  Dimensiones  $l_p$ , correspondientes a los vanos contiguos del soporte estudiado

A cada tramo de soporte, superior o inferior, se le asignará una fracción del momento a resistir, proporcional a su rigidez.

### 22.4.4 Método de los pórticos virtuales

Para cargas verticales y horizontales, estas placas pueden analizarse estudiando, en cada dirección, los pórticos virtuales que resulten siempre que se cumplan las limitaciones indicadas en 22.4.4.1.

La definición de las características de las barras que representan la placa y los soportes se obtendrán de acuerdo con los criterios expuestos en 22.4.4.2.

La determinación de los esfuerzos de la placa y de los soportes se realizará calculando los pórticos equivalentes resultantes para todas las hipótesis de carga y teniendo en cuenta las combinaciones más desfavorables.

#### 22.4.4.1. Campo de aplicación

La hipótesis fundamental de este método reside en la no interacción entre pórticos virtuales. Por ello, en las situaciones en que tal interacción pueda ser significativa, no deberá utilizarse. La interacción entre pórticos puede aparecer en las siguientes situaciones:

- asimetrías notables en planta o en alzado (de geometría y rigidez).
- existencia de brochales.
- estructuras sensiblemente traslacionales.
- existencia de elementos de rigidización transversal (pantallas, núcleos).
- acciones no gravitatorias en estructuras no uniformes.
- fuerte descompensación de cargas o de luces.

#### 22.4.4.2. Características de rigidez de las vigas y soportes del pórtico virtual

Para cargas verticales se seguirán los siguientes criterios:

- Para la definición de la inercia de las vigas que representan la placa se considerará la inercia bruta correspondiente al ancho total del pórtico virtual teniendo en cuenta la variación de rigidez existente a lo largo de la barra.
- Para la definición de la inercia de los soportes, teniendo en cuenta el efecto producido por el atado torsional conferido transversalmente por la placa, se considerará una rigidez equivalente  $K_{eq}$  de acuerdo con la siguiente expresión:

$$\frac{1}{K_{eq}} = \frac{1}{K_c} + \frac{1}{K_t}$$

donde:

$K_c$  Rigidez bruta del soporte.

$K_t$  Rigidez de los elementos de atado torsional (figuras 22.4.4.2.a y b). Se define como elemento de atado torsional del soporte, la porción de placa de ancho igual a la dimensión  $c_t$  del soporte o del capitel y de longitud igual al ancho del pórtico virtual.

$$K_t = \sum \left( \frac{9 E_c C}{l_2 \left( 1 - \frac{c_2}{l_2} \right)^3} \right)$$

donde:

$E_c$  Módulo de deformación longitudinal del hormigón.

- C Rigidez a torsión del elemento de atado torsional.
- $l_2$  Dimensión transversal del recuadro adyacente al soporte considerado.
- $c_2$  Dimensión perpendicular al pórtico virtual del soporte considerado.

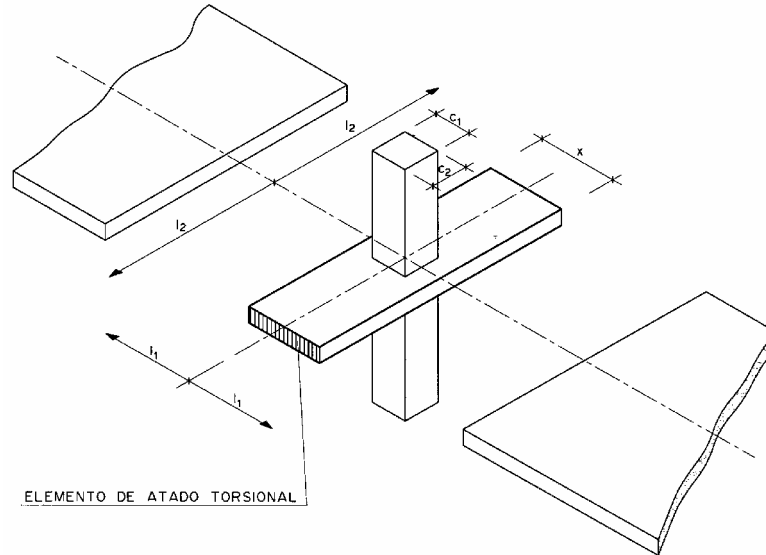


Figura 22.4.4.2.a

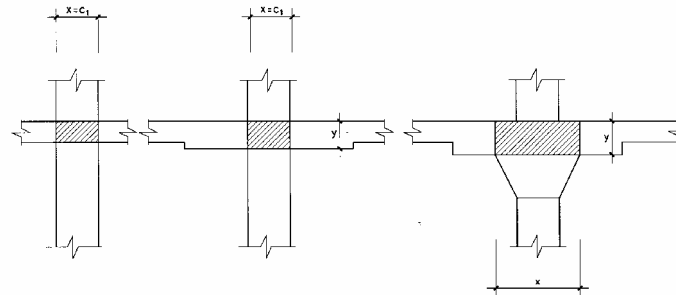


Figura 22.4.4.2.b

Para pórticos interiores,  $K_t$  resulta de la suma de la rigidez torsional de los elementos de atado torsional existentes a ambos lados del soporte considerado. Para pórticos exteriores,  $K_t$  es la rigidez a torsión del elemento de atado torsional del único recuadro adyacente al soporte considerado.

Para la definición de C puede adoptarse la siguiente expresión (figura 22.4.4.2.b)

$$C = \left( 1 - 0,63 \frac{x}{y} \right) x^3 \frac{y}{3} \quad \text{siendo } x < y$$

Para cargas horizontales se seguirán los siguientes criterios:

- Para la definición de la inercia de las vigas que representan la placa se considerará la inercia bruta correspondiente a un ancho igual al 35 por 100 del ancho del pórtico equivalente, teniendo en cuenta la variación de rigidez existente a lo largo de la barra.

- Para la definición de la inercia de los soportes se seguirán los criterios expuestos para cargas verticales.

### 22.4.5 Criterios de distribución de momentos en la placa

La distribución de momentos debidos a cargas verticales en las secciones críticas, apoyos y vano, a lo largo de la placa, obtenidos según los procedimientos indicados en 22.4.3 y 22.4.4, se realizará de acuerdo con los criterios definidos en las tablas 22.4.5.a y b.

Tabla 22.4.5.a

Momentos negativos	En soporte interior	En soporte exterior
Banda de soportes	75%	100%
Banda central	25%	20%

Tabla 22.4.5.b

Momentos positivos	En ambos casos
Banda de soportes	60%
Banda central	40%

Los momentos debidos a cargas horizontales deberán ser absorbidos en el ancho de la banda de soportes.

### 22.4.6 Criterios de distribución de momentos entre la placa y los soportes

Cuando en la unión entre losa y soporte actúe un momento  $M_d$ , se supondrá que se transmite al soporte por flexión una fracción del mismo igual a  $kM_d$  y la fracción restante  $(1-k)M_d$  se transmite por tensiones tangenciales. Para la definición del coeficiente  $k$  pueden tomarse, simplificadaamente, los valores indicados en la tabla 22.4.6

Tabla 22.4.6

$c_1/c'_2$	0,5	1,0	2,0	3,0
$k$	0,55	0,40	0,30	0,20

donde:

- $c_1$  Dimensión del soporte paralela a la excentricidad de la carga o a la dirección del pórtico virtual analizado.
- $c'_2$  Dimensión del soporte perpendicular a la excentricidad de la carga o a la dirección del pórtico virtual analizado, en soportes interiores o de esquina, y dos veces tal dimensión en soportes de fachada.

Para resistir la parte de momento  $kM_d$ , transmitido por flexión, deberá disponerse en la placa la armadura necesaria concentrada en un ancho igual al ancho del soporte más 1,5 veces el canto de la placa o ábaco a cada lado.

La fracción  $(1-k)M_d$  deberá ser absorbida por torsión, en el zuncho o viga de borde o atado torsional. Asimismo esta fracción de momento deberá ser tenida en cuenta en la distribución de tensiones tangenciales en el perímetro de punzonamiento (Artículo 46°).

## Artículo 50º Estado Límite de Deformación

### 50.2.2 Método simplificado

Este método es aplicable a vigas y losas de hormigón armado. La flecha se considera compuesta por la suma de una flecha instantánea y una flecha diferida, debida a las cargas permanentes.

#### 50.2.2.1. Cantos mínimos

No será necesaria la comprobación de flechas cuando la relación luz/canto útil del elemento estudiado sea igual o inferior a los valores indicados en la tabla 50.2.2.1.

Tabla 50.2.2.1: Relaciones  $L/d$  en elementos estructurales de hormigón armado sometidos a flexión simple

SISTEMA ESTRUCTURAL	Elementos fuertemente armados ( $\rho = A_s / b_0 d = 0,012$ )	Elementos débilmente armados ( $\rho = A_s / b_0 d = 0,004$ )
Viga simplemente apoyada. Losas uni o bidireccional simplemente apoyada	14	20
Viga continua <sup>1</sup> en un extremo. Losas unidireccional continua <sup>1,2</sup> en un solo lado	18	24
Viga continua <sup>1</sup> en ambos extremos. Losas unidireccional continua <sup>1,2</sup>	20	30
Recuadros exteriores y de esquina en losa sobre apoyos aislados <sup>3</sup>	16	22
Recuadros interiores en losa sobre apoyos aislados <sup>3</sup>	17	25
Voladizo	6	9

<sup>1</sup> Un extremo se considera continuo si el momento correspondiente es igual o superior al 85% del momento de empotramiento perfecto.

<sup>2</sup> En losas unidireccionales, las esbelteces dadas se refieren a la luz menor.

<sup>3</sup> En losas sobre apoyos aislados (pilares), las esbelteces dadas se refieren a la luz mayor.

#### Comentario:

La rigidez de una pieza a flexión depende en gran medida de su canto. Por ello, en general, limitar superiormente la relación luz/canto útil ( $L/d$ ) de este tipo de piezas a unos valores prefijados puede garantizar que su deformación se mantiene dentro de límites tolerables.

En general, a los efectos de la tabla 50.2.2.1, podrán considerarse fuertemente armados a las vigas, mientras que las losas podrán considerarse elementos débilmente armados. Los valores de cuantías geométricas de la tabla corresponden a las cuantías estrictas de dimensionamiento, y no a la cuantía realmente existente que será generalmente mayor. Cuando se conozca la armadura estricta de dimensionamiento de la sección de referencia (sección central en vanos y de arranque en voladizos) podrá interpolarse linealmente entre los valores dados en la tabla.



## Artículo 56º Placas o losas

### 56.1 Placas o losas sobre apoyos continuos

Este Artículo se refiere a placas o losas planas de hormigón armado y pretensado sustentadas sobre apoyos continuos.

Salvo justificación en contrario, el canto total de la placa o losa no será inferior a  $l/40$  u 8 cm, siendo  $l$  la luz correspondiente al vano más pequeño.

Para el análisis estructural deben seguirse las indicaciones del Artículo 22º.

Para la comprobación de los distintos Estados Límite se estudiarán las diferentes combinaciones de acciones ponderadas, de acuerdo con los criterios expuestos en el Artículo 13º.

Se comprobará el Estado Límite Último de Agotamiento por tensiones normales de acuerdo con el Artículo 42º, considerando un esfuerzo de flexión equivalente que tenga en cuenta el efecto producido por los momentos flectores y torsos existentes en cada punto de la losa.

Se comprobará el Estado Límite de Cortante de acuerdo con las indicaciones del Artículo 44º.

Asimismo, siempre que sea necesario, se comprobarán los Estados Límite de Fisuración, Deformación y Vibraciones, de acuerdo con los Artículos 49º, 50º y 51º, respectivamente.

La disposición de armaduras se ajustará a lo prescrito en los Artículos 66º, para las armaduras pasivas, y 67º, para las armaduras activas.

Para losas rectangulares apoyadas en dos bordes se dispondrá, en cualquier caso, una armadura transversal paralela a la dirección de los apoyos calculada para absorber un momento igual al 20% del momento principal.

### 56.2 Placas o losas sobre apoyos aislados

Este Artículo se refiere a las estructuras constituidas por placas macizas o aligeradas con nervios en dos direcciones perpendiculares, de hormigón armado, que no poseen, en general, vigas para transmitir las cargas a los apoyos y descansan directamente sobre soportes con o sin capitel.

Salvo justificación especial, en el caso de placas de hormigón armado, el canto total de la placa no será inferior a los valores siguientes:

- Placas macizas de espesor constante,  $L/32$
- Placas aligeradas de espesor constante,  $L/28$

siendo  $L$  la mayor dimensión del recuadro.

La separación entre ejes de nervios no superará los 100 cm y el espesor de la capa superior no será inferior a 5 cm y deberá disponerse en la misma una armadura de reparto en malla.

Para el análisis estructural deben seguirse las indicaciones del Artículo 22º.

Para la comprobación de los distintos Estados Límite se estudiarán las diferentes combinaciones de acciones ponderadas, de acuerdo con los criterios expuestos en el Artículo 13º.

Se comprobará el Estado Límite Último de Agotamiento frente a tensiones normales de acuerdo con el Artículo 42º, considerando un esfuerzo de flexión equivalente que tenga en cuenta el efecto producido por los momentos flectores y torsos existentes en cada punto de la losa.

Se comprobará el Estado Límite de Agotamiento frente a cortante de acuerdo con las indicaciones del Artículo 44º. En particular, deberán ser comprobados los nervios en su entrega al ábaco y los elementos de borde, vigas o zunchos.

Se comprobará el Estado Límite de Agotamiento por torsión en vigas y zunchos de borde de acuerdo con las indicaciones del Artículo 45º.

Se comprobará el Estado Límite de Punzonamiento de acuerdo con las indicaciones del Artículo 46º.

Asimismo, siempre que sea necesario, se comprobarán los Estados Límite de Fisuración, Deformación y Vibraciones, de acuerdo con los Artículos 49º, 50º y 51º, respectivamente.

La disposición de armaduras se ajustará a lo prescrito en el Artículo 66º, para armaduras pasivas.

## **Comentario:**

El objeto del artículo es servir de recordatorio de las distintas comprobaciones que deben realizarse en el caso de placas o losas sobre apoyos aislados. Evidentemente, todos los artículos de la presente instrucción son aplicables, directamente o indirectamente, a todos los tipos de piezas; pero se han destacado aquí los más íntimamente relacionados con esta tipología.

En placas o losas sustentadas sobre apoyos aislados se pueden seguir las siguientes disposiciones constructivas:

### a) Placas macizas de canto constante.

La separación entre armaduras principales no será superior a 25 cm, ni dos veces el espesor de la losa, debiendo ser su diámetro no superior a la décima parte del espesor de la placa.

Las armaduras superior e inferior correspondientes a la dirección menos solicitada, en cada recuadro, tendrán una sección de, al menos, el 25% de las armaduras análogas de la dirección principal.

En los bordes de las placas se dispondrá, además de la armadura resultante del cálculo de la placa, la correspondiente a las solicitaciones puntuales que, eventualmente, haya que considerar.

Las armaduras se distribuirán de la siguiente manera en cada dirección:

- En bandas centrales: uniformemente.
- En bandas de soporte:
  - las correspondientes a momentos flectores positivos, uniformemente.
  - las correspondientes a momentos flectores negativos, teniendo en cuenta lo indicado en 22.4.6.

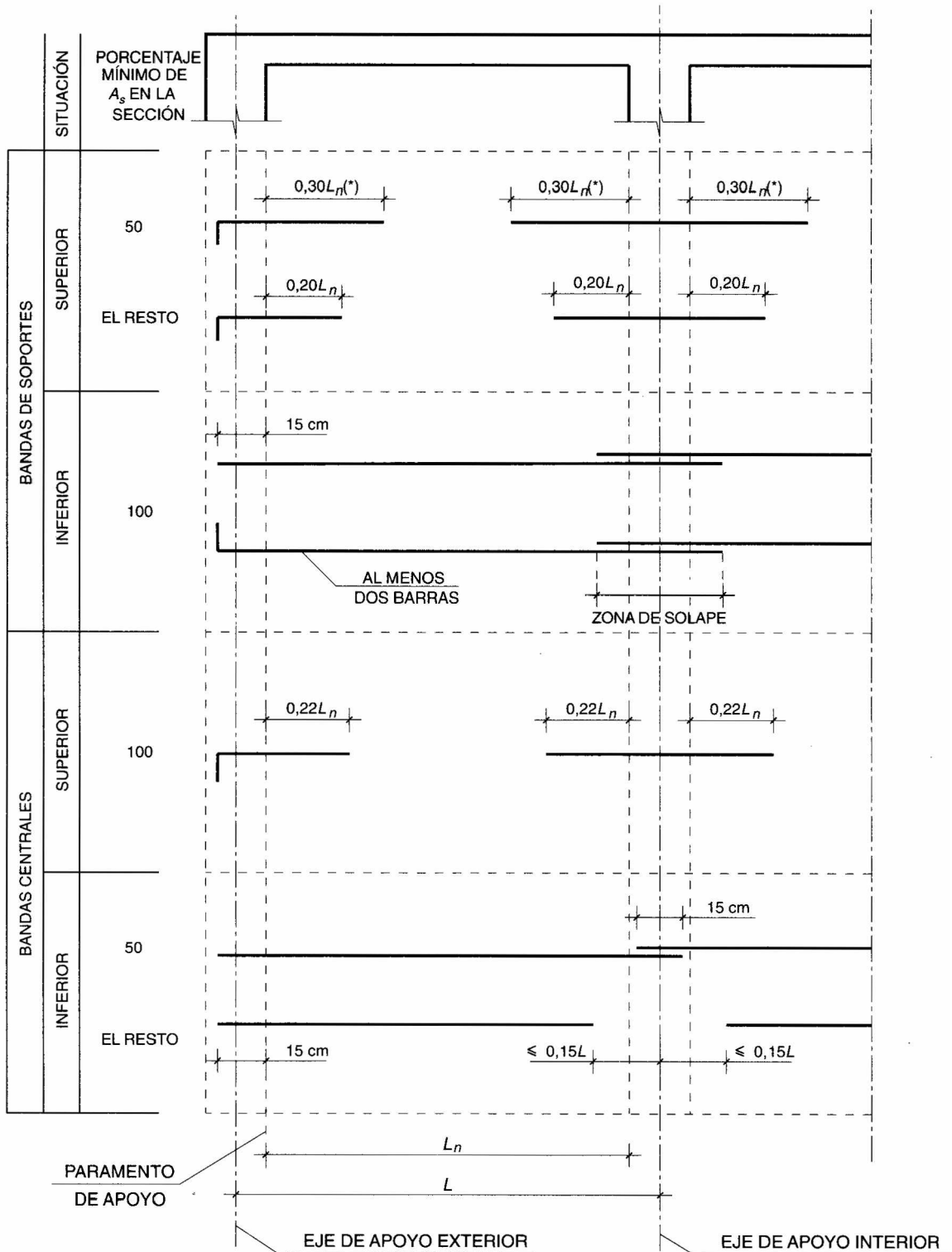
### b) Placas aligeradas.

La distribución de las armaduras entre los nervios y ábacos de los recuadros se realizará conforme a lo señalado para las losas macizas, siéndoles igual de aplicación las limitaciones establecidas para el diámetro máximo de las armaduras y cuantía en la dirección menos solicitada.

No obstante lo establecido en el artículo 44º, en los nervios de borde de las placas aligeradas se establecerán cercos con una separación entre ellos no mayor de 0.5d, capaces de absorber las tensiones y esfuerzos cortantes que se produzcan.

Tanto para placas macizas como aligeradas las armaduras inferiores de las bandas de soportes, en cada dirección, deberán ser continuas o estar solapadas. Como mínimo dos de estas barras pasarán por el interior del pilar interior y estarán ancladas en los pilares exteriores. (ver figura 56.2)

Tanto para placas macizas como aligeradas, no arriostradas frente a desplazamiento, las longitudes de las armaduras serán determinadas por cálculo, pero no serán inferiores a lo indicado en la figura 56.2.



(\*) En el caso de que se dispongan ábacos  $0,33L_n$

Figura 56.2

**ANEJO 2: Losas y placas en números gordos.**

# Ejemplo 14

## FORJADO SIN VIGAS

### 14.1 DATOS

#### 14.1.1 Descripción. Geometría del problema

La siguiente figura representa un recuadro interior de un forjado reticular.

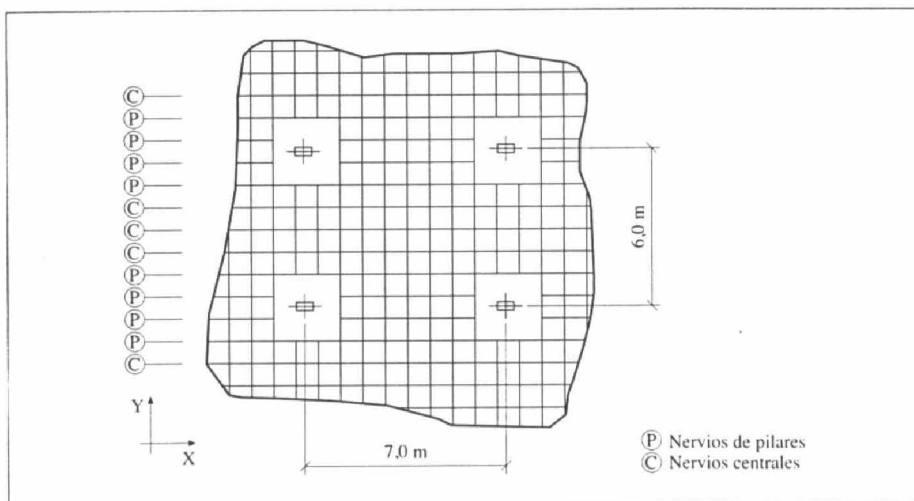


Figura 14.1.1.a Descripción del forjado

El forjado se realiza con casetones comerciales no recuperables de 250 mm de canto y los pilares tienen unas dimensiones de 300 x 600 mm.

#### 14.1.2 Cargas. Valores característicos y de cálculo

Las cargas actuantes en dicho forjado son:

Tabla 14.1.2.a Cargas en el forjado

Acción	Valor	Observaciones
Peso propio	—	A determinar según el dimensionamiento
Carga muerta	0,5 kN/m <sup>2</sup>	Microaglomerado asfáltico
Sobrecarga de uso	4,0 kN/m <sup>2</sup>	Según uso previsto

## Guía de aplicación de la EHE

El control de ejecución es normal, por lo que los coeficientes de ponderación de las acciones son los siguientes:

Coefficiente de seguridad sobre acciones permanentes	$\gamma_f = 1,50$
Coefficiente de seguridad sobre acciones variables	$\gamma_f = 1,60$

### 14.1.3 Materiales. Designación y valores de cálculo

Los materiales empleados son:

Tabla 14.1.3.a Materiales

	Designación EHE	Coefficiente de minoración
Acero	B 500 S	$\gamma_s = 1,15$
Hormigón	HA-25/P/20/I*	$\gamma_c = 1,5$

\* Se trata de un pórtico interior. Véase apartado 2.2 «Selección de tipo de ambiente».

Se desea conseguir además una resistencia al fuego R-60.

## 14.2 DESARROLLO Y CÁLCULO

### 14.2.1 Planteamiento

El ejemplo se va a desarrollar siguiendo la siguiente pauta:

- I. PREDIMENSIONAMIENTO del forjado.
- II. Comprobación del Estado Límite Último de FLEXIÓN.
- III. Comprobación del Estado Límite Último de CORTANTE.
- IV. Comprobación del Estado Límite Último de PUNZONAMIENTO.
- V. Comprobación del ZUNCHO perimetral.
- VI. Comprobación del Estado Límite de Servicio de FISURACIÓN.
- VII. Comprobación del Estado Límite de Servicio de DEFORMACIONES

### 14.2.2 Predimensionamiento del forjado

#### ■ Por condiciones de deformabilidad

Tomando la luz mayor de los recuadros centrales y siguiendo la tabla 2.10.2.a de esta guía, se tiene que para elementos débilmente armados, la esbeltez máxima es de 25:

$$\frac{700}{25} = 280 \text{ mm}$$

Canto mínimo de 280 mm

■ **Por condiciones de resistencia al fuego**

Para una resistencia R-60:

- Capa de compresión ( $h_0$ )  $\geq 70$  mm.
- Recubrimiento mecánico equivalente ( $r_{mec} \geq 30$  mm, suponiendo un ancho mínimo de nervio de 100 mm) + 10 mm (habrá barras en las esquinas de los nervios).

■ **Por condiciones de durabilidad**

Al ser un ambiente interior (clase general de exposición I):

Recubrimiento geométrico ( $r_{geo} \geq 20 + 10 = 30$  mm)

■ **Predimensionamiento**

Escogiendo un  $r_{geo} = 35$  mm se puede suponer que el recubrimiento mecánico será de  $r_{mec} \geq 40$  mm con barras de diámetro mayor o igual que 10 mm.

Haciendo la hipótesis inicial de armar cada nervio con 2 barras  $\phi 20$  se puede estimar el ancho mínimo del nervio en:

$$\begin{aligned} \text{Ancho mínimo} &= 2 \cdot 35 \text{ (recubrimiento)} + 2 \cdot 6 \text{ (estribos)} + 2 \cdot 20 \text{ (armado)} + 20 \text{ (separación mínima)} = \\ &= 142 \text{ mm} \end{aligned}$$

Luego se adoptan los valores siguientes:

Tabla 14.2.2.a Predimensionamiento

Capa de compresión	70 mm
Ancho nervio	160 mm
$r_{geo}$	35 mm
Intereje*	800 mm

\* Valor usual en el predimensionamiento de forjados sin vigas de estas características

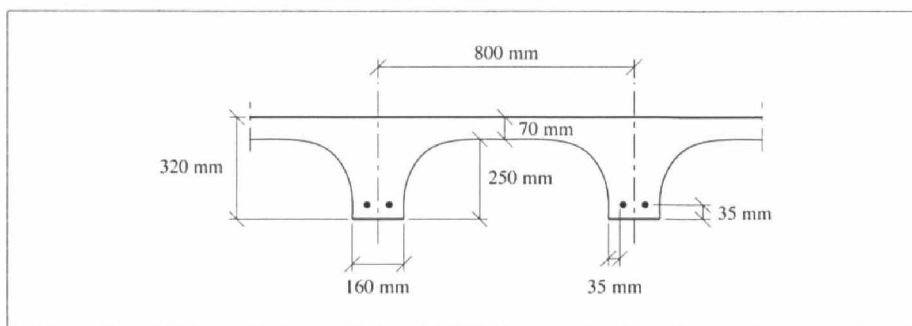


Figura 14.2.2.a Sección del forjado

De esto se puede obtener el peso propio del forjado, incluyendo la parte proporcional de ábscos, como 5 kN/m<sup>2</sup>.

**14.2.3 Comprobación del Estado Límite de Agotamiento frente a solicitaciones normales**

**14.2.3.1 Cálculo de esfuerzos**

Por no existir desalineaciones importantes en los pilares se utiliza, para el análisis estructural, el método directo.

Las cargas a considerar son:

Tabla 14.2.3.a Valores de cálculo en E.L.U.

Tipo de carga	Valor de cálculo
Cargas permanentes	$(5,0 + 0,5) \cdot 1,5 = 8,25 \text{ kN/m}^2$
Sobrecargas	$4,0 \cdot 1,6 = 6,40 \text{ kN/m}^2$
<b>Total</b>	<b>14,65 kN/m<sup>2</sup></b>

Siguiendo lo expuesto en 2.7.4.2, la obtención de los esfuerzos se puede hacer de la siguiente manera:

**I. Cálculo del momento isostático  $M_0$**

$$M_0 = \frac{(g_d + q_d) \cdot l_p \cdot l_i^2}{8} = \frac{14,65 \cdot 6 \cdot 7^2}{8} = 540 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

calculado según la dirección X (véase figura 14.1.1.a).

**II. Reparto de  $M_0$  en apoyos y centro de vano**

Para el forjado con continuidad en ambos extremos (Caso C):

Tabla 14.2.3.b Reparto del momento isostático

Momento negativo en apoyo 1	$0,65 \cdot M_0 = 351 \text{ kN} \cdot \text{m}$
Momento vano	$0,35 \cdot M_0 = 189 \text{ kN} \cdot \text{m}$
Momento negativo en apoyo 2	$0,65 \cdot M_0 = 351 \text{ kN} \cdot \text{m}$

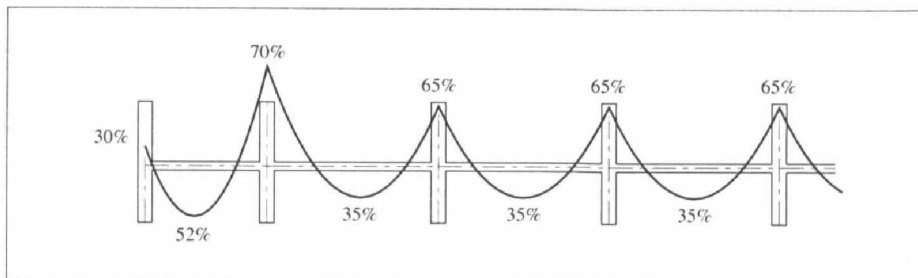


Figura 14.2.3.a Reparto de  $M_0$



III. Reparto en banda central y de pilares

Tabla 14.2.3.c Reparto en bandas

Apoyo 1	Banda de pilares	$0,75 \cdot 351 = 263,25 \text{ kN} \cdot \text{m}$
	Banda central	$0,25 \cdot 351 = 87,75 \text{ kN} \cdot \text{m}$
Centro vano	Banda de pilares	$0,60 \cdot 189 = 113,40 \text{ kN} \cdot \text{m}$
	Banda central	$0,40 \cdot 189 = 75,60 \text{ kN} \cdot \text{m}$
Apoyo 2	Banda de pilares	$0,75 \cdot 351 = 263,25 \text{ kN} \cdot \text{m}$
	Banda central	$0,25 \cdot 351 = 87,75 \text{ kN} \cdot \text{m}$

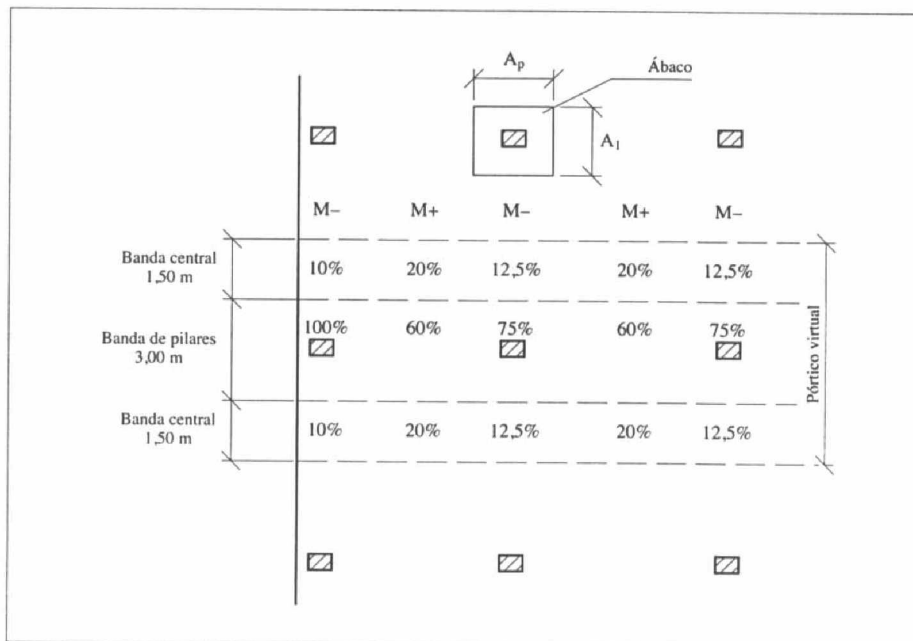


Figura 14.2.3.b Reparto en banda de pilares y central

IV. Reparto por nervio en cada banda

Puesto que en cada pórtico la banda de pilares (3 metros de ancho) se encuentra entre dos mitades de banda central (1,5 m cada mitad) los esfuerzos por nervio son:

Tabla 14.2.3.d Esfuerzos por nervio

Apoyo 1	Banda de pilares	$263,25 \cdot \frac{0,8}{3} = 70,20 \text{ kN} \cdot \text{m/nervio}$
	Banda central	$87,75 \cdot \frac{0,8}{1,5 + 1,5} = 23,40 \text{ kN} \cdot \text{m/nervio}$
Centro vano	Banda de pilares	$113,40 \cdot \frac{0,8}{3} = 30,24 \text{ kN} \cdot \text{m/nervio}$
	Banda central	$75,6 \cdot \frac{0,8}{1,5 + 1,5} = 20,16 \text{ kN} \cdot \text{m/nervio}$
Apoyo 2	Banda de pilares	$263,25 \cdot \frac{0,8}{3} = 70,20 \text{ kN} \cdot \text{m/nervio}$
	Banda central	$87,75 \cdot \frac{0,8}{1,5 + 1,5} = 23,40 \text{ kN} \cdot \text{m/nervio}$

#### 14.2.3.2 Dimensionamiento de armadura

En la siguiente tabla se muestran las secciones en las que se calcula la armadura longitudinal y la armadura obtenida para cada caso.

Tabla 14.2.3.e Secciones de armado

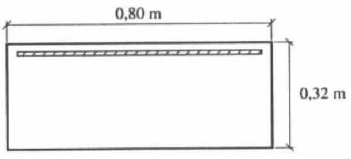
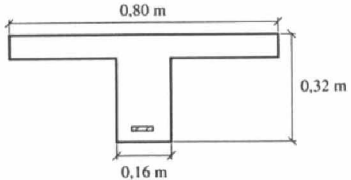
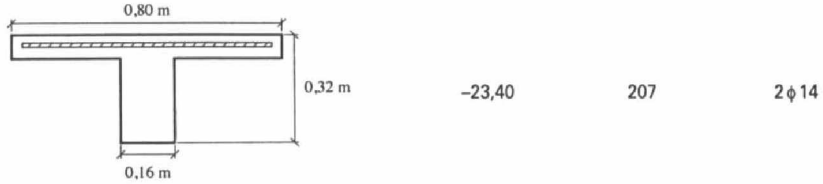
Sección	$M_d$	$A_{s, \text{cálculo}}$	Armadura
<p>Sección apoyos. Banda de pilares</p> 	-70,20	601	4 $\phi$ 14
<p>Sección centro vano. Banda de pilares</p> 	+30,24	253	2 $\phi$ 14

Tabla 14.2.3.e (continuación)

Sección apoyos. Banda central



Sección centro vano. Banda central



Las armaduras de cálculo han sido obtenidas de acuerdo a las fórmulas del Anejo 8 de la EHE. De acuerdo con la figura 2.11.5.a el armado de los nervios es:

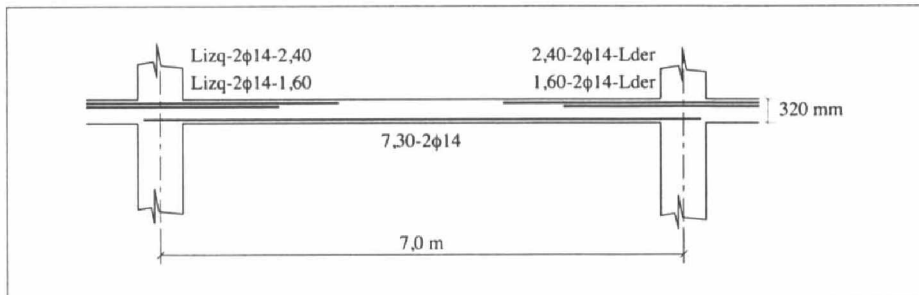


Figura 14.2.3.c Armado de cada nervio en banda de pilares

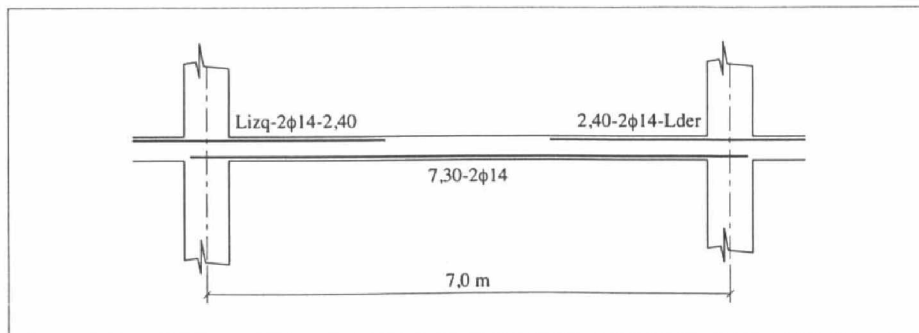


Figura 14.2.3.d Armado de cada nervio en banda central

## Guía de aplicación de la EHE

En la dirección Y el proceso es exactamente el mismo.

**14.2.3.3 Esfuerzos para el dimensionamiento de los pilares**

Dado que las luces de los vanos adyacentes al pilar son iguales para cada dirección, los momentos que se transmiten a éste son menores que si se diese dicha desigualdad.

Según 2.7.4.2 los momentos en cada dirección que solicitan el pilar son:

$$M_y = 0,07 \cdot [(8,25 + 0,5 \cdot 6,4) \cdot 6 \cdot 7^2 - 8,25 \cdot 6 \cdot 7^2] = 65,85 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$M_x = 0,07 \cdot [(8,25 + 0,5 \cdot 6,4) \cdot 7 \cdot 6^2 - 8,25 \cdot 7 \cdot 6^2] = 56,44 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

Con estos momentos y el axil de cálculo habría que dimensionar el pilar a flexocompresión esviada.

**14.2.4 Comprobación del Estado Límite de Agotamiento frente a cortante**

Una práctica usual es dar a los ábacos unas dimensiones en planta de aproximadamente 1/5 de la luz del recuadro a cada lado del pilar, procurando ajustarse a la cuadrícula de nervios de intereje 0,8 m:

$$\frac{7,0 + 7,0}{5} = 2,8 \approx 2,4 \text{ m}$$

$$\frac{6,0 + 6,0}{5} = 2,4 \text{ m}$$

Así por cada lado del ábaco acometen 4 nervios, 16 en total (véase figura 14.2.4.a).

El esfuerzo cortante en la entrada de los nervios al ábaco puede aproximarse con un reparto plástico:

$$V_d = (g_d + q_d) \cdot (l_1 \cdot l_p - A_p \cdot A_1) = 14,65 \cdot (7 \cdot 6 - 2,4^2) = 531 \text{ kN}$$

Por nervio:

$$V_d = \frac{531}{16} = 33,20 \text{ kN/nervio}$$

La resistencia a cortante del hormigón de cada nervio sin disponer armadura transversal es:

$$\begin{aligned} V_{cu} &= 0,12 \cdot \left(1 + \sqrt{\frac{200}{d}}\right) \cdot (100 \cdot \rho_l \cdot f_{ck})^{1/3} \cdot b \cdot d \cdot 10^{-3} = \\ &= 0,12 \cdot \left(1 + \sqrt{\frac{200}{280}}\right) \cdot \left(100 \cdot \frac{2 \cdot 200}{280 \cdot 160} \cdot 25\right)^{1/3} \cdot 160 \cdot 280 \cdot 10^{-3} = \\ &= 27,92 \text{ kN} \end{aligned}$$

## EJEMPLO 14. FORJADO SIN VIGAS

Luego será necesario disponer una armadura de cortante de al menos:

$$V_{cu} = \frac{0,10}{0,12} \cdot 27,92 = 23,27 \text{ kN}$$

$$V_{su} = V_d - V_{cu} = 33,20 - 23,27 = 9,93 \text{ kN} = 0,9 \cdot d \cdot A_{\alpha} \cdot f_{y\alpha,d}$$

$$A_{\alpha} = 99 \text{ mm}^2/\text{m}$$

$$A_{\alpha,\min} \cdot f_{y\alpha,d} = 0,02 \cdot f_{cd} \cdot b_0$$

$$A_{\alpha,\min} = \frac{0,02 \cdot 16,67 \cdot 160}{400} \cdot 10^{-3} = 133,4 \text{ mm}^2/\text{m}$$

Luego se dispone al menos la cuantía mínima (véase 2.11.5.3, placas aligeradas):

En la figura se muestra la zona armada a cortante en el ábaco.

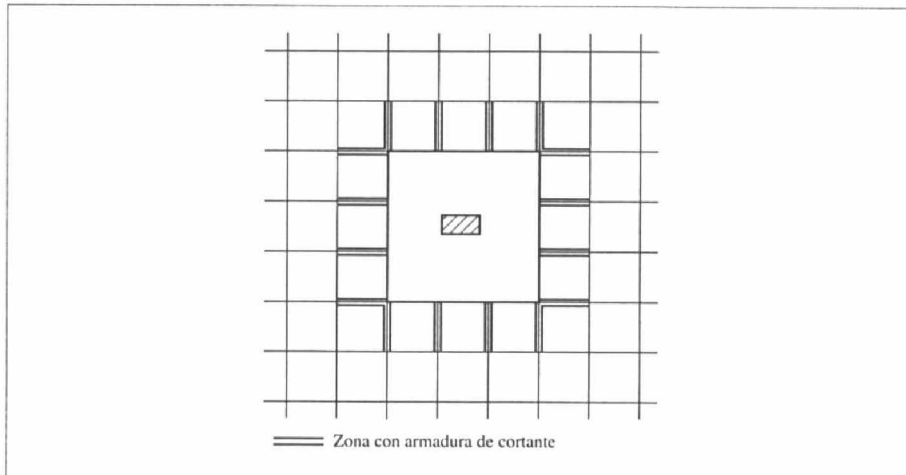


Figura 14.2.4.a Armadura de cortante en nervios

### 14.2.5 Comprobación del Estado Límite de Punzonamiento

Siguiendo el proceso señalado en 2.9.5:

#### I. Comprobación de resistencia máxima de las bielas de punzonamiento en el hormigón

Para un esfuerzo máximo de punzonamiento  $N_d$  de:

$$N_d = 1,15 \cdot (g_d + q_d) \cdot l_p \cdot l_1 = 707 \text{ kN}$$

$$u_0 = 300 \cdot 2 + 600 \cdot 2 = 1.800 \text{ mm}$$

$$u_0 \cdot d = 1.800 \cdot 280 = 504.000 \text{ mm}^2$$

$$\frac{N_d}{u_0 \cdot d} = \frac{707 \cdot 1.000}{504.000} = 1,4 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{i,cd} = 0,3 \cdot \frac{25}{1,5} = 5,0 \text{ N/mm}^2 > 1,4 \text{ N/mm}^2$$

Guía de aplicación de la EHE

En caso de que esta comprobación no hubiese resultado correcta, hubiese sido necesario o bien modificar la geometría del forjado (aumentando el canto, disponiendo capiteles, aumentando la sección de los pilares inferiores...) o el hormigón a una resistencia mayor.

**II. Perímetro crítico**

Según la figura:

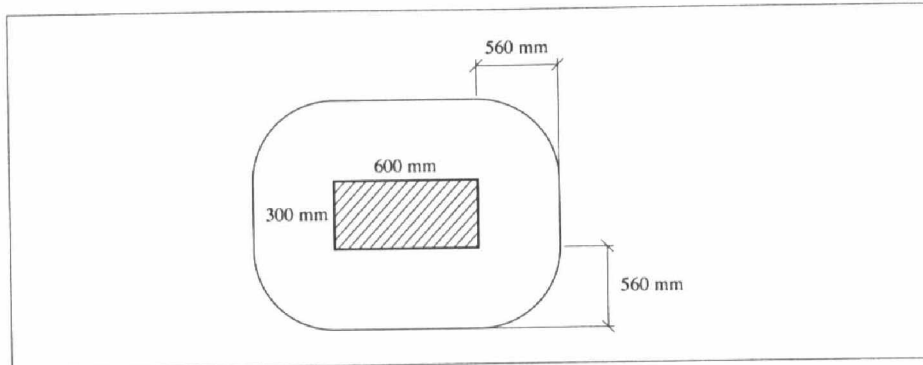


Figura 14.2.5.a Perímetro crítico

$$u_l = 300 \cdot 2 + 600 \cdot 2 + \pi \cdot 2 \cdot 560 = 5.318,6 \text{ mm}$$

$$A_{crit} = 5.318,6 \cdot 280 = 1.489.203 \text{ mm}^2$$

**III. Tensiones tangenciales  $\tau_{sd}$   $\tau_{rd}$**

$$\tau_{cu} = 0,12 \cdot \left( 1 + \sqrt{\frac{200}{280}} \right) \cdot (100 \cdot \rho_l \cdot f_{ck})^{1/3}$$

$$\rho_l = \sqrt{\rho_x \cdot \rho_y} \quad \text{en el perímetro definido en la figura}$$

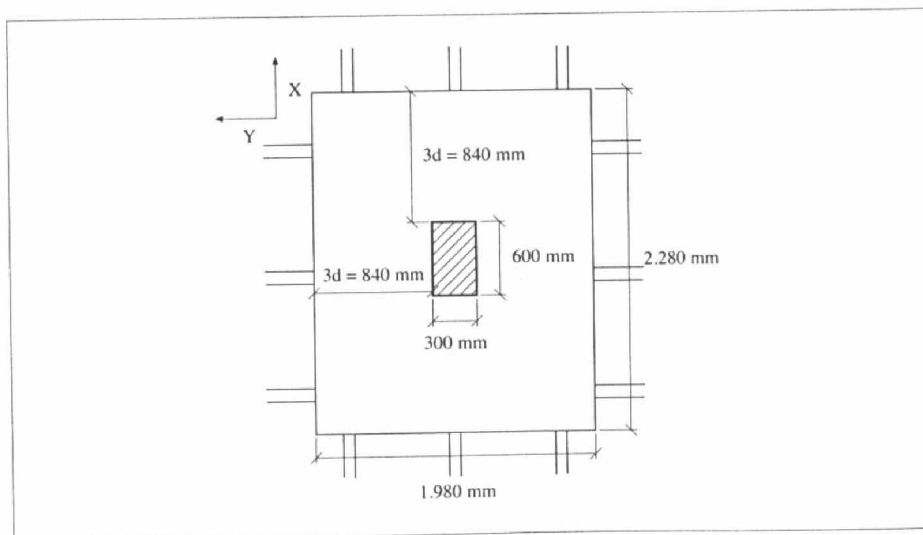


Figura 14.2.5.b Perímetro para evaluación de la cuantía longitudinal

## EJEMPLO 14. FORJADO SIN VIGAS

$$\rho_x = \frac{3 \cdot 4 \cdot 150}{1.980 \cdot 280} = 3,25 \cdot 10^{-3}$$

$$\rho_y = \frac{3 \cdot 4 \cdot 150}{2.280 \cdot 280} = 2,82 \cdot 10^{-3}$$

$$\rho_l = \sqrt{\rho_x \cdot \rho_y} = 3,03 \cdot 10^{-3}$$

$$\tau_{cu} = 0,43 \text{ N/mm}^2$$

$$\tau_{pd} = \frac{1,15 \cdot (g_d + q_d) \cdot l_p \cdot l_l}{A_{crit}} = 0,47 \text{ N/mm}^2 *$$

$$V_{su} = \left( 0,47 - 0,43 \cdot \frac{0,10}{0,12} \right) \cdot 10^{-3} \cdot A_{crit} = 166 \text{ kN}$$

$$A_a = \frac{166 \cdot 10^3}{0,9 \cdot 0,280 \cdot 400} = 1.650 \text{ mm}^2/\text{m}$$

Esta armadura ha de disponerse dentro del perímetro crítico:

$$2 \cdot d = 560 \text{ mm}$$

$$1.650 \cdot 0,56 = 924 \text{ mm}^2$$

Disponiendo estribos de 2 ramas  $\phi 8$ :

$$\frac{924}{2 \cdot 4 \cdot 50} = 2,31 \approx 3 \text{ en cada dirección según se indica en la figura:}$$

3 estribos  $\phi 8$  en cada dirección

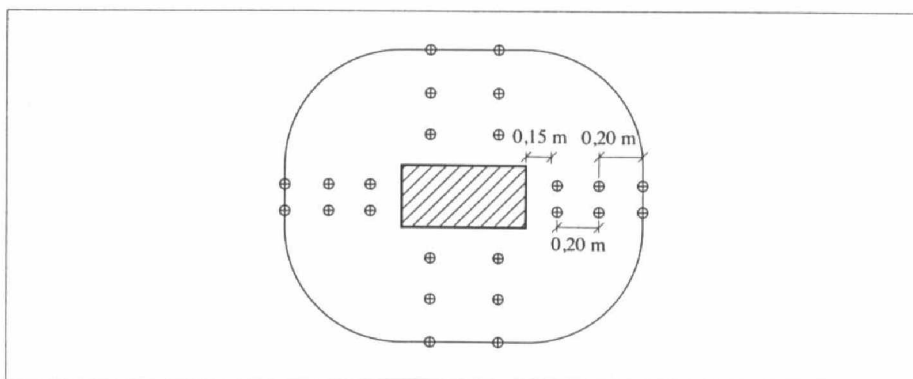


Figura 14.2.5.c Armado a cortante

\* Podrían restarse al esfuerzo de punzonamiento las cargas exteriores dentro del perímetro crítico.

## IV. Comprobación en zona exterior al perímetro crítico

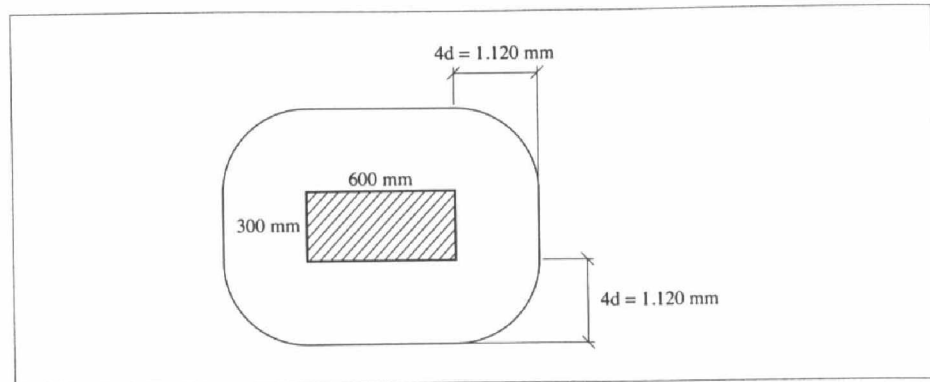


Figura 14.2.5.d Comprobación fuera del perímetro crítico

$$A_{cp} = (2 \cdot 300 + 2 \cdot 600 + 2 \cdot \pi \cdot 4 \cdot 280) \cdot 280 = 2.474.407 \text{ mm}^2$$

$$\tau_{rd} = 0,43 \text{ N/mm}^2$$

$$\tau_{sd} = \frac{(g_d + q_d) \cdot l_p \cdot l_l}{A_{cp}} = \frac{616 \cdot 10^{-3} \cdot 6 \cdot 7}{2.474.407} = 0,25 \text{ N/mm}^2 < 0,43 \text{ N/mm}^2$$

## 14.2.6 Comprobación del Estado Límite de Deformaciones

El canto del forjado se predimensionó de manera que no sea necesario realizar la comprobación de deformaciones (véase 14.2.2).



**ANEJO 3: Ejercicio resuelto mediante aplicación de la EHE.**

# HL.1 Losas. Armadura longitudinal\*

Dimensionamiento de la armadura longitudinal de una losa maciza o de un forjado reticular

## DATOS NECESARIOS

- Carga superficial característica de la losa ( $q_k$ )
- Canto ( $h$ )  
Si no conoce el canto, para cargas normales de vivienda o aparcamiento tome  $h = L/20$  a  $L/25$
- Geometría de la planta (Luces  $L$ )

## DESARROLLO

### Definición de pórtico

Para analizar la flexión en la losa se utiliza el método de los pórticos virtuales. Se toman dos direcciones perpendiculares  $x$  e  $y$ . El pórtico virtual se divide en dos bandas:

- Banda de pilares: de ancho igual a la mitad del ancho del pórtico
- Banda central: de ancho también igual a la mitad del ancho total, pero dividida en dos partes a ambos lados de la banda de pilares.

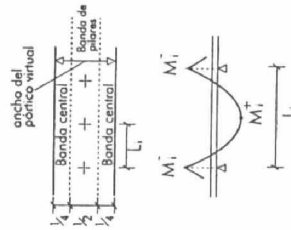
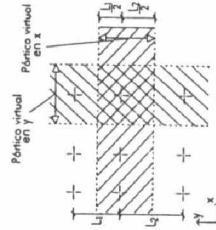
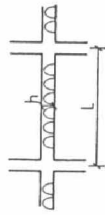
### Momentos de cálculo

• Momento total

• Positivos  $M_d^+ = 1,6 \frac{q_k \cdot \text{ancho} \cdot \text{luz}^2}{16}$

• Negativos  $M_d^- = 1,6 \frac{q_k \cdot \text{ancho} \cdot \text{luz}^2}{10}$

donde:  
 $q_k$ : carga total por metro cuadrado  
 ancho: ancho del pórtico  $\approx a$   
 luz: luz del vano considerado



• Reparto en bandas  
 Estos momentos ( $M^+$  y  $M^-$ ) son en todo el ancho del pórtico y habrá que repartirlos en banda de pilares y banda central. La banda de pilares siempre coge mucho más momento que la banda central. Del momento total, el 80% se va a la banda de pilares y el 30% a la central (suman más de 100% por seguridad)

• Losa maciza. Momento de cálculo por metro lineal  $p \cdot l \cdot \text{ancho}$

En banda de pilares  $M_d^- = 1,6 \frac{q_k \cdot a \cdot l^2}{10} \cdot 0,8 \frac{1}{a/2}$

$M_d^+ = 1,6 \frac{q_k \cdot a \cdot l^2}{16} \cdot 0,8 \frac{1}{a/2}$

En banda central  $M_d^- = 1,6 \frac{q_k \cdot a \cdot l^2}{10} \cdot 0,15 \frac{1}{a/4}$

$M_d^+ = 1,6 \frac{q_k \cdot a \cdot l^2}{16} \cdot 0,15 \frac{1}{a/4}$

### Reticular. Momento de cálculo por nervio

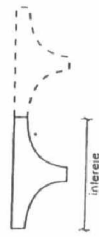
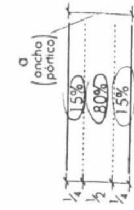
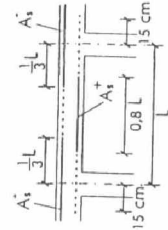
Momento por nervio = Momento por metro lineal  $\times$  intereje

Momento por metro lineal: el mismo que el de losa maciza  
 Intereje: distancia entre nervios. Usualmente entre 0,80 y 0,85 m.

### Armadura ( $A_s$ )

$$A_s = \frac{M_j}{0,8 f_{yd}} \cdot [\times 1000]$$

En losa maciza  $M_j$  [mT/m]  $A_s$  [cm<sup>2</sup>/m]  
 En reticular  $M_j$  [mT/nervio]  $A_s$  [cm<sup>2</sup>/nervio]  
 Se calculará  $A_s$  para banda central y para banda de pilares.  
 Esta armadura es la de una dirección. Hay que repetir el proceso con la otra dirección.



## NOTAS

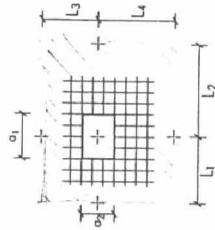
(\*) Reparto del momento: para conocer los valores exactos de los momentos y su reparto, véase la EHE.

## HL.2 Cortante en reticular

Dimensionamiento de la armadura de cortante de los nervios de un reticular en la zona cercana a un ábaco.

### DATOS NECESARIOS

- Carga total superficial característica del forjado ( $q_k$ )
  - Canto ( $h$ )
  - Geometría de la planta (luces  $L_1$ )
  - Dimensiones del ábaco ( $a_1, a_2$ )
- Las dimensiones usuales son de 1/5 de la luz



### DESARROLLO

- Ábaco  
Es la zona macizada alrededor del pilar en la que no se disponen casetones por necesitarse toda la sección para resistir el cortante y el punzonamiento.
- Cortante de cálculo ( $V_d$ )  
Se calcula el cortante en la unión nervio-ábaco. Se hace la suposición de distribución plástica que significa que, en todo el contorno del ábaco, todos los nervios tienen el mismo cortante. Esto es cierto siempre que la diferencia de luces adyacentes no sea excesiva.

$$V_{d, total} = 1,6q \left[ \frac{(L_1 + L_2)(L_3 + L_4)}{2} - a_1 a_2 \right]$$

$V_d$  [T]  
 $q$  [T/m<sup>2</sup>]  
 $L_1, a_1$  [m]

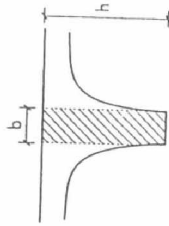
Cortante por nervio:

$$V_d = \frac{V_{d, total}}{n^\circ \text{ nervios}}$$

Ejemplo de la figura:  $n^\circ$  nervios = 18

- Sección resistente

El esfuerzo cortante es resistido por una sección transversal como la de la figura.  
El área resistente es sólo el área rayada.



- Armadura ( $A_{cs}$ )

Se debe comparar  $V_d$  con el valor del cortante que resiste la sección ( $V_{cs}$ ).

$$V_{cs} = 0,5 \sqrt{f_{cs}} b_w d \times 10$$

$V_{cs}$  [T]  
 $f_{cs}$  [kg/cm<sup>2</sup>]  
 $b_w d$  [m]  
 $d = h - \text{recubrimiento}$

Si  $V_d < V_{cs}$  No hace falta disponer cercos en los nervios  
Si  $V_d > V_{cs}$  Se dispone la siguiente armadura de cercos

$$A_{cs} = \frac{V_d - V_{cs}}{0,8 f_{cs}} \times 10000$$

$A_{cs}$  [cm<sup>2</sup>/ml]  
 $f_{cs}$  min(4000,  $f_{cs}$ ) [kg/cm<sup>2</sup>]  
 $h$  [m]  
 $V_d, V_{cs}$  [T]

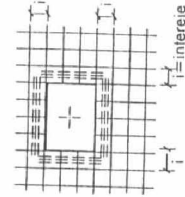
- Disposición de  $A_{cs}$

Hay que disponer los cm<sup>2</sup>/ml obtenidos en el primer casetón de cada nervio, como se indica en la figura, es decir, en una longitud igual al intereje.

El proceso para calcular el número de cercos es elegir el diámetro, ( $\phi$ ), y aplicar:

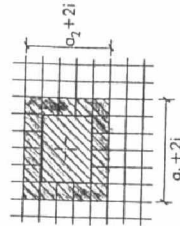
$$n^\circ \text{ cercos} = \frac{A_{cs}}{2A_\phi}$$

$A_\phi$  Área de un diámetro  $\phi$   
2 Ramas verticales por cerco



$$V_{d, total} = 1,6q \left[ \frac{(L_1 + L_2)}{2} \left( \frac{L_3 + L_4}{2} \right) - (a_1 + 2l) (a_2 + 2l) \right]$$

Habría que comprobar si en la segunda fila de casetones sigue haciendo falta disponer armadura transversal. Para ello se sigue el mismo proceso suponiendo que el ábaco es mayor (ábaco+primera fila de casetones). En este nuevo cálculo el cortante disminuye y aumenta el número de nervios que resisten. En el ejemplo, los nervios que llegan a este "ábaco" son 26.

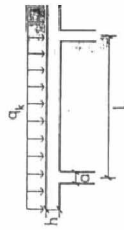


### HL.3 Punzonamiento

Comprobación a punzonamiento de un pilar central que soporta una losa maciza o un forjado reticular.

#### DATOS NECESARIOS

- Carga total característica de la losa o forjado ( $q_k$ )
- Canto de la losa o forjado ( $h$ )
- Geometría de la planta (Luces  $L_1$ )
- Escuadría del pilar ( $a \times b$ )



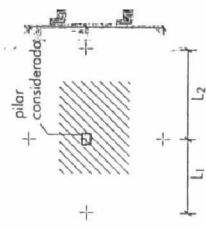
#### DESARROLLO

El punzonamiento se comprueba en elementos superficiales (losas o ábacos de forjados reticulares) sobre apoyos aislados (pilares).

- Esfuerzo de punzonamiento ( $V_d$ )

$$V_d = 1,6 q_k A$$

$$A = \text{Área de influencia del pilar} = \left( \frac{L_1 + L_2}{2} \right) \left( \frac{L_1 + L_2}{2} \right)$$



- Punzonamiento máximo

La resistencia de las bielas se comprueba en la sección de intersección del contorno del pilar con el forjado.

$$\text{Superficie} = 2d(a+b) \quad d: \text{canto útil} = h - \text{recubrimiento}$$

$$V_d < 1,5 \sqrt{f_{cd}} 2d(a+b) [\times 10^3]$$

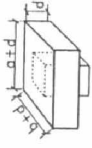
$\frac{V_d}{f_{cd}}$  [T]  
=  $\frac{q_k}{d} \cdot 1,5$  [kg/cm<sup>2</sup>]  
a,b,d [m] h-recubrimiento

Si esto no se cumple habrá que:

- Aumentar la escuadría del pilar (lo más barato)
- Aumentar el canto de la losa (lo más efectivo)
- Mejorar la resistencia del hormigón ( $f_{cd}$ )

- Superficie crítica de punzonamiento

Es una superficie concéntrica a la utilizada para comprobar el cortante máximo, a una distancia  $d/2$ . Superficie crítica =  $2d(a+b+2d)$



- Armadura ( $A_{cs}$ )

El esfuerzo de punzonamiento debe resistirse con el hormigón  $V_{cs}$ , si no es suficiente, con armadura. Se debe comparar  $V_d$  con el valor de la resistencia de la superficie crítica.

$$V_{cs} = \sqrt{f_{cd}} 2d(a+b+2d) [\times 10^3]$$

$\frac{V_{cs}}{a,b,d}$  [T]  
[kg/cm<sup>2</sup>]  
[m]

Si  $V_d < V_{cs}$  No se necesita armadura de punzonamiento.

Si  $V_d > V_{cs}$  Se dispone la siguiente armadura:

$$A_{cs} = \frac{V_d - 0,5 V_{cs}}{0,8 h f_{yad}} [\times 10000]$$

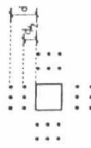
$A_{cs}$  [cm<sup>2</sup>/ml]  
=  $\frac{\text{min}(4000, f_{yad})}{f_{yad}}$  [kg/cm<sup>2</sup>]  
h [m]  
 $V_d, V_{cs}$  [T]



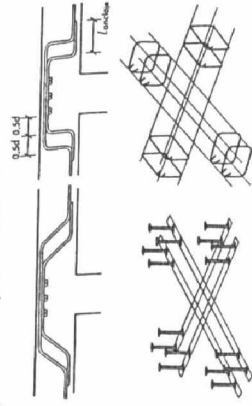
- Disposición de  $A_{cs}$

Este área de armadura se dispone alrededor del pilar y dentro de la superficie crítica.

$$\text{Armadura a disponer} = A_{cs} d [\text{cm}^2] \quad A_{cs} [\text{cm}^2/\text{ml}] \quad d [\text{m}]$$

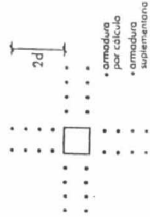


Formas de disponer armadura:



Se recomienda disponer, además de la armadura calculada, otra tanta alejada "d" del pilar.

Con esta medida se refuerza la seguridad frente a punzonamiento, que tiene rotura frágil y, además, se evita la comprobación en una segunda superficie crítica que es preceptiva.



**ANEJO 4: Ventajas e inconvenientes de los forjados reticulares.**

### 3.3. Criterios de proyecto: Ventajas e inconvenientes de los forjados reticulares

Como sucede con casi todo, los forjados reticulares poseen partidarios y detractores, y tanto los unos como los otros aducen sus argumentos basados en su experiencia particular con los mismos y, la mayor parte de las veces, sin un conocimiento profundo sobre la cuestión. Es curioso cómo lo anterior puede constatarse incluso dentro de una misma publicación, de la que reproducimos una opinión de actitud negativa y otra positiva sobre el forjado reticular.

"El segundo grupo de soluciones aparece como alternativa a la losa, con un canto ligeramente mayor, que alivia la zona alrededor del soporte, pero aligerando de peso el resto de la superficie; en definitiva ese es el reto del forjado, suministrar suficiente resistencia e indeformación sin pesar demasiado, reto que acaba dando lugar al forjado bidireccional, cruzado o sin vigas como también se le denomina.

En esta solución amplias zonas de vano en ambas direcciones se encuentran alveoladas de forma que sólo una fracción entre el quinto y el décimo es macizo en todo el canto, denominándose los nervios de dicho forjado. La solución de forjado cruzado no reproduce con absoluta fidelidad el comportamiento omnidireccional de la losa maciza<sup>(1)</sup>; la falta de rigidez a torsión correspondiente a la flexión que aparenta, por lo que el modelo de comportamiento es más el de un emparrillado de vigas que el de una auténtica losa. Desde el punto de vista que ahora nos ocupa, el de los forjados planos, esta alternativa es todavía costosa y además pesada. Es más, como luego se verá no comporta ninguna ventaja de canto o armadura frente a un forjado convencional pero plano, para soportar una carga constante y uniformemente repartida cual es la hipótesis estándar de un forjado de viviendas. Donde un forjado cruzado compite con ventajas es en la capacidad de soportar cargas móviles o más exactamente fuertes cargas locales cambiantes, aun cuando den una equivalente repartida moderada.

El forjado cruzado, o sin vigas, se usa sobre todo en edificios públicos, escolares, deportivos, etc.; en los casos de viviendas es todavía una solución costosa, complicada de ejecución y relativamente pesada." (Curso de forjados armados. COAM J. Luis de Miguel).

Veamos la segunda opinión:

"El forjado sobre apoyos aislados supone una solución estructural menos ventajosa que las placas, si exceptuamos el menor peso propio que conlleva. De hecho, la cantidad de armadura necesaria para un forjado reticular es análoga a la de los forjados unidireccionales para un mismo canto, e incluso a la de las placas.

Con la solución de forjado reticulado, armado en dos direcciones, se obtiene un mayor grado de rigidez, una mayor continuidad de la estructura respecto a los sistemas unidireccionales de forjados.

Esto se debe a que los recorridos horizontales involucran sistemáticamente a más elementos, y aquellos son más directos; existe una respuesta continua y homogénea del forjado frente a la componente de la sollicitación, momento flector, en contraste con las soluciones unidireccionales del forjado.

Lo anterior nos lleva a un comportamiento frente a las acciones horizontales más ventajoso para los forjados reticulares.

Asimismo, el comportamiento de los forjados reticulares es favorable con relación a los forjados con vigas (descolgadas o no), respecto a las cargas puntuales ya que el reparto de estas es más directo y en todas las direcciones". (Curso de forjados armados. COAM J. León Paniagua).

Evidentemente, ningún forjado tipo plano para luces inferiores a los 6 ó 7 m, ya sea reticular o unidireccional, puede competir es-

tructuralmente hablando con la losa maciza de hormigón, salvo en precio; siempre y cuando no cambien las condiciones actuales del mercado de las estructuras. En este punto parece que todos estamos de acuerdo; sin embargo, los sistemas constructivos que se siguen casi de forma rutinaria en las distintas regiones de nuestra geografía por la presencia de tal o cual casa de estructuras o forjados, hacen posible que surjan las opiniones distintas, no siempre exentas de intereses ajenos a los puramente técnicos, sobre los forjados de tipo unidireccional y reticular, que son los presentes actualmente de forma mayoritaria en la construcción de nuestros edificios. Trataremos de exponer, sin ánimo de agotar el tema, algunas consideraciones de tipo general que, junto a las opiniones reproducidas, permitan en fase de proyecto valorar y decidir sobre el uso del forjado reticular como alternativa al forjado unidireccional.

Pasada ya la época en la cual los edificios poseían luces de 4 metros y las jácenas descolgaban de las placas quedando reflejadas en los techos, hemos entrado en la época donde imperan, por desgracia para las estructuras, los techos planos y las luces elevadas. Actualmente, las estructuras de los edificios normales, básicamente están divididas en dos grandes bloques:

- Estructuras de vigueta y bovedilla con jácenas planas.
- Estructuras con forjado reticular.

Ambos tipos de estructura, por el sistema constructivo de acabar los cerramientos de abajo hacia arriba y por la excesiva flexibilidad de los forjados, están originando problemas de deformabilidad elevada y rotura de tabiquerías.

No obstante, y pese a que tal y como hemos visto en el apartado anterior, las Normas fijan cantos mínimos excesivamente bajos para los reticulares, en los tiempos actuales han sido los propios proyectistas, conscientes de la problemática mencionada, los que están adoptando una actitud conservadora en la elección de los cantos, inclinándose el péndulo hacia espesores tal vez excesivos, e introduciendo con sus elevados pesos otra problemática diferente y penalizadora para las estructuras.

Bajo el punto de vista de que los forjados reticulares pesan más que los forjados unidireccionales, es aconsejable proyectarlos con unos cantos ligeramente superiores en torno al 10%; aunque en la actualidad, debido al conservadurismo tal vez excesivo de los proyectistas de forjados unidireccionales, los cantos que se manejan son bastante similares, incluso mayores a los adoptados en los reticulares.

Con el objeto de facilitar y simplificar los cálculos del proyecto con relación a las deformaciones de las placas, el autor recomienda que se adopten sus criterios en la elección de los cantos, evitándose así la mayoría de las veces, según las prescripciones de la EHE expuestas en el art. 50º Estado Límite de Deformación, que sea necesario calcular las flechas en las mismas.

No obstante, con todas las precauciones del mundo y a falta de datos más precisos, se recomienda que la flecha activa, en términos relativos a la longitud del vano que se comprueba, sea menor o igual a  $L/400$ . En todo caso, datos existentes en la bibliografía, obtenidos de casos reales de patología, indican que para evitar problemas de fisuración en las tabiquerías la flecha activa debe mantenerse por debajo de 1 cm.

Las luces que en el presente se manejan en la edificación española genéricamente rondan los  $6 \pm 0,5$  m, y se están resolviendo tanto en unidireccional como en reticular con cantos idénticos en torno a 27-30 cm.

Por encima de los 7 m, el campo del proyecto de las estructuras de edificación con forjados planos pertenece a los reticulares, al no tener prácticamente limitación la altura de las piezas aligerantes disponibles y porque -además, en estos casos- las vigas planas alcanzan tamaños que se alejan del concepto de viga y resulta problemático encontrar en el mercado bovedillas aligerantes unidireccionales de altura mayor a los 24-26 cm.

Las estructuras con forjado reticular pesan más y, por consiguiente, encarecen los soportes y las cimentaciones del orden de un 5 a un 10% y, tenemos que añadir, que presentan otra desventaja con relación a las tradicionales: la necesidad de encofrar toda la planta durante su construcción. Las instalaciones eléctricas horizontales que van por los techos, tienen una solución ligeramente más delicada y un poco más costosa en los forjados reticulares, al ser la capa de yeso que las cubre de mayor espesor, recomendándose el uso de vainas planas para los cables.

Los edificios resueltos con forjados reticulares exigen un mejor estudio en los proyectos de las instalaciones verticales, dado que los huecos no previstos no se abren tan fácilmente como rompiendo unas bovedillas y, aunque parezca increíble, por eso algunos malos proyectistas huyen de este tipo de forjado y su opinión sobre los mismos no debe ser tenida en cuenta.

Tampoco debe ser tenida en cuenta la opinión de aquéllos que, desconociendo los métodos de cálculo y la experiencia necesaria para resolverlos, critican este tipo de forjado.

Los forjados reticulares requieren más atención y su cálculo es más complejo que los basados en vigas y viguetas, pero esto no debe ser motivo de rechazo.

Frente a estos inconvenientes mencionados, unos reales: Mayores cantos, mayor peso, mayor consumo de encofrado; y otros ficticios: Mejor definición de los proyectos y cálculo más complejo; no cabe duda que los forjados reticulares tienen unas considerables ventajas que los hacen muy competitivos.

Los forjados reticulares soportan mayores luces y sobrecargas que los tradicionales, las distribuciones de pilares resultan más libres y las distribuciones de tabiquería pueden cambiarse a voluntad sin temor a roturas en los aligeramientos.

Existe mayor flexibilidad en los forjados reticulares a la hora de proyectar huecos, rampas, ascensores, *shunts*, instalaciones, etc., pero ¡ojo! en fase de proyecto.

El forjado reticular permite resolver fácilmente y con seguridad los voladizos quebrados en las dos direcciones, así como los vuelos que se plantean en las esquinas achaflanadas.

A la luz de las consideraciones anteriores, el forjado reticular permite al proyectista mejorar el fin último y prioritario de toda la construcción: La funcionalidad de la misma.

Frente a los forjados tradicionales, los forjados reticulares poseen un aislamiento térmico y acústico mejor por su mayor peso y compacidad.

A nuestro juicio, y experimentalmente, creemos que los forjados reticulares pueden aguantar cargas no previstas del orden de un 20% por encima de los forjados de viguetas, a igualdad de parámetros de cálculo.

Dado que se encofra toda la planta, la ejecución, ferrallado y seguridad del personal en la construcción de los forjados reticulares es superior al unidireccional, que exige caminar incómodamente y con precaución sobre las viguetas si no se encofra toda la planta, cosa que recomendamos hacer pese a que no sea estrictamente necesario.

Podríamos resumir lo expuesto hasta aquí en los siguientes términos:

- Para luces inferiores a los 5 metros y pórticos alineados, resulta más económico el forjado tradicional. Para luces entre 5 y 6 metros compiten económicamente ambos, con ventajas para el tradicional si los pórticos están bien alineados y con desventajas si existen muchos brochales. Para luces superiores a los 6 metros la balanza comienza a inclinarse sin dudas hacia el forjado reticular.
- Si la estructura debe soportar empujes horizontales, especialmente si son sísmicos, la estructura idónea es la de nervios de gran canto 30x50 ó 40x50 entre pilares con una placa maciza o aligerada reticular de un canto menor. Como esta solución no se impondrá hasta que suframos un sismo destructivo en España, aconsejamos el forjado reticular frente al tradicional de jácenas planas, dado que ata mejor la estructura en las dos direcciones y los ábacos poseen una ductilidad mayor que la que presentan unas simples jácenas de 60 u 80x26 cm en el mejor de los casos.

En los edificios de gran altura, el forjado reticular está mostrando unas cualidades y comportamientos notablemente

buenos, especialmente cuando la estructura vertical frente a los esfuerzos horizontales se plantea a base de pantallas y núcleos de gran rigidez, intercalando entre ellas pilares que trabajan básicamente a esfuerzos verticales.

El poder analizar espacialmente los edificios mencionados con los modernos programas de ordenador ha supuesto un avance considerable, bajo todos los puntos de vista, en el diseño y compresión de los mecanismos resistentes de las estructuras de estos edificios.

El forjado reticular, con sus nervios cruzados ortogonalmente, materializa muchísimo mejor que el unidireccional el carácter e hipótesis de diafragma rígido indeformable de los pisos en sus planos como habitualmente se acepta en los cálculos de los edificios de gran altura, uniformizando los desplazamientos y repartiendo los esfuerzos de manera directa a las rigideces que posean los elementos que sostienen el edificio.

El forjado reticular es el forjado básico que habitualmente empleamos en el Levante español, resolviendo los edificios de una gran esbeltez transversal y con alturas variables entre las 10 y 50 plantas, demostrando un grado de eficacia frente a los vientos habituales máximos de la zona del orden de los 80-100 km/h, fuera de toda duda.

- Bajo un punto de vista puramente estético, el forjado reticular de cubetas recuperables permite, como ya se ha dicho anteriormente, un aprovechamiento arquitectónico que el forjado tradicional no puede proporcionar.
- Bajo el punto de vista de la promoción, los locales comerciales resultantes de las estructuras resueltas con forjado reticular experimentan una mejor venta, al tener espacios más diáfanos y funcionales originados por la ubicación más libre y estratégica de los pilares; aunque muchas veces y, desgraciadamente para las tabiquerías superiores, la estrategia empleada no sea la más ortodoxa y correcta.
- Finalmente, queremos acabar este apartado transmitiendo la experiencia recibida de algunos constructores de Alicante y que consideramos de interés; y es que el forjado reticular, a pesar de su mayor peso, mayor consumo de hormigón y encofrado, resulta más económico que el tradicional, si las diferencias en cuantías de acero por metro cuadrado no superan los 3 Kp/m<sup>2</sup> (30 kN/m<sup>2</sup>).

Las razones que aducen estos constructores se basan en los precios cada vez más altos de las viguetas y en el gran avance que se ha experimentado en la tecnología de los encofrados, que permite, al encofrarse toda la planta, obtener mejores rendimientos constructivos en las estructuras concebidas con forjados reticulares.



**Bibliografía:**

Comisión Permanente del Hormigón.  
*Instrucción de Hormigón Estructural EHE 99*  
Madrid: Ministerio de Fomento.

Comisión Permanente del Hormigón  
*Guía de aplicación de la Instrucción de Hormigón Estructural (Edificación)*  
2002. Madrid: Ministerio de Fomento.

Florentino Regalado Tesoro.  
*Los forjados reticulares: diseño, análisis, construcción y patología.*  
CYPE Ingenieros S.A.

*Números Gordos en el proyecto de Estructuras.*  
Cintra.

Jiménez Montoya, A. García Meseguer, F. Morán Cabré  
*Hormigón Armado*  
Ed. Gustavo Gili

**LECCIÓN 10.**  
**LA CIMENTACIÓN.**

**INDICE:**

- 1.- Definición.
- 2.- Distribución de tensiones en el terreno.
- 3.- Generalidades.
- 4.- Criterio de diseño.
- 5.- Zapatas.
  - 5.1.- Predimensionado.
  - 5.2.- Tensiones.
  - 5.3.- Comprobaciones generales.
  - 5.4.- Armado
    - 5.4.1.- Armado de zapata rígida.
    - 5.4.2.- Armado de zapata flexible.
  - 5.5.- Zapatas excéntricas.
    - 5.5.1.- Zapatas de medianería.
    - 5.5.2.- Zapatas de esquina.
- 6.- Cimentación por losa.
- 7.- Vigas de cimentación.
- 8.- Cimentación por pozos.
- 9.- Pilotajes.
  - 9.1.- Generalidades.
  - 9.2.- Encepados.
    - 9.2.1.- Armado de encepados rígidos sobre dos pilotes.
    - 9.2.2.- Armado de encepados rígidos sobre tres y cuatro pilotes.

## 10.- Elementos de contención

10.1. Acciones sobre el muro.

10.2. Muros de contención de tierras.

10.3. Cálculo de muros.

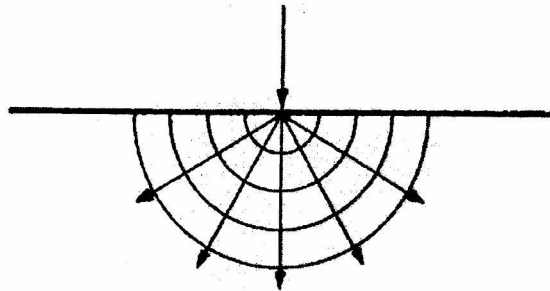
10.4. Muros pantalla.

## 1. DEFINICIÓN

*“Conjunto de elementos de unión del edificio con el terreno, cuya misión es soportar las cargas del edificio, transmitir las al terreno y anclarlo al mismo frente a otras acciones como la acción del viento y del sismo.”*

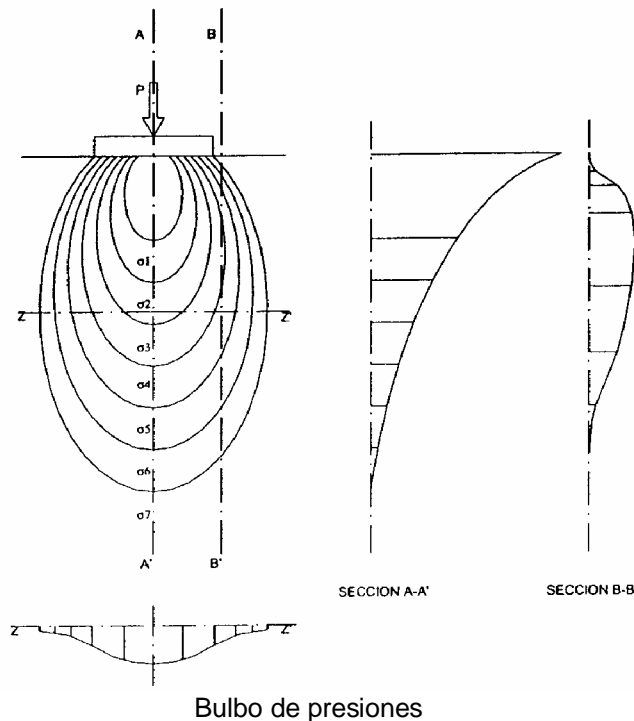
## 2. DISTRIBUCIÓN DE TENSIONES EN EL TERRENO

*Boussinesq* dedujo que las cargas aplicadas sobre el terreno se disipaban a través de éste produciéndose tensiones en cada punto del mismo.



Disipación de las tensiones en el terreno

Dado que el terreno es de composición irregular el reparto se realiza en forma de elipses variables en función de la tipología del terreno, uniendo todos los puntos de igual tensión vertical obtenemos una serie de superficies isobáricas, cuyo conjunto recibe el nombre de **bulbo de presiones** que se apartan de la geometría de una esfera precisamente dado el carácter de los terrenos reales que carecen de homogeneidad, isotropía y elasticidad perfecta.



Cortando el bulbo de presiones a la profundidad determinada obtendríamos evidentemente el gráfico de las tensiones para ese plano.

### DEDUCCIONES OBTENIDAS DEL SISTEMA DE PROPAGACIÓN DE TENSIONES

- Debajo del cimiento en una misma vertical a mayor profundidad menor tensión.
- En un mismo plano a mayor separación lateral menor tensión.
- A mayor anchura de la zapata con igual tensión de contacto mayor bulbo de presiones y por tanto afectación de profundidades mayores, con posibilidad de asientos diferenciales.
- Necesidad de comprobar la capacidad resistente o de asientos de los estratos inferiores al lecho de cimentación para las tensiones transmitidas según el bulbo de presiones.
- Aumento de tensiones por superposición de bulbos de presiones si las zapatas están próximas como para que los bulbos se corten.
- En caso de corte de terrenos que afecte a bulbos de presiones necesidad de prever el desequilibrio introducido.

## COMPROBACIONES GENERALES DE CARGAS

Como ya se ha comentado anteriormente las cargas transmitidas por la estructura al terreno provocan en éste ciertas tensiones. Estas tensiones nos interesan desde dos puntos de vista:

- a) Debemos comprobar que la tensión que actúa sobre el terreno es admisible (cálculo geotécnico).
- b) Debemos comprobar que las piezas de hormigón armado que constituyen la cimentación son capaces de soportar las reacciones que el terreno ejerce sobre ellas (cálculo estructural).

Para el cálculo geotécnico se trabaja en estado límite de servicio (acciones características y comprobación en tensiones admisibles), considerando las acciones transmitidas por la estructura y el peso del elementos de cimentación. En cuanto al peso del suelo que descansa sobre la zapata, parece lógico prescindir de él, ya que el suelo de la base estaba en equilibrio con dicho peso (siempre que no se aumente con más terreno) antes de efectuar la excavación.

Para el cálculo estructural se trabaja en estado límite último (acciones mayoradas) considerando tan sólo las acciones transmitidas por la estructura. No se considera el peso propio del elemento si, como es usual, la zapata se hormigona de forma continua, ya que entonces la reacción del terreno debida al peso del hormigón fresco se produce sobre un cuerpo libremente deformable y no produce tensiones. Tampoco se considera el peso del suelo que descansa sobre la zapata, por la misma razón apuntada anteriormente.

La carga admisible sobre el terreno puede venir impuesta por la condición de que los asientos del mismo sean compatibles con la capacidad de deformación de la estructura, o resultar de consideraciones puramente resistentes.

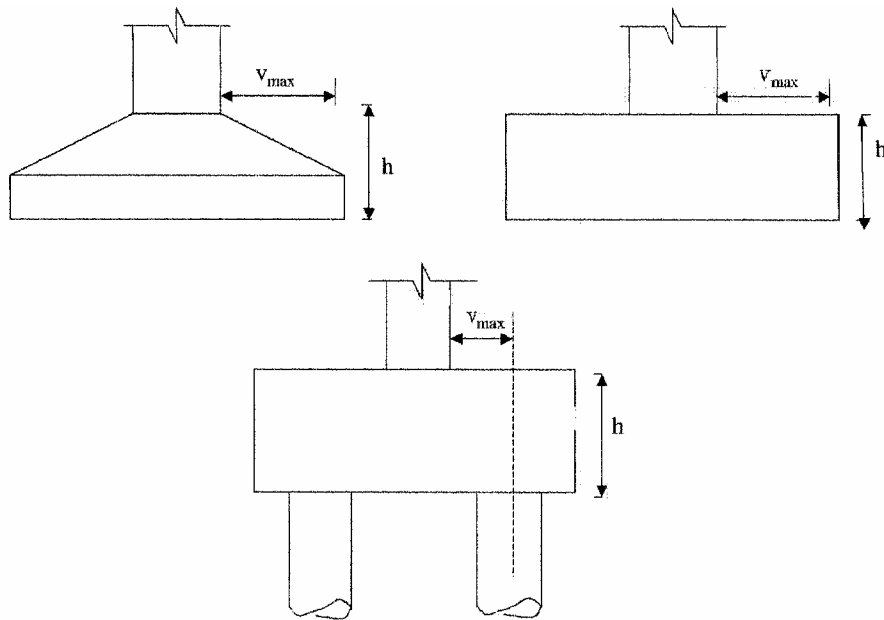
## **3. GENERALIDADES**

Las cimentaciones se suelen clasificar en cimentaciones superficiales y cimentaciones profundas, de acuerdo esencialmente a la forma de transmisión de dichas cargas.

- Las cimentaciones superficiales transmiten las cargas a través de tensiones normales sobre una superficie de apoyo “*grande*” en relación al tamaño del elemento (soporte o muro) que transmite la carga de la estructura al terreno de cimentación. Las cimentaciones superficiales suelen clasificarse en zapatas aisladas, zapatas corridas, zapatas combinadas y losas de cimentación.
- Las cimentaciones profundas transmiten las cargas mediante una combinación de tensiones (cargas en punta) y tangenciales (rozamiento) entre el elemento de cimentación y el terreno. Las cimentaciones profundas incluyen pilotes, micropilotes, zapatapilotes, pantallas y pozos de cimentación.

Las cimentaciones también se pueden clasificar de acuerdo a su forma de trabajo en:

- Cimentaciones rígidas como los encepados y zapatas con vuelo  $v$  en la dirección principal de mayor vuelo, menor que dos veces el canto  $v < 2h$ , los pozos de cimentación y los elementos masivos de cimentación (muros masivos de gravedad, contrapesos, etc.)
- Cimentaciones flexibles como los encepados y zapatas con vuelo  $v$  en la dirección principal de mayor vuelo, mayor que dos veces el canto  $v > 2h$  y las losas de cimentación.



Las **zapatas** (cimentación en zonas aisladas de la estructura) son el tipo más frecuente. Se emplean cuando el terreno tiene en su superficie una resistencia media o alta en relación con las cargas de la estructura, y es suficientemente homogéneo como para que no sean de temer asientos diferentes entre las distintas partes de ésta.

Las **losas** (cimentación en toda la superficie de la estructura) se emplean en terrenos menos resistentes o menos homogéneos o bajo estructuras más pesadas y menos deformables; con ellas se aumenta la superficie de contacto y se reducen los asientos diferenciales. A veces también se emplean cuando la cimentación ha de descender por debajo del nivel freático, para soportar la subpresión.

Los **pilotes** se emplean, en general, cuando el terreno resistente está a profundidades superiores a los 5 ó 6 metros; cuando el terreno es poco

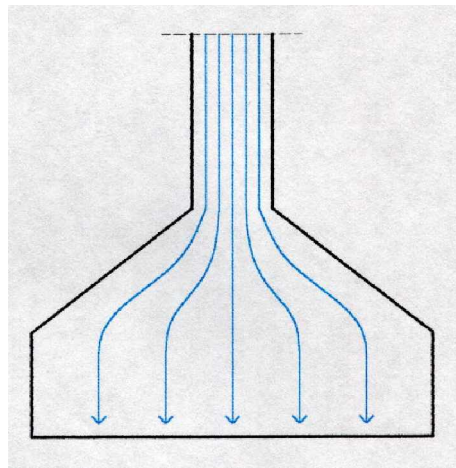


consistente hasta una gran profundidad; cuando existe gran cantidad de agua en el terreno; y cuando deben resistirse acciones horizontales de cierta importancia.

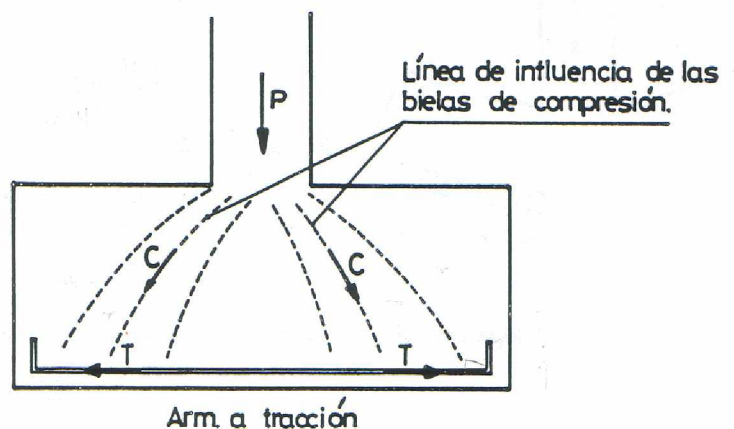
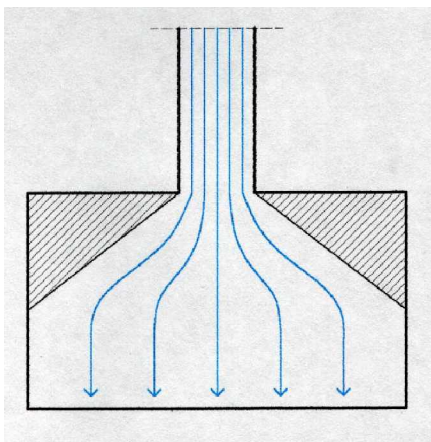
El cálculo de las cimentaciones está regulado en la normativa española por el artículo 59 de la instrucción EHE.

## 4. CRITERIO DE DISEÑO

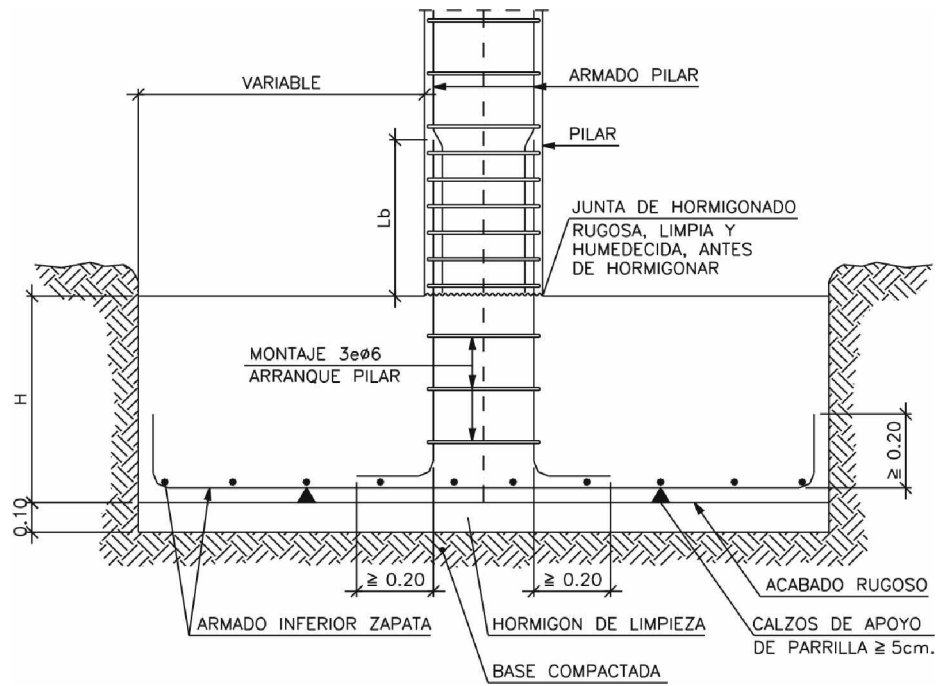
Un buen diseño de una cimentación, como cualquier elemento de hormigón armado, es aquel que facilita la transmisión de esfuerzos de forma “fluida”. Se puede hacer un símil en el que los esfuerzos se distribuyen y transmiten de modo semejante a la circulación de un fluido, de modo que el mejor diseño es aquel que no genera “turbulencias”.



Sin embargo, para una zapata este diseño no es usual por cuestiones económicas. Se suele optar por la siguiente solución por ser más barata.



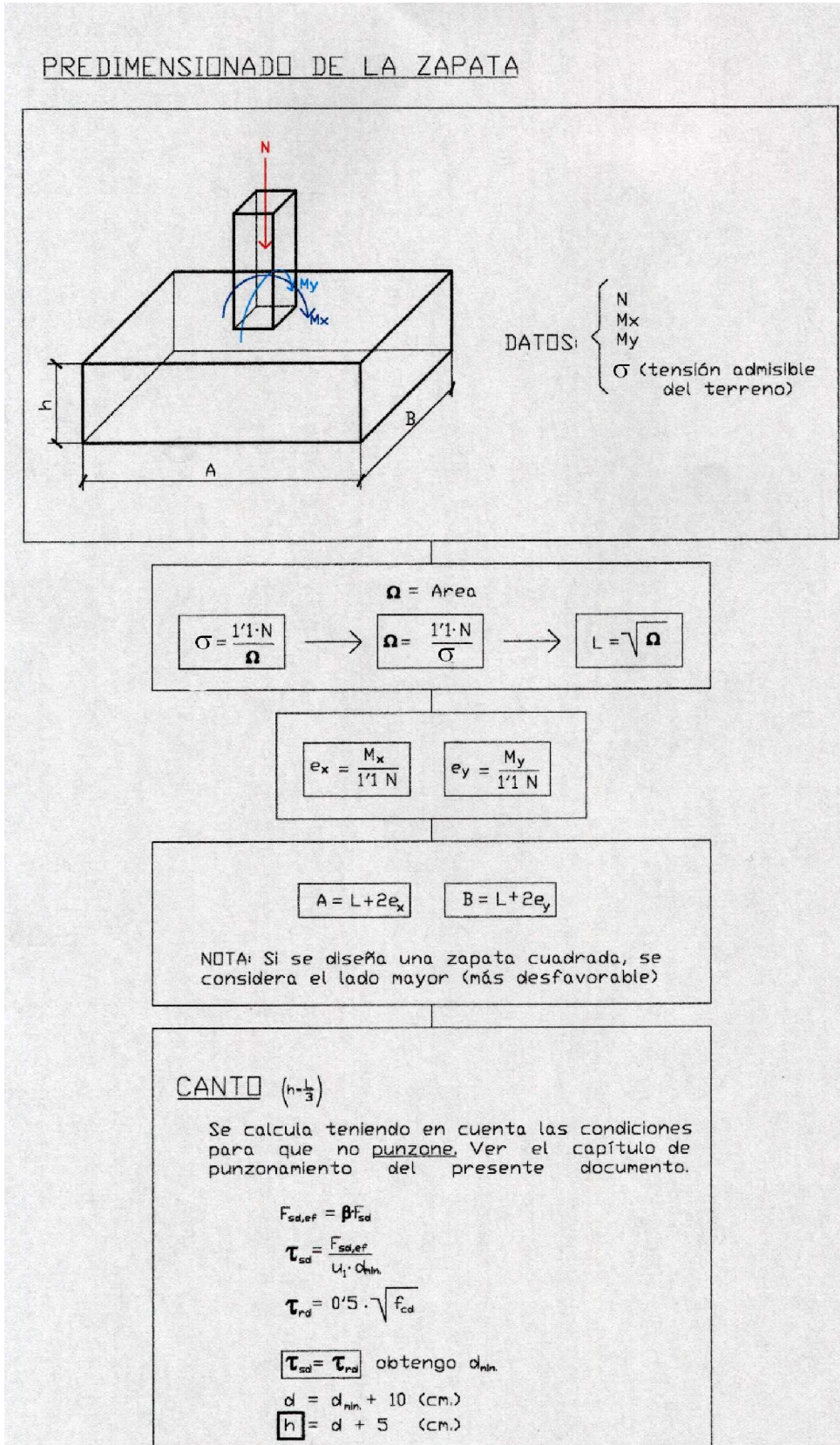
De modo que el esquema básico de una zapata sería el siguiente:



## 5. ZAPATAS.

### 5.1.PREDIMENSIONADO.

- Con cargas sin mayorar.



Cantos aproximados de las zapatas, en función del axil mayorado (No suele haber punzonamiento)

$$1t=10KN$$

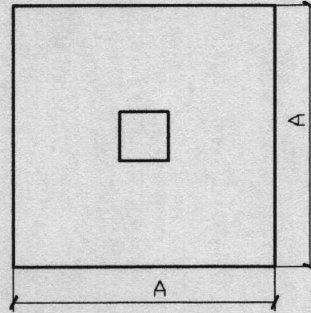
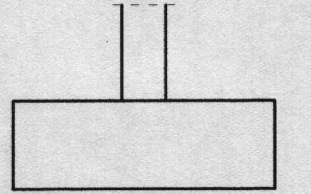
<u>Nd</u>	<u>h</u>
50t	→ 0'50m
100t	→ 0'60-0'75m
150t	→ 0'75-0'90m
200t	→ 0'80-1'10m
250t	→ 0'90-1'20m
300t	→ 1'00-1'30m
350t	→ 1'30-1'50m
400t	→ 1'40-1'75m



## EJEMPLO DE ZAPATA CENTRADA

$$N = 1000 \text{ KN}$$

$$\sigma_{\text{adm.}} = 300 \text{ KN/m}^2$$



$$\Omega = \text{Area}$$

$$\Omega = \frac{1'1 \cdot N}{\sigma_{\text{adm.}}} = \frac{1'1 \cdot 1000}{300} = 3'66 \text{ m}^2$$

$$L = \sqrt{\Omega} = \sqrt{3'66} = 1'91 \text{ m}$$

Zapata de 1'95x1'95 m

Canto de 0'75 m

Peso propio de la zapata

$$P_p = 1'95 \times 1'95 \times 0'75 \times 25 = 71'29 \text{ KN}$$

$$N_T = N + P_p = 1000 + 71'29 = 1071'29 \text{ KN}$$

$$\sigma = \frac{N_T}{\Omega} = \frac{1071'29}{1'95^2} = 281'73 \text{ KN/m}^2$$

$$281'73 < 300$$

$$\sigma < \sigma_{\text{adm. del terreno}}$$

Zapata válida

## EJEMPLO DE PREDIMENSIONADO

$$\text{DATOS: } \begin{cases} N_d = 2500 \text{ KN} \\ M_{xd} = 300 \text{ m KN} \\ M_{yd} = 100 \text{ m KN} \\ \gamma_f = 1.55 \\ \sigma_{adm.} = 300 \text{ KN/m}^2 \end{cases}$$

$$\text{CARGAS SIN MAYORAR: } \begin{cases} N = \frac{2500 \text{ KN}}{1.55} = 1612.9 \text{ KN} \\ M_x = \frac{300 \text{ m KN}}{1.55} = 193.5 \text{ m KN} \\ M_y = \frac{100 \text{ m KN}}{1.55} = 64.5 \text{ m KN} \end{cases}$$

$$e_x = \frac{M_x}{N} = \frac{193.5}{1612.9} = 0.12 \text{ m}$$

$$e_y = \frac{M_y}{N} = \frac{64.5}{1612.9} = 0.04 \text{ m}$$

$$\Omega = \frac{N}{\sigma} \longrightarrow L = \sqrt{\Omega} = \sqrt{\frac{1612.9 \text{ KN}}{300 \text{ KN/m}^2}} = 2.32 \text{ m}$$

$$A = L + 2e_x = 2.32 + 2 \cdot 0.12 = 2.56 \text{ m}$$

$$B = L + 2e_y = 2.32 + 2 \cdot 0.04 = 2.40 \text{ m}$$

$$\begin{cases} A = 2.6 \text{ m} \\ B = 2.4 \text{ m} \\ h = 0.9 \text{ m} \end{cases}$$

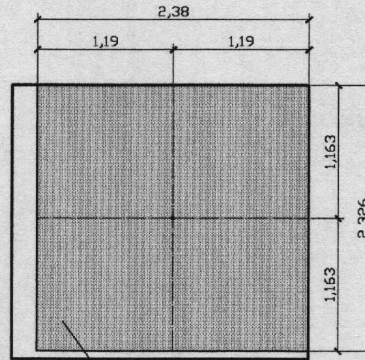
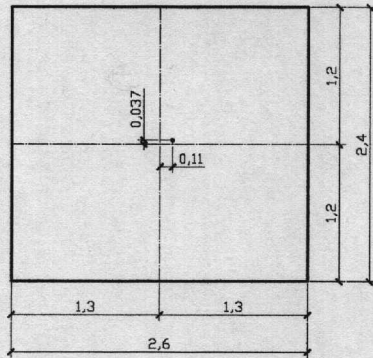
$$P_p = 2.6 \cdot 2.4 \cdot 0.9 \cdot 25 = 140.4 \text{ KN}$$

$$N_T = 1612.9 + 140.4 = 1753.3 \text{ KN}$$

EXCENTRICIDAD REAL

$$e_x = \frac{M_x}{N} = \frac{193'5}{1753'3} = 0'11 \text{ m}$$

$$e_y = \frac{M_y}{N} = \frac{64'5}{1753'3} = 0'037 \text{ m}$$



ÁREA FINAL DE LA ZAPATA, SUPONIENDO CARGA CENTRADA  
 ÁREA = 2'38 x 2'326 = 5'536 m<sup>2</sup>

$$\Omega = \frac{NT}{\sigma} = \frac{1753'3 \text{ KN}}{300 \text{ KN/m}^2} = 5'84 \text{ m}^2 > 5'536 \text{ m}^2$$

LA ZAPATA DISEÑADA NO ES VALIDA. HAY QUE PROPONER UNA ZAPATA DE SUPERFICIE MAYOR Y VOLVER A COMPROBAR SU VALIDEZ

$$\Omega = 5'84 \text{ m}^2 \quad L = \sqrt{5'84} = 2'42 \text{ m} \rightarrow \text{PROPONGO } L = 2'45 \text{ m}$$

$$A = L + 2e_x = 2'45 + 2 \cdot 0'12 = 2'69 \text{ m}$$

$$B = L + 2e_y = 2'45 + 2 \cdot 0'04 = 2'524 \text{ m}$$

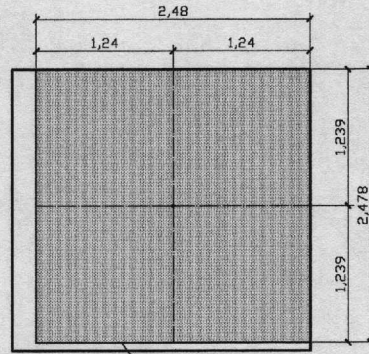
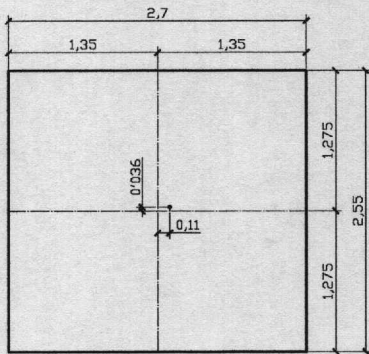
$$\begin{aligned} A &= 2'70 \text{ m} \\ B &= 2'55 \text{ m} \\ h &= 0,90 \text{ m} \end{aligned}$$

$$P_p = 2'70 \cdot 2'55 \cdot 0'9 \cdot 25 = 154'91 \text{ KN}$$

$$N_T = 1612'9 + 154'91 = 1767'81 \text{ KN}$$

$$e_x = \frac{M_x}{N} = \frac{193'5}{1767'81} = 0'11 \text{ m}$$

$$e_y = \frac{M_y}{N} = \frac{64'5}{1767'81} = 0'036 \text{ m}$$



ÁREA FINAL DE LA ZAPATA, SUPONIENDO CARGA CENTRADA  
 ÁREA= 2'48x2'478= 6'15 m<sup>2</sup>

$$\Omega = \frac{N_T}{\sigma} = \frac{1767'81 \text{ KN}}{300 \text{ KN/m}^2} = 5'89 \text{ m}^2 < 6'15 \text{ m}^2$$

LA ZAPATA DISEÑADA DE 2'70x2'55x0'90 ES VALIDA. LA TENSIÓN ADMISIBLE DEL TERRENO NO ES SUPERADA



## GRANDES EXCENTRICIDADES

DATOS:  $\left| \begin{array}{l} N \\ M \\ \sigma_{adm.} \end{array} \right.$

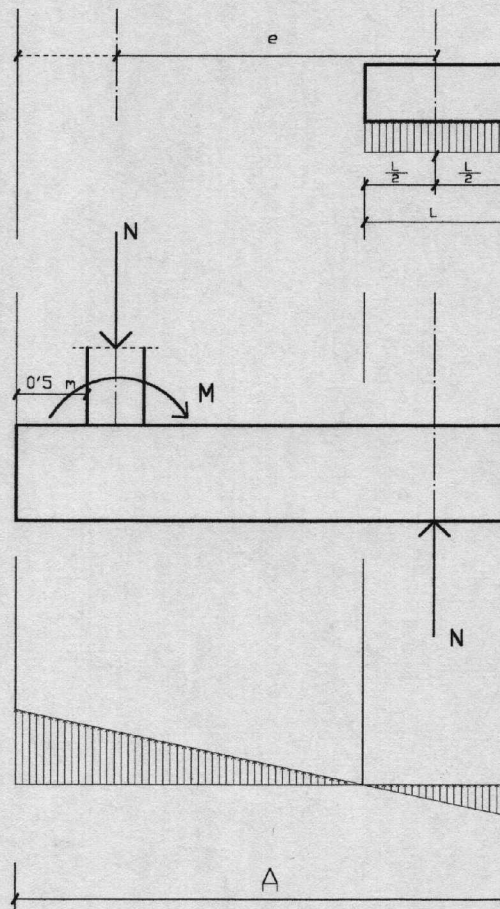
1º) SUPONIENDO CARGA CENTRADA

$$\Omega = \text{Area}$$

$$\sigma_{adm.} = \frac{N}{\Omega} \longrightarrow \Omega = \frac{N}{\sigma_{adm.}} \longrightarrow L = \sqrt{\Omega}$$

2º) TENIENDO EN CUENTA LA EXCENTRICIDAD

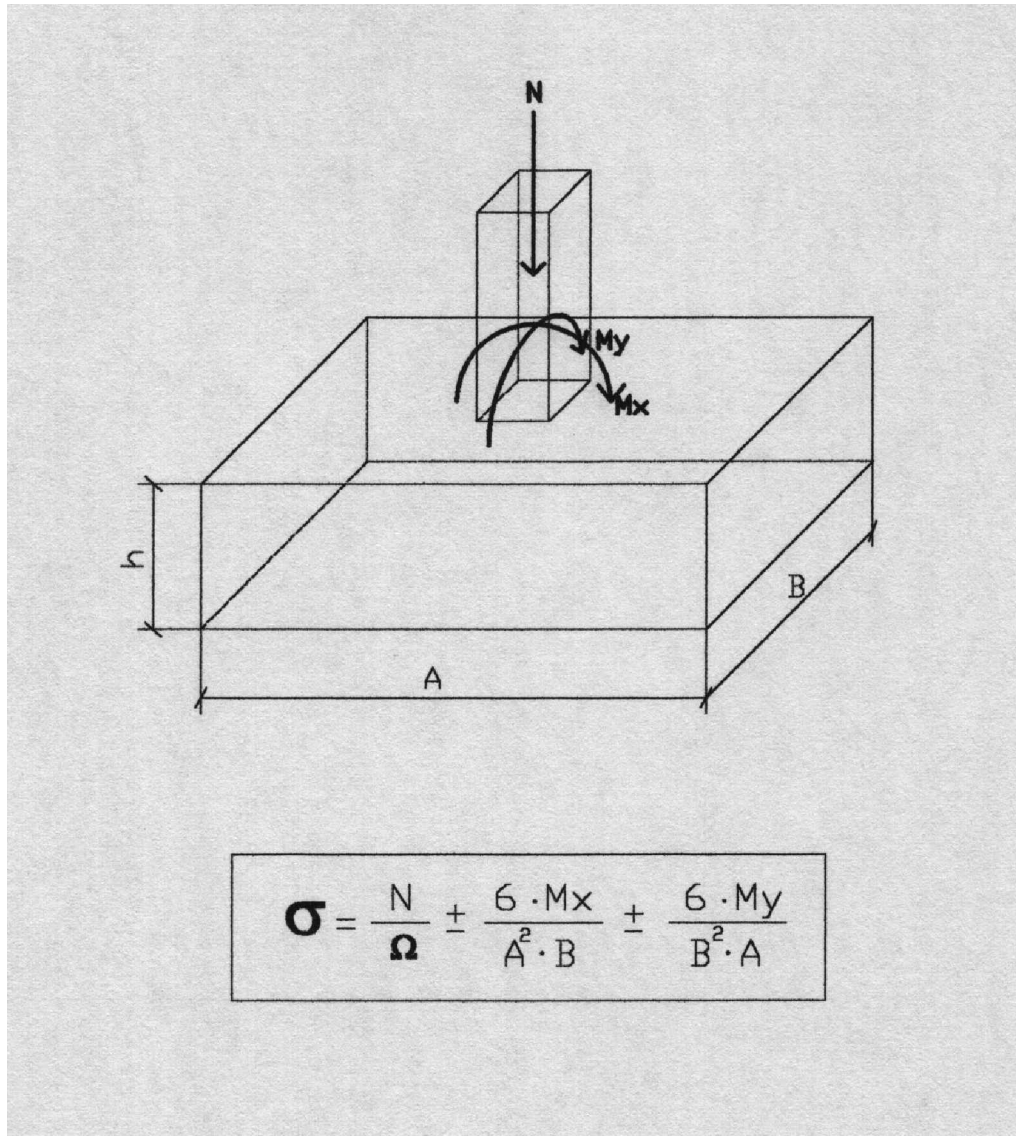
$$e = \frac{M}{N}$$



3º) DIMENSIONES DE LA ZAPATA =  $A \times L$

## 5.2.TENSIONES.

El caso más habitual de carga corresponde a una carga vertical centrada y momentos en dos direcciones perpendiculares. La sección A x B de la planta de la zapata está sometida a flexión compuesta, y las tensiones en cada punto bajo la zapata vendrían dadas por la ecuación de la flexión compuesta:



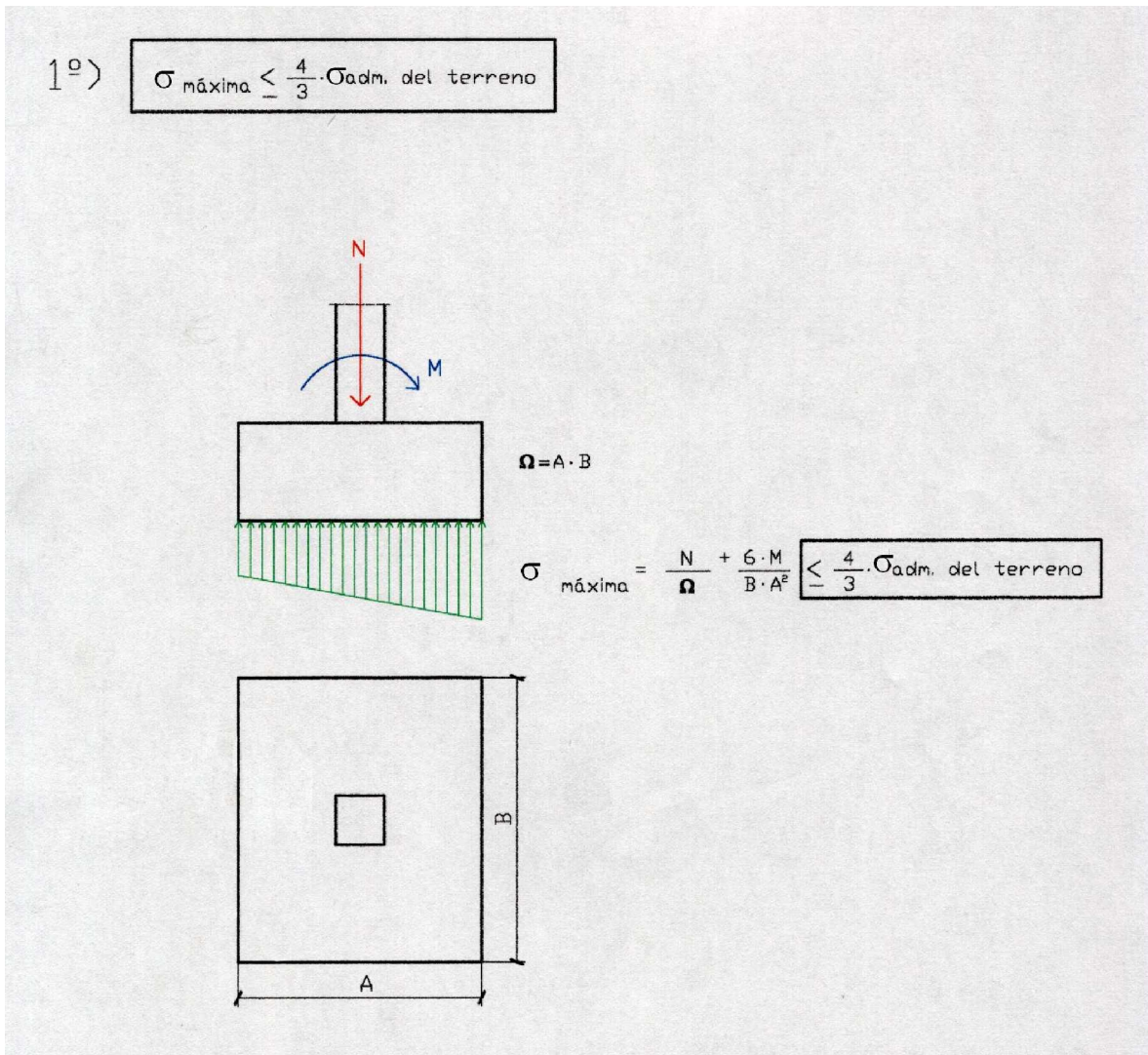
Ésta fórmula solo se puede aplicar si no hay "despegue", es decir, si todas las tensiones son positivas.

### 5.3.COMPROBACIONES GENERALES.

Además del dimensionado y armado posterior del elemento de cimentación, será necesario en elementos de cimentación superficial, realizar además las siguientes comprobaciones:

**- Comprobación de tensión admisible en el suelo:**

- Se comprueba que la tensión máxima mayorada que aparece sobre el suelo es superior a la admisible por el terreno en un coeficiente de seguridad adecuado (habitualmente 4/3).

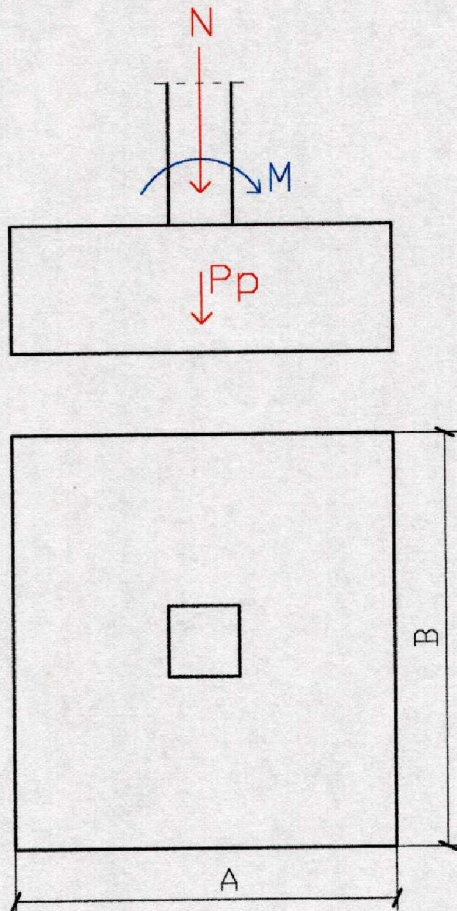


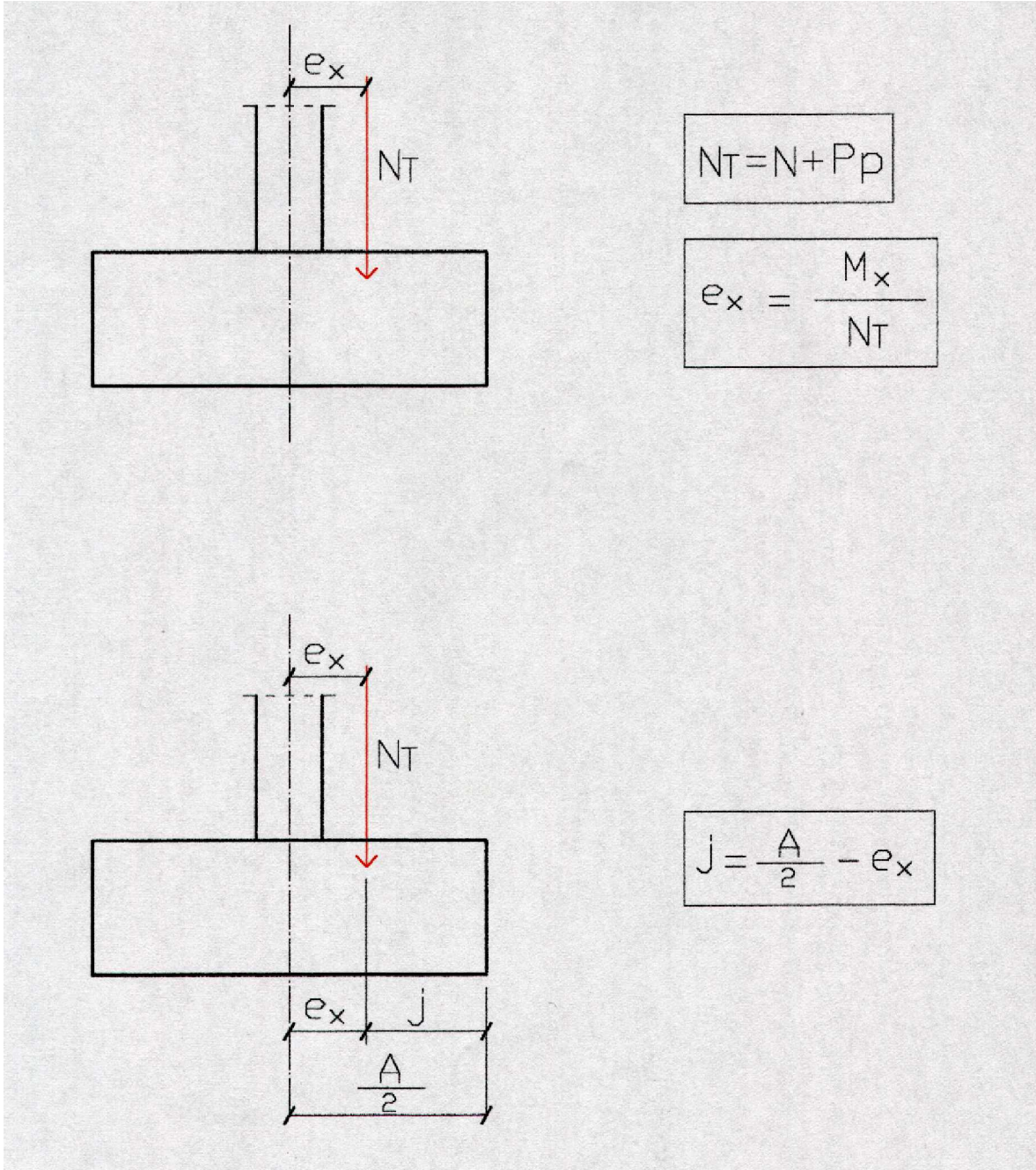


- Se comprueba que la tensión media es inferior o igual a la tensión admisible por el terreno

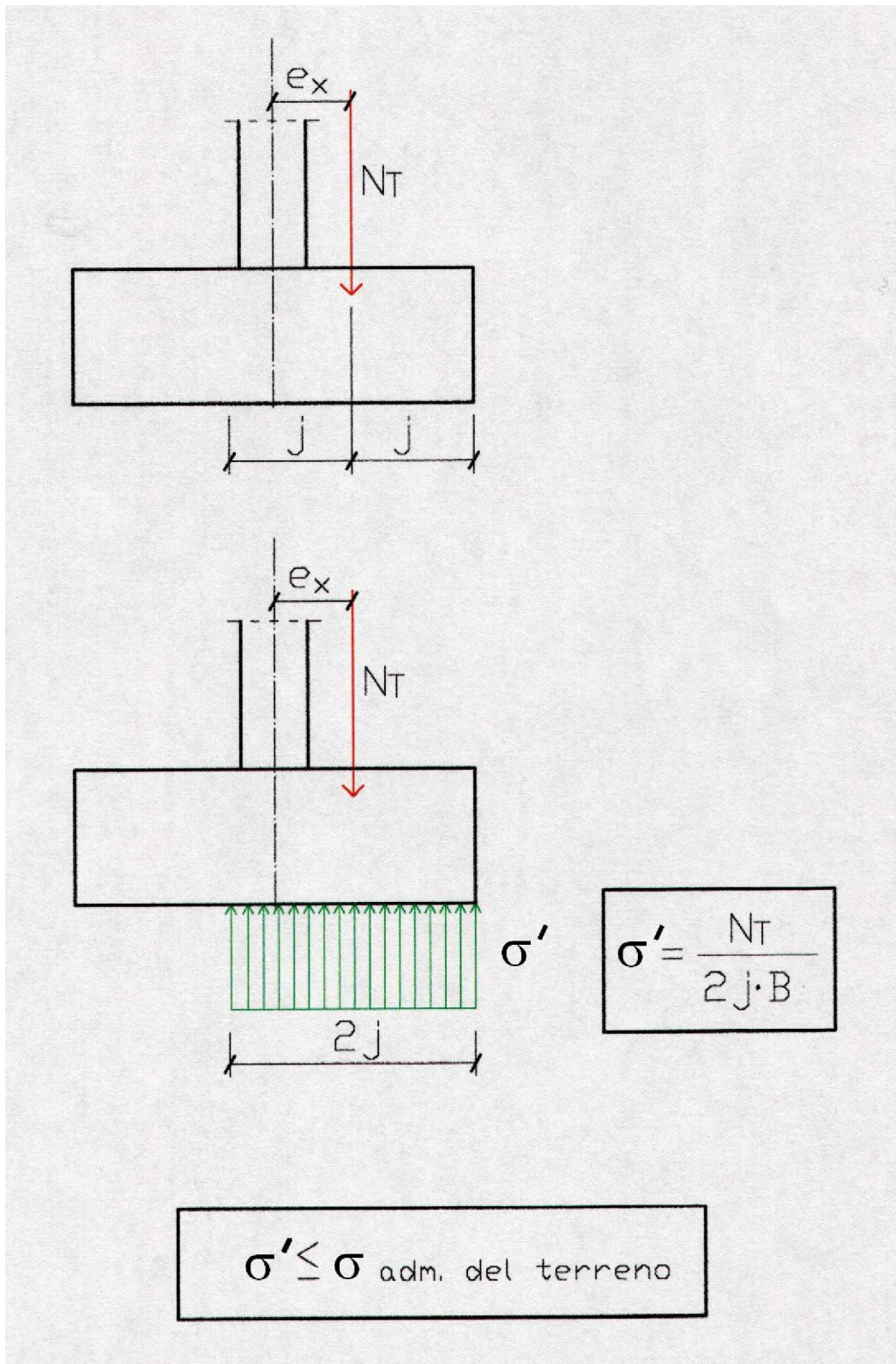
$$2^{\circ}) \quad \sigma' \leq \sigma_{\text{adm. del terreno}}$$

Cálculo de  $\sigma'$  en el plano x-x' (en el plano y-y' se procede de modo semejante)









**- Comprobación de estabilidad**

- **Comprobación a vuelco:** Se comprueba que el momento estabilizante es superior a un coeficiente de seguridad adecuado (normalmente 1'5), al momento de vuelco sin mayorar respecto al punto de vuelco.
- **Comprobación de deslizamiento:** Se comprueba que la resultante de las fuerzas de rozamiento entre el suelo y la zapata sin mayorar es superior a un coeficiente de seguridad adecuado (habitualmente 1'5) a la resultante de tensiones tangenciales exteriores sin mayorar.

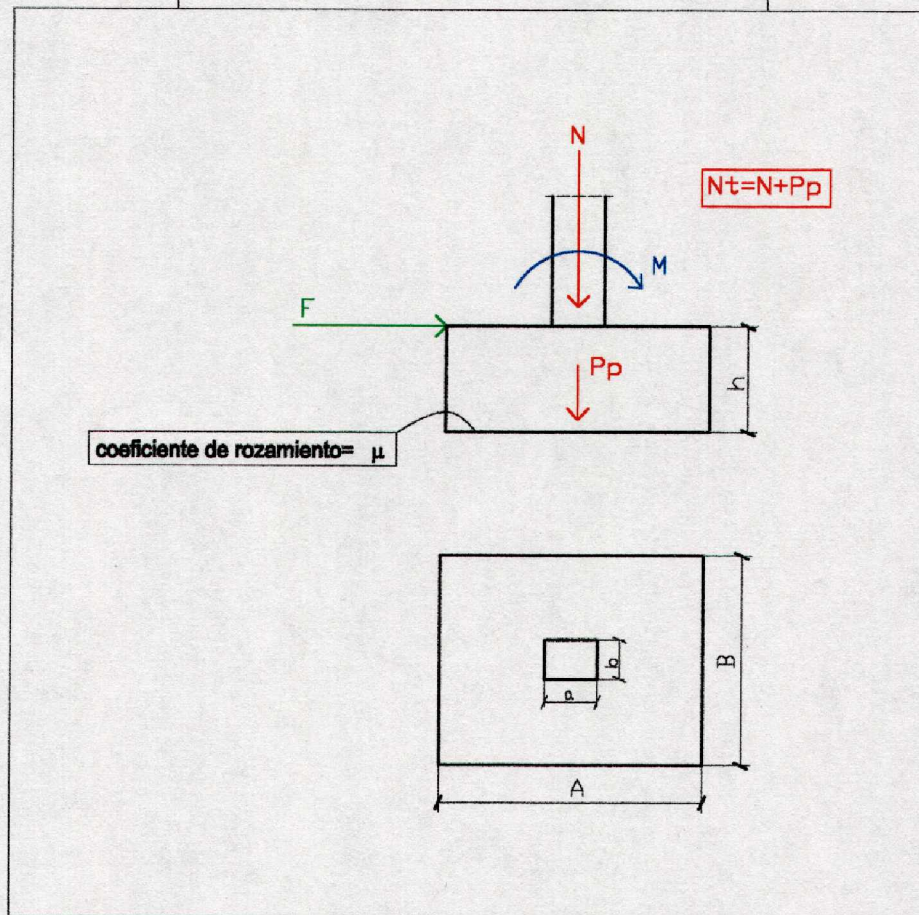


# COMPROBACIONES DE ESTABILIDAD

- Con carga sin mayorar.
- Con el peso propio de la zapata.
- Con el peso propio de todas las tierras que graviten sobre la zapata.

$$\text{Coeficiente de seguridad frente al deslizamiento} = \frac{\text{Fuerzas estabilizadoras}}{\text{Fuerzas desestabilizadoras}} > 1,5$$

$$\text{Coeficiente de seguridad frente al vuelco} = \frac{\text{Momentos estabilizantes}}{\text{Momentos desestabilizantes}} > 1,5$$



$$\text{Coeficiente de seguridad frente al deslizamiento} = \frac{N_t \times \mu}{F} > 1,5$$

$$\text{Coeficiente de seguridad frente al vuelco} = \frac{N_t \times (A/2)}{M + (F \times h)} > 1,5$$



## 5.4. ARMADO

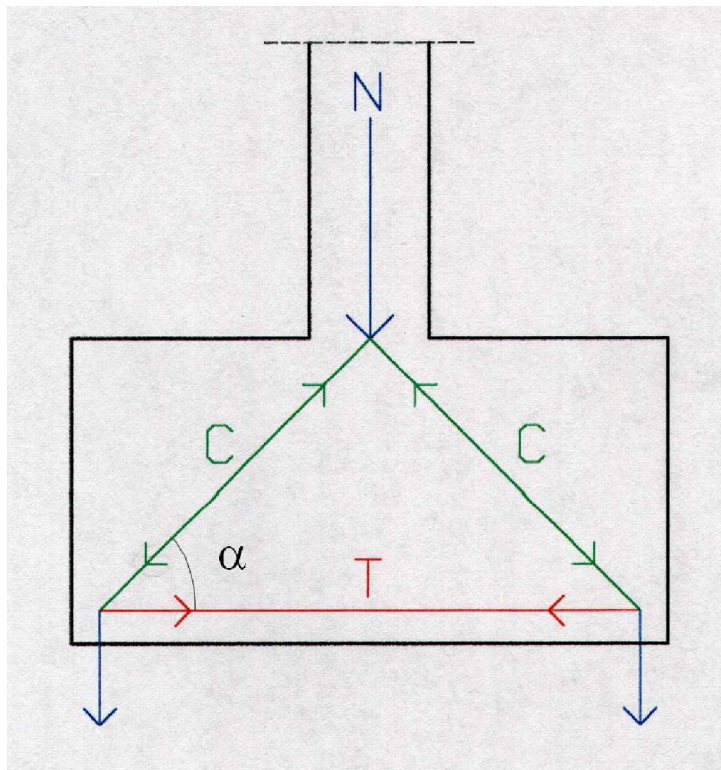
Para cimentaciones rígidas, no es posible aplicar la teoría general de flexión ya que, debido a su longitud, son elementos donde predominan los efectos de cortante y tridimensionales. Es por ello que para su cálculo es necesario utilizar modelos de bielas y tirantes.

Por el contrario, para cimentaciones flexibles se utiliza la teoría de flexión simple habitual para determinar la distribución de momentos a lo largo de la directriz en el plano o planos de flexión.

### 5.4.1. ARMADO DE ZAPATAS RÍGIDAS

Para zapatas rectangulares sometidas a flexocompresión recta (en un solo plano), siempre que se pueda desprestigiar el peso de la zapata y de las tierras situadas sobre ella, el modelo de bielas y tirantes a utilizar es el de la figura siguiente:

- Esquemáticamente;

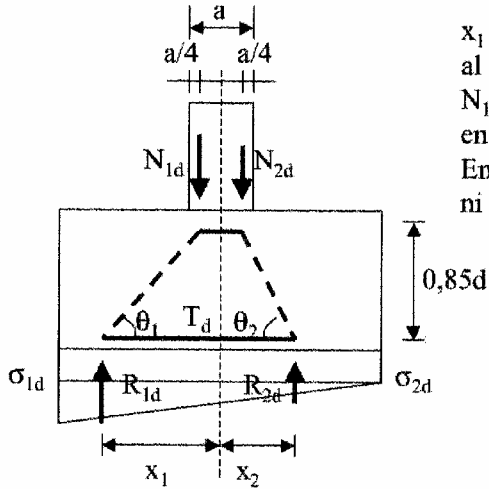


Donde;

$$2C \times \text{sen}\alpha = N$$

$$T = C \cos\alpha$$

- De modo más preciso:



$x_1$  y  $x_2$  son las distancias del eje del pilar al CDG de las áreas de tensión en cada lado  
 $N_{1d}$  y  $N_{2d}$  dan como resultante el axil y el momento en el pilar.

En  $\sigma_{1d}$  y  $\sigma_{2d}$  no se considera el peso de la zapata ni de las tierras sobre ella.

$$T_d = \frac{R_{1d}}{0,85d} (x_1 - 0,25a)$$

$$T_d = A_s f_{yd} \quad (f_{yd} \leq 400 N/mm^2)$$

La armadura principal obtenida como anteriormente se indica debe disponerse sin reducción de sección a lo largo de toda la zapata y debe anclarse respecto de  $X_1$ ,  $X_2$ , una longitud igual a :

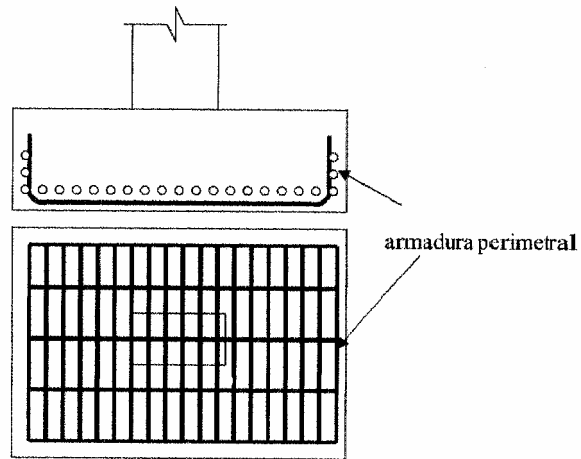
$$l_{b,meta} = l_b \frac{A_s}{A_{s,real}} \quad l_b = m\phi^2$$

Recomendándose el anclaje con barras transversales (parrilla)

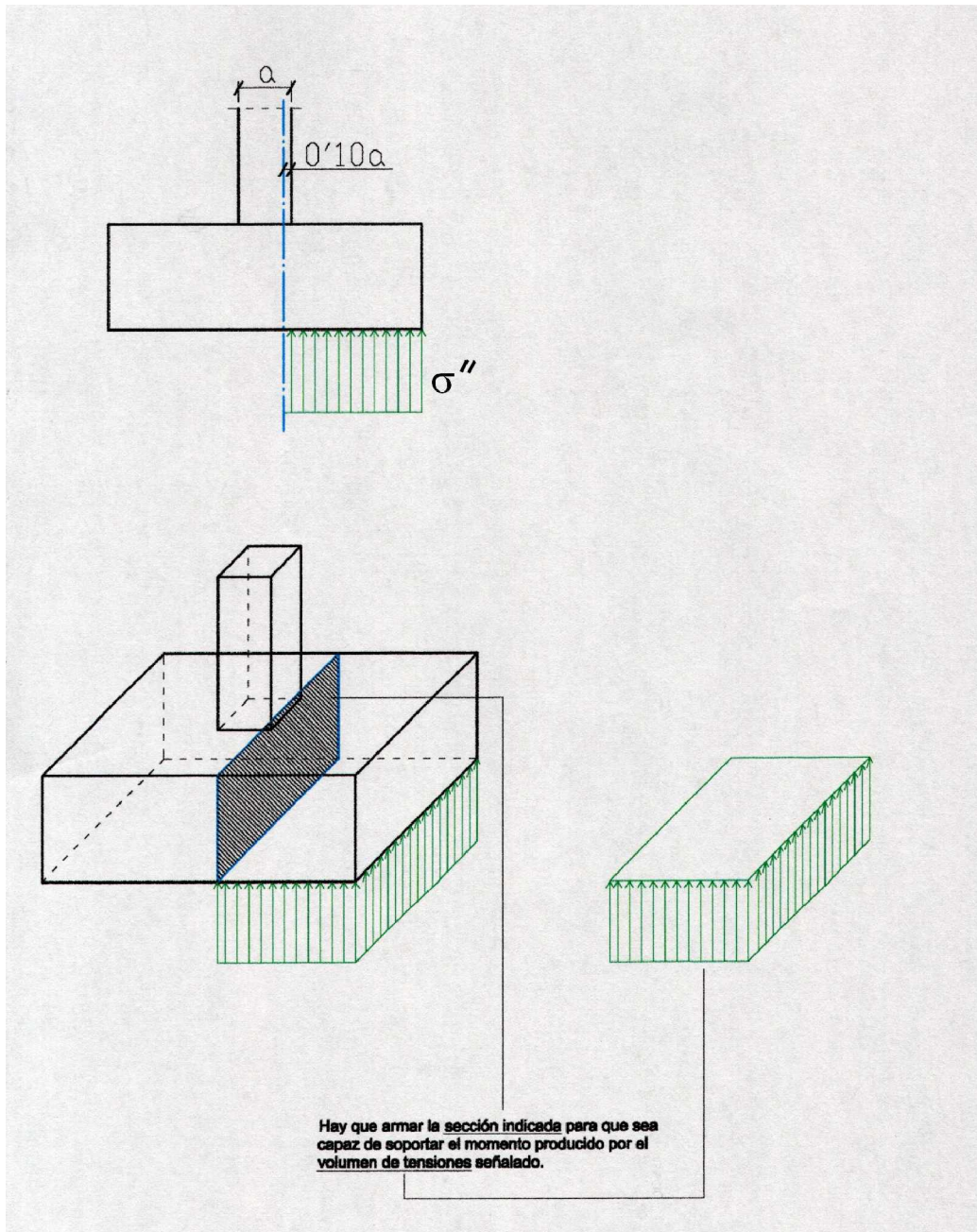
La comprobación del nudo de unión entre pilar y zapata no es, en general, necesaria, si la tensión característica del hormigón de pilar y zapata es la misma. En el caso contrario, hay que comprobar los nudos. Esta comprobación supone la comprobación implícita de las bielas de compresión.

Si el peso de la zapata y de las tierras sobre ella es importante respecto del axil, entonces es necesario calcular la zapata como flexible. De hecho, también **está permitido por la norma el calcular las zapatas rígidas como flexibles.**

Las zapatas solicitadas por cargas apreciables y, sobre todo, por flexión en dos planos, además de la armadura principal, se recomienda utilizar una armadura perimetral para zunchar las bielas de compresión.



### 5.4.2. ARMADO DE ZAPATAS FLEXIBLES



Para el cálculo de  $\sigma''$ , se procede de modo semejante al especificado en apartados anteriores para el cálculo de  $\sigma'$ , con las siguientes consideraciones:

- Sin el peso propio de la zapata
- Sin el peso propio de todas las tierras que gravitan sobre la zapata.
- Con las cargas mayoradas (x1'6)

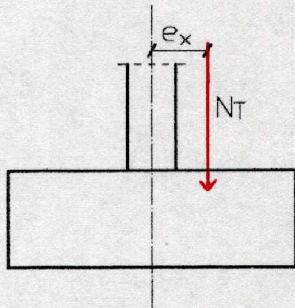
### NOTAS

- En una zapata cuadrada se calcula la sección más desfavorable y se arma en las dos direcciones igual.
- En una zapata rectangular se puede distinguir entre una dirección y otra. Se arma cada una de ellas como corresponda.
- Hay que cumplir el armado mínimo mecánico a flexión.
- No es necesario cumplir el armado mínimo geométrico que se le exige al resto de piezas de hormigón armado.



## EJEMPLO

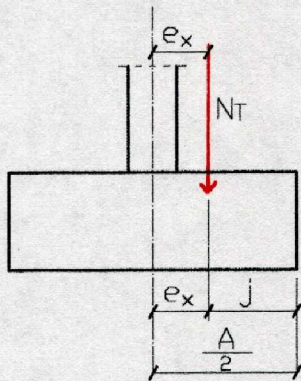
PILAR DE 0'40X0'40  
 ZAPATA DE 2'80X2,80X0'70  
 HA-25  
 B 400S  
 $N = 1000 \text{ KN}$   
 $M_x = 150 \text{ m} \cdot \text{KN}$   
 $\sigma_{adm.} = 200 \text{ KN/m}^2$



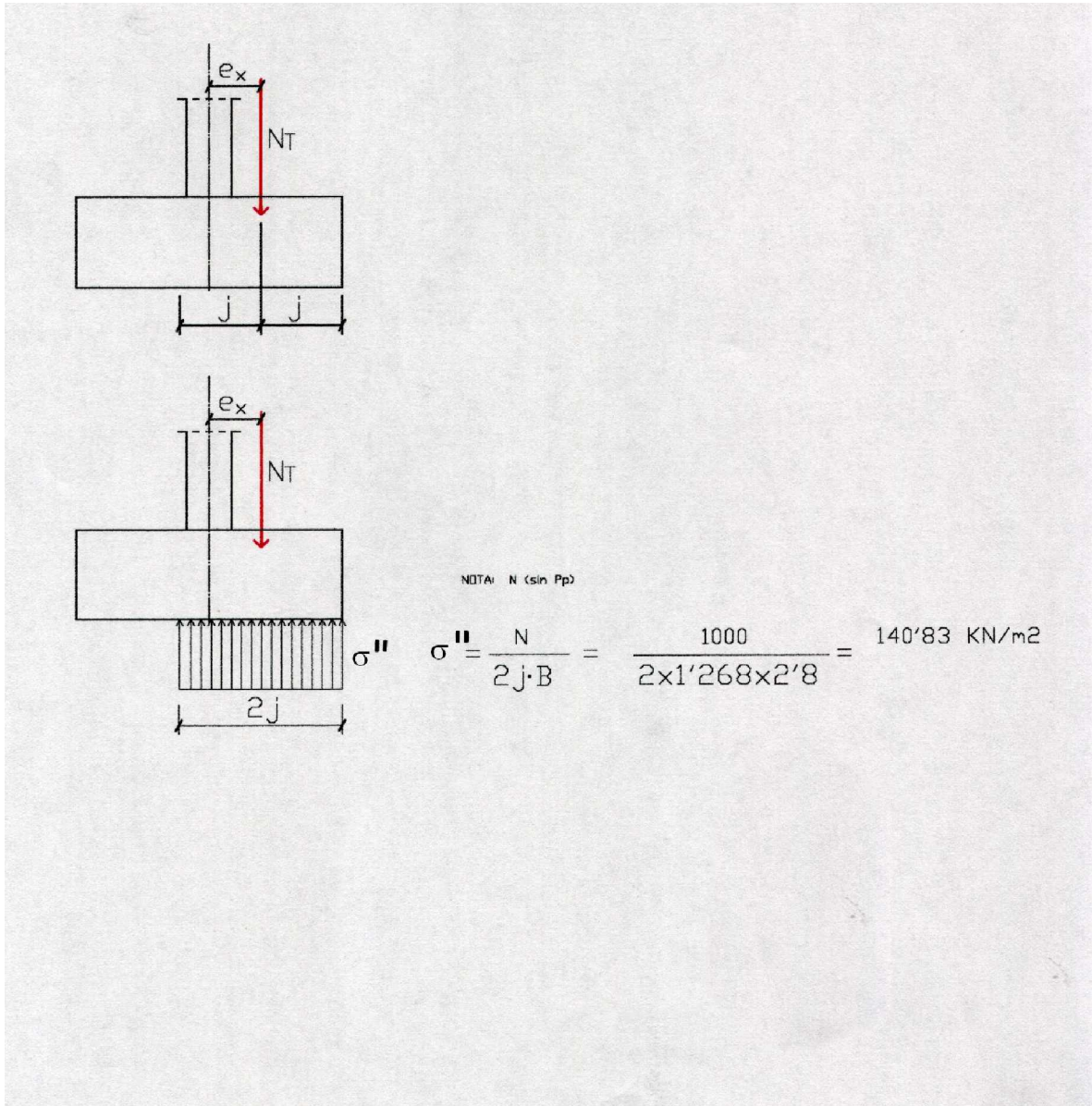
$$P_p = 2'8 \times 2'8 \times 0'7 \times 25 = 137'2 \text{ KN}$$

$$N_T = N + P_p \quad N_T = 1000 + 137'2 = 1137,2 \text{ KN}$$

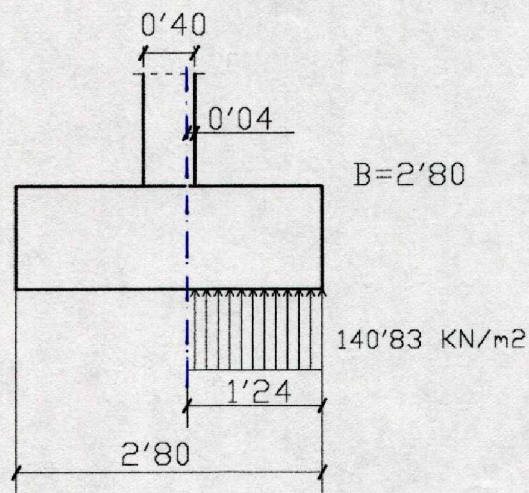
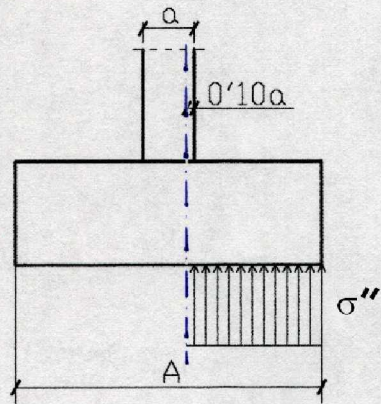
$$e_x = \frac{M_x}{N_T} = \frac{150}{1137'2} = 0'132$$



$$J = \frac{A}{2} - e_x = \frac{2'80}{2} - 0'132 = 1'268 \text{ m}$$







$$Md = (1'24 \times 2'80 \times 140'83) \times \frac{1,24}{2} \times 1'6 = 485'05 \text{ m KN}$$



$h = 0.70$   
 $d = 0.64$

$M_d = 485.05 \text{ m KN}$

$U_1 = 769.55 \text{ KN} \rightarrow 11 \text{ } \phi 16$

Mínimo mecánico  
 $U_{s1} \geq 0.04 \cdot f_{cd} \cdot b \cdot d$   
 $U_{s1} \geq 0.04 \cdot \frac{25000}{1.5} \cdot 2.80 \cdot 0.64 = 1194.66 \text{ KN} \rightarrow 18 \text{ } \phi 16$

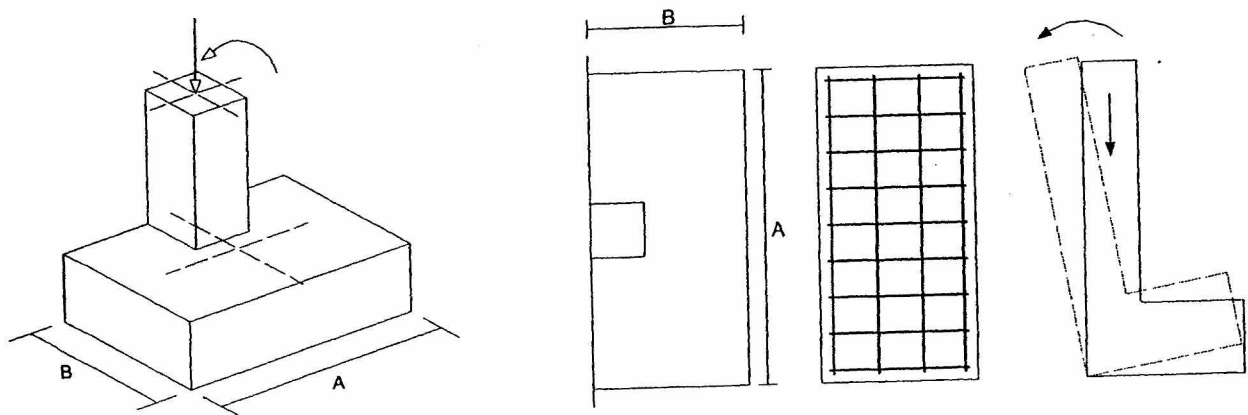
Armadura a colocar 18  $\phi 16$

## 5.5. ZAPATAS EXCÉNTRICAS

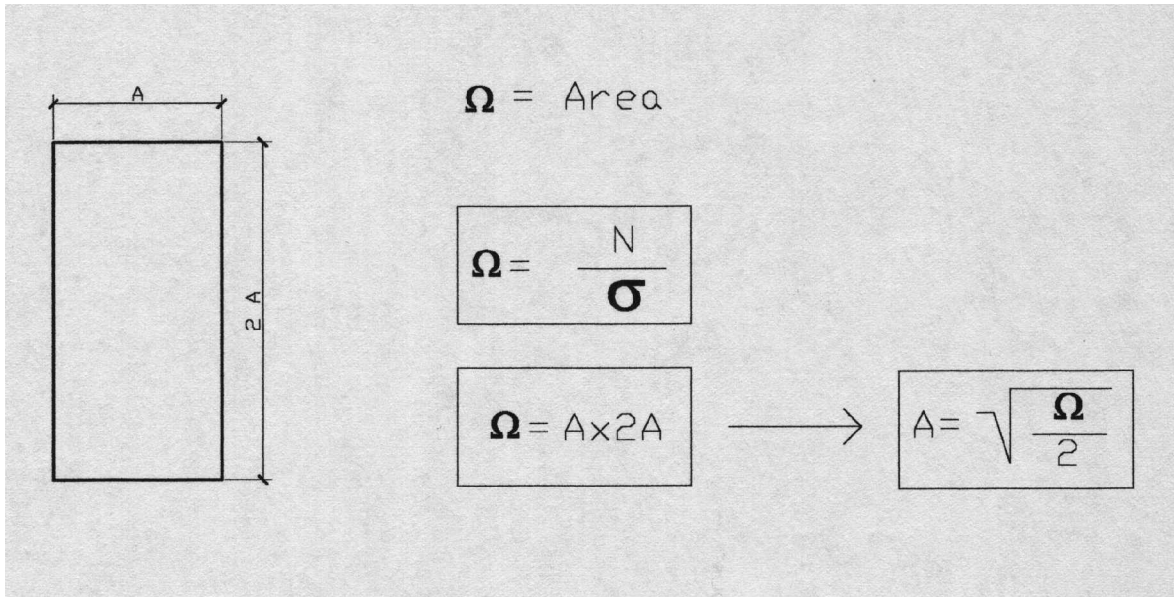
### 5.5.1. ZAPATA DE MEDIANERÍA

Cuando se disponen soportes en las lindes de un edificio con su medianero, surge la necesidad de emplear zapatas excéntricas, que se denominan zapatas de medianería (se utilizan para soportar pilares o soportes localizados en el perímetro exterior de la edificación). Este tipo de zapatas tienen la carga centrada respecto a un eje y descentrada respecto al otro; además de no conseguir una reacción uniforme del terreno se ven sometidas a un momento que tiende a producir su vuelco.

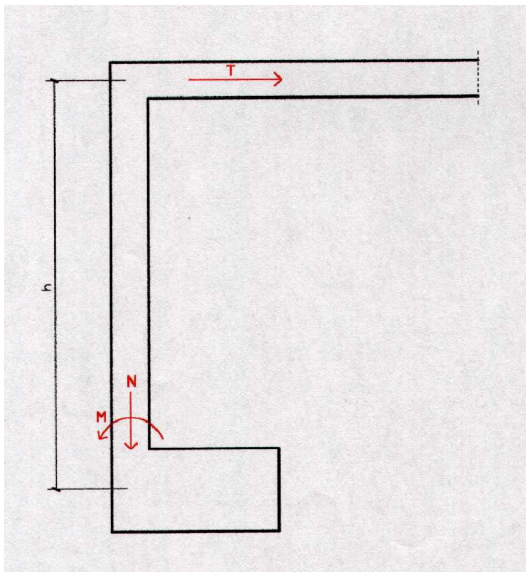
La armadura principal se coloca en las dos direcciones en forma de parrilla.



Es conveniente diseñarlas con planta rectangular normalmente en una relación  $A/B=2$  con el fin de reducir la excentricidad, igualar los vuelos y facilitar la construcción.



También colabora el forjado superior, aunque eso supone una tracción en el forjado y un momento que tiene que soportar el pilar.



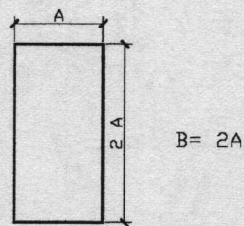
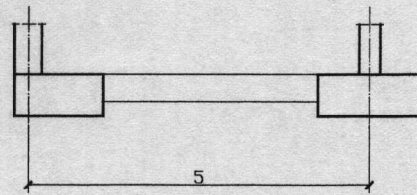
$$M_d = N \times e$$

$$M_d = T \times h$$

Por otra parte, la utilización de viga centradora compensa la excentricidad de la zapata, de manera que ésta transmite al terreno una carga constante.

## **ESQUEMA-EJERCICIO DE CÁLCULO DE ZAPATA DE MEDIANERÍA CON VIGA CENTRADORA**

DATOS:  $N = 1000 \text{ KN}$   
 $M_x = 200 \text{ m KN}$   
 $\gamma_f = 1.6$   
 $\sigma_{adm.} = 300 \text{ KN/m}^2$   
 PILAR DE 40X40 cm.



$\Omega = \text{Area}$

$$\Omega = \frac{N}{\sigma} = \frac{1000 \text{ KN}}{300 \text{ KN/m}^2} = 3.33 \text{ m}^2$$

$$\Omega = A \times 2A \longrightarrow A = \sqrt{\frac{\Omega}{2}}$$

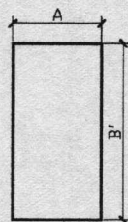
$$A = \sqrt{\frac{3.33}{2}} = 1.29 \text{ m}$$

$$\begin{aligned} A &= 1.30 \text{ m} \\ B &= 2.60 \text{ m} \end{aligned}$$

$$e_y = \frac{M_x}{N} = \frac{100}{1000} = 0.1 \text{ m}$$

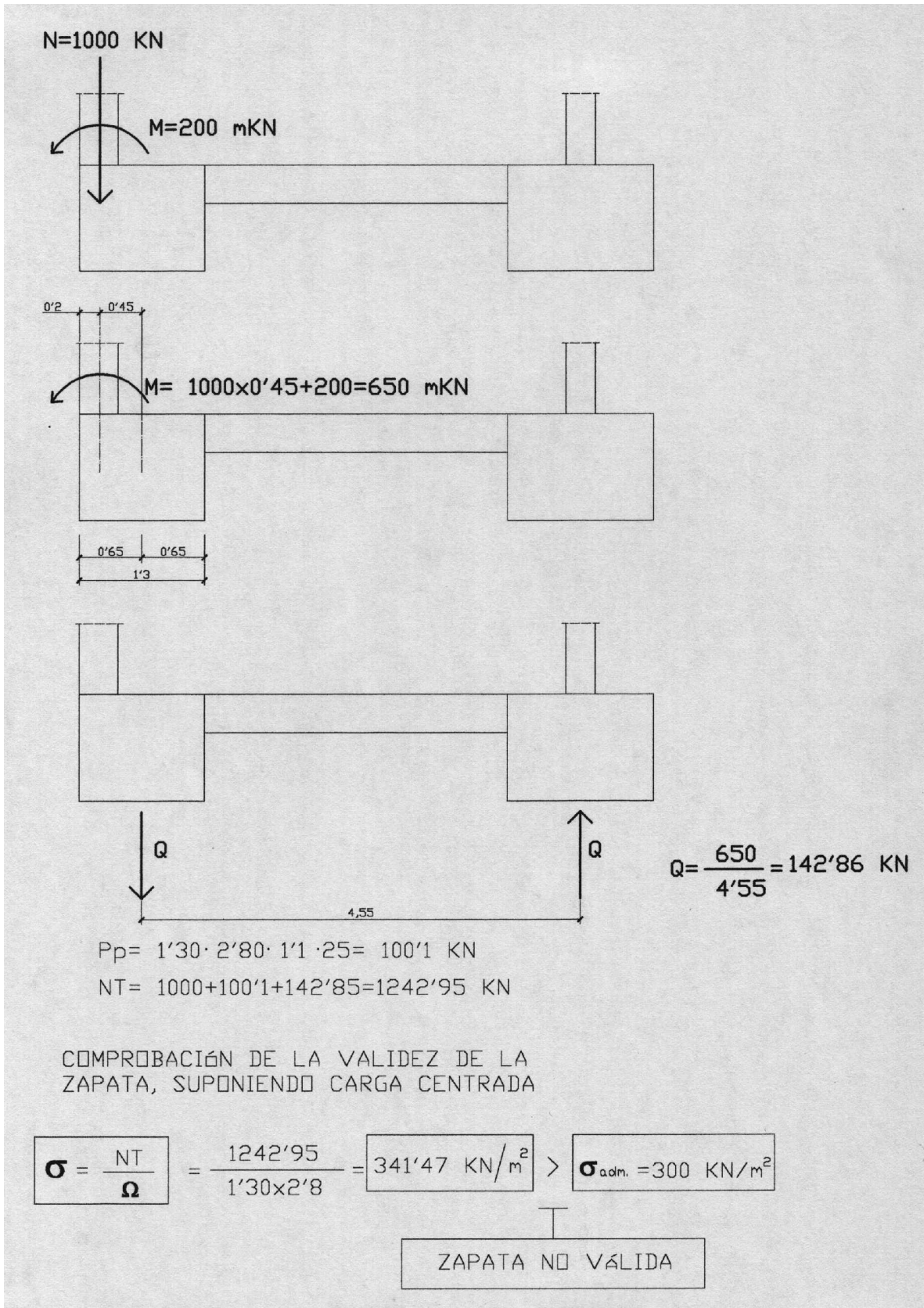
$$B' = B + 2e_y = 2.60 + 2 \cdot 0.1 = 2.8 \text{ m}$$

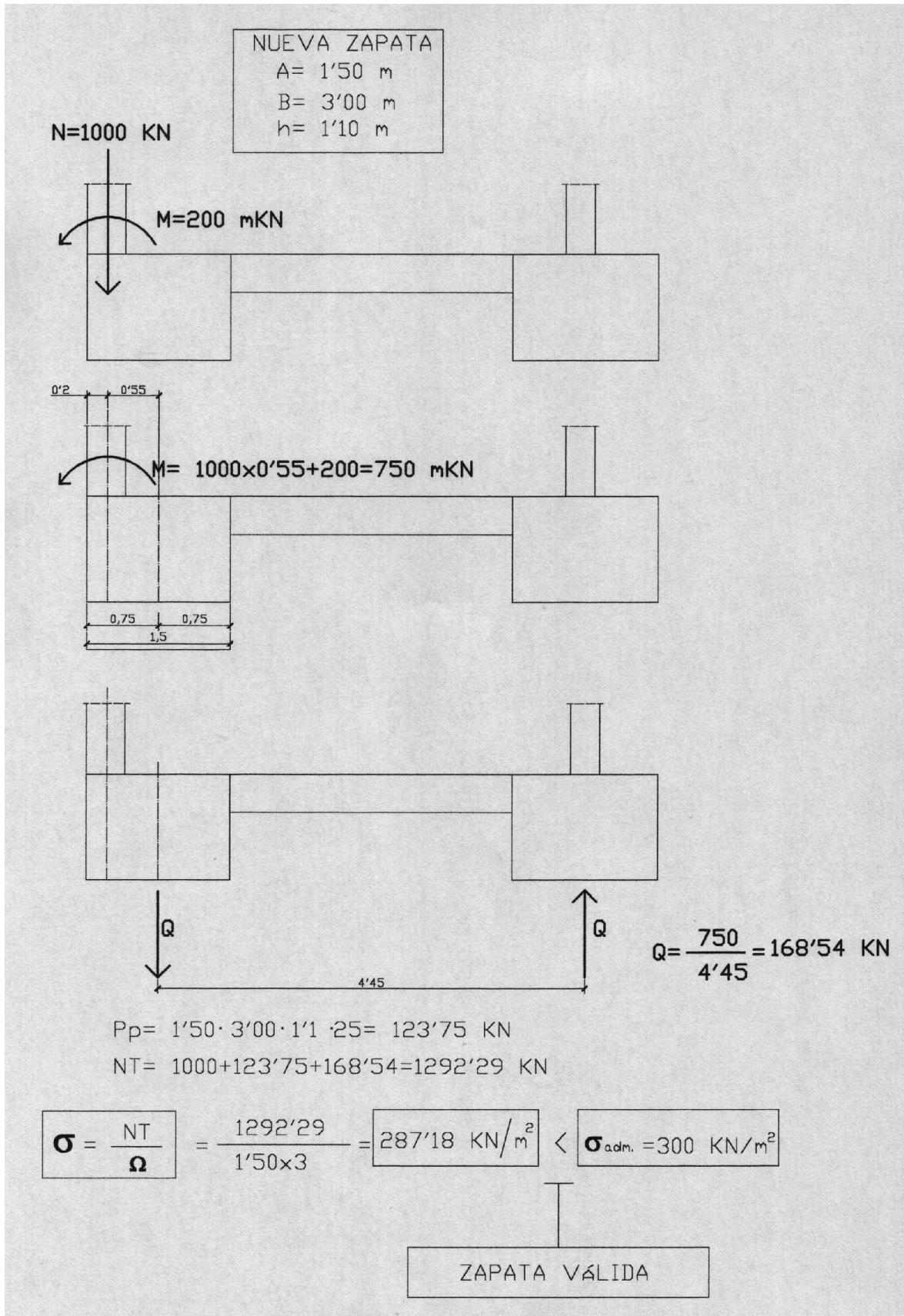
$$\text{CANTO} = 1.10 \text{ m}$$



$$\begin{aligned} A &= 1.30 \text{ m} \\ B' &= 2.80 \text{ m} \\ h &= 1.10 \text{ m} \end{aligned}$$



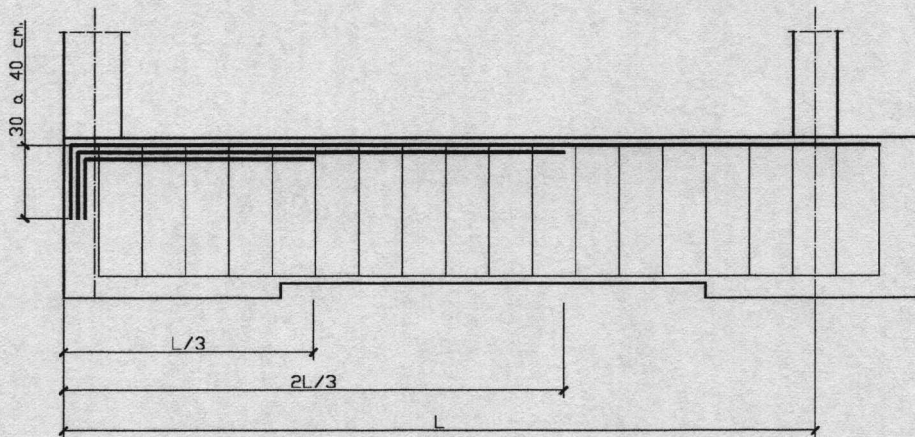




PARA EL CÁLCULO DE VIGA CENTRADORA

Se calcula la viga como ya se ha explicado en el presente documento con:

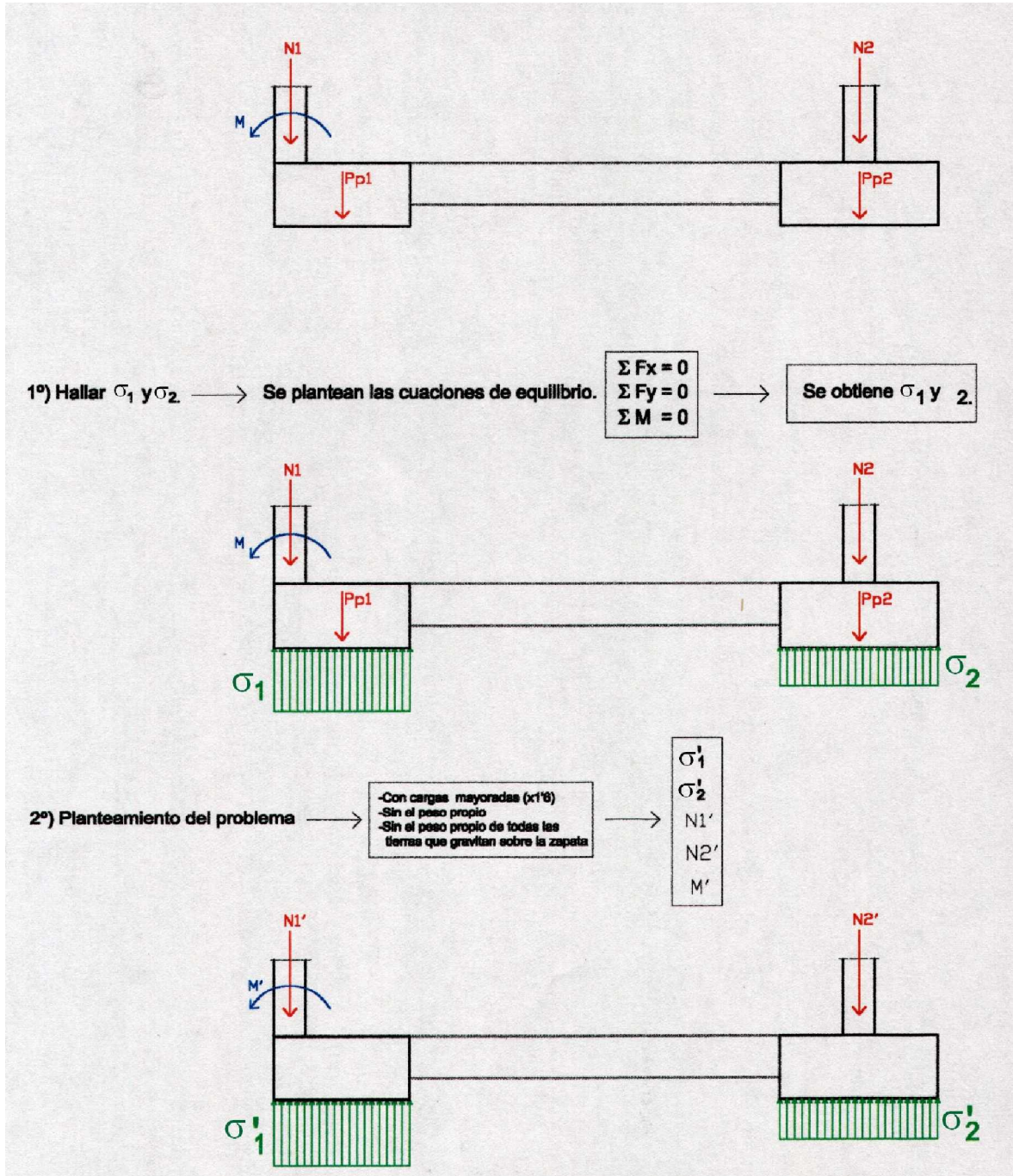
$$\begin{aligned} M_d &= 750 \times 1'6 = 1200 \text{ m KN} \\ Q_d &= 168'54 \times 1'6 = 269'66 \text{ KN} \\ &40 \times 100 \text{ cm} \end{aligned}$$



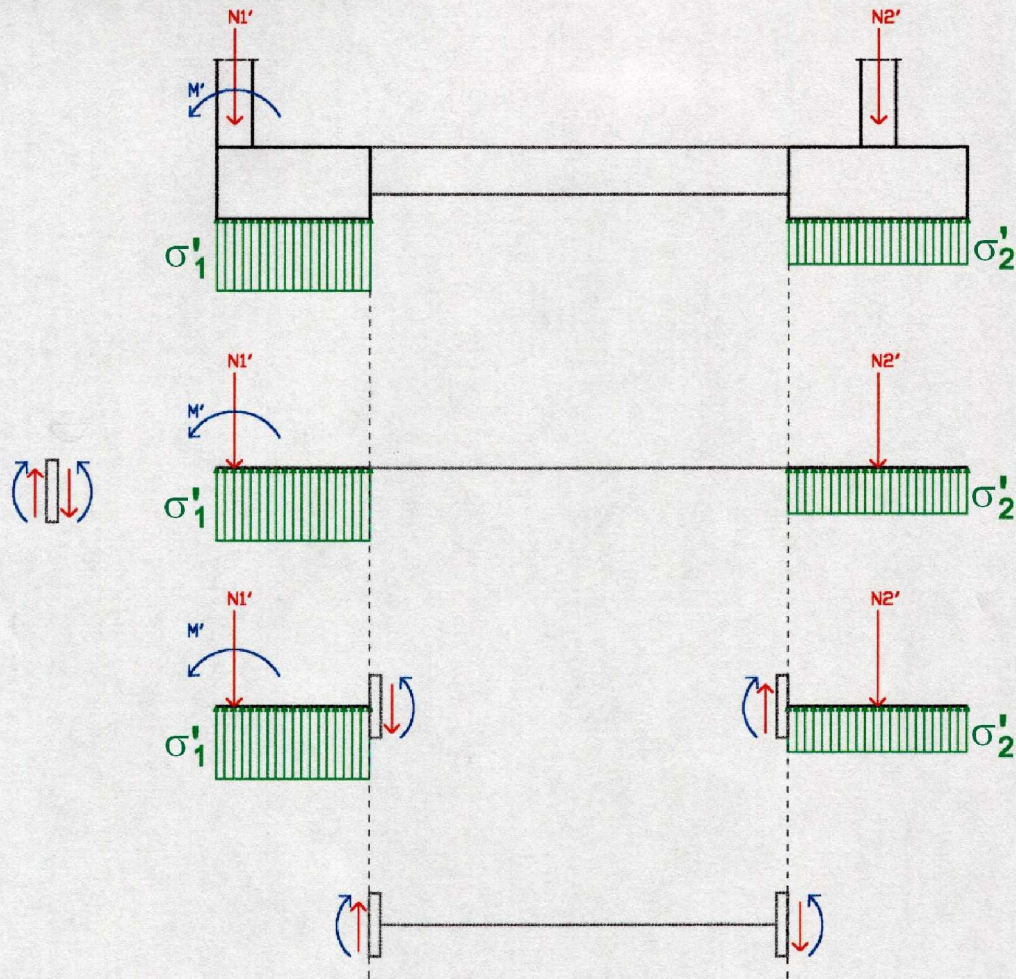
PARA EL CÁLCULO LA ARMADURA DE LA ZAPATA  
SE PROCEDE DE MODO SEMEJANTE AL  
ESPECIFICADO EN EL PRESENTE CAPÍTULO (CON  
CARGA CENTRADA)



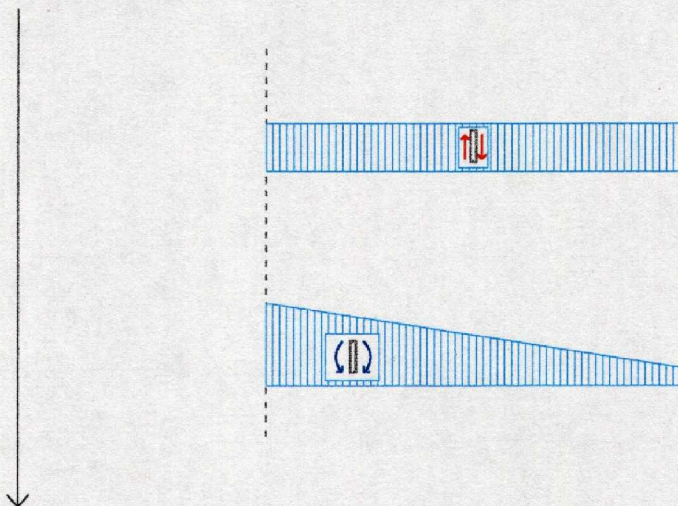
OTRO PROCEDIMIENTO PARA EL CÁLCULO DE VIGA CENTRADORA



3º Se obtienen los esfuerzos de la viga centradora a uno y otro lado de la misma.



4º Esfuerzos de la viga centradora

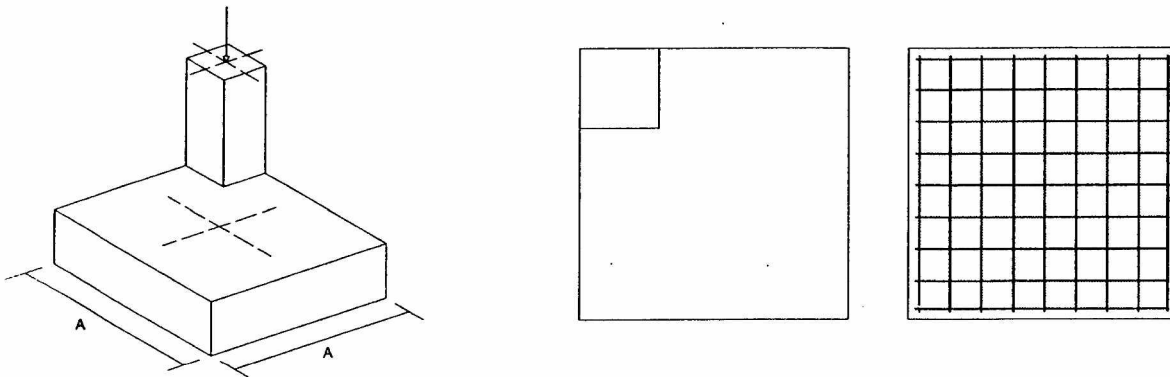


5º Predimensionado y armado de la viga centradora



### **5.5.2. ZAPATA DE ESQUINA**

Son las zapatas que tienen la carga descentrada respecto a los dos ejes. Suelen ser de planta cuadrada, y trabajan como las zapatas de medianera pero con excentricidad en las dos direcciones. Como en las de medianera no se consigue una reacción uniforme del terreno y se generan dos momentos que tienden a producir el vuelco de la zapata; al ser simétricas las dimensiones en planta, las armaduras serán iguales en las dos direcciones, en forma de parrilla.



Se deben disponer vigas centradoras en las dos direcciones para compensar las excentricidades. Para su cálculo se sigue el procedimiento descrito anteriormente para las zapatas de medianería, pero en este caso en dos direcciones.

## **6. CIMENTACIÓN POR LOSA**

*“La losa no es más que una zapata grande que ocupa la totalidad del edificio en planta y en la que se apoyan todos los pilares. Como tal zapata, debe satisfacer las exigencias ya conocidas.”*

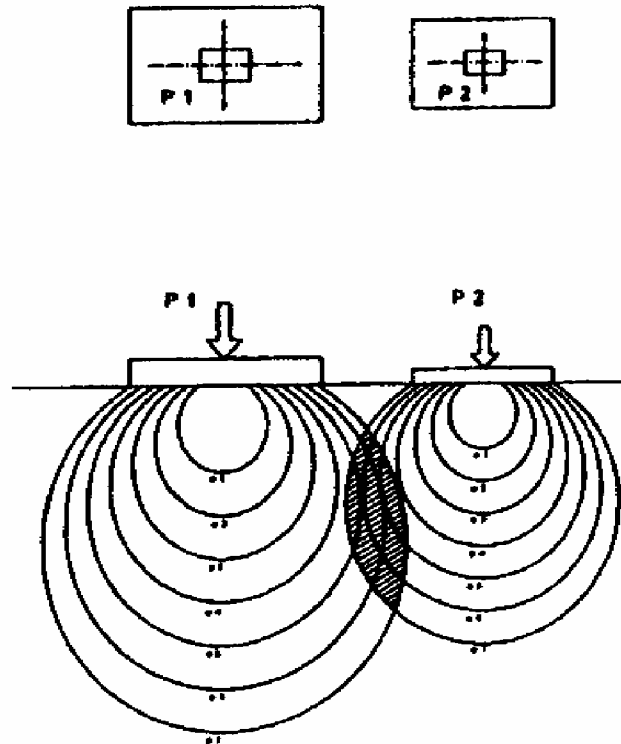
Cuando el estrato firme se encuentra a gran profundidad, o no existe y tenemos la necesidad de cimentar en estratos superficiales con tensiones bajas, se realizará una losa de hormigón armado en toda la base del edificio para repartir las cargas sobre toda ella y conseguir tensiones de trabajo de bajo valor.

Interesa recurrir a la cimentación por losa cuando la superficie de cimentación mediante zapatas supere el 50 % de la superficie de la base del edificio.

Normalmente se construyen de canto constante por facilidad de encofrado y de colocación de ferralla.

El bulbo de presiones en las losas es muy importante; aunque las tensiones sean menores, afecta a estratos más profundos con riesgo de alcanzar estratos más débiles.

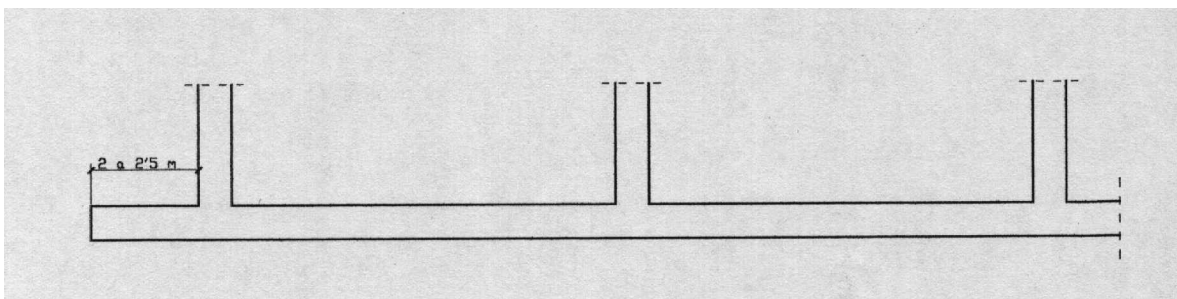
La cimentación por losas requiere siempre estudiar previamente la influencia que puede tener sobre edificios vecinos.



Para evitar el punzonamiento debido a la carga de los soportes y homogeneizar la transmisión de tensiones al terreno tiene importancia fundamental el canto de la losa.

La planta de pilares o soportes debe ser de geometría y reparto bastante regular, con luces y cargas similares, de forma que la resultante de las cargas coincida aproximadamente con el baricentro de la losa. Si existen zonas cargadas muy desigualmente deben realizarse losas separadas mediante juntas estructurales, para evitar la rotura de la losa o el giro de la misma. No debe cimentarse con la losa mas que sobre estratigrafías uniformes de potencia constante.

Es conveniente retranquear los pilares con respecto al límite de la losa, con el fin de evitar, en lo posible, el efecto del punzonamiento.



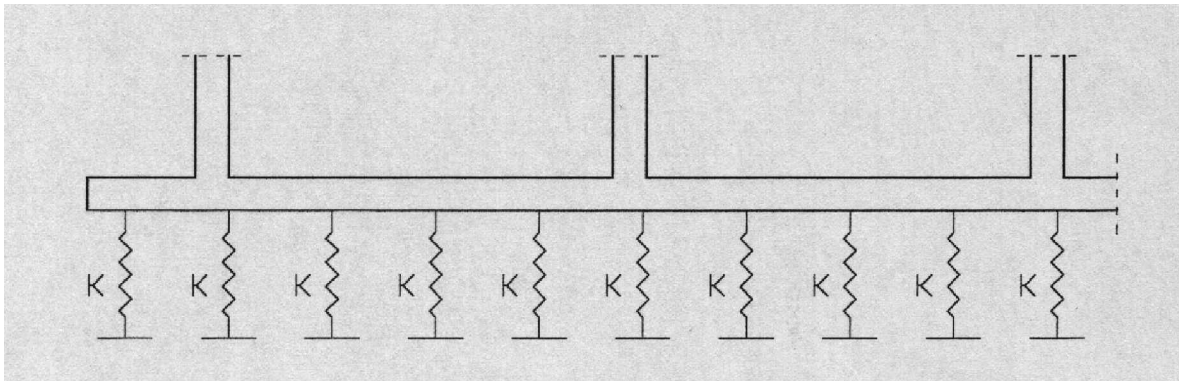
La carga neta a la cota de cimentación de una losa se calcula de la siguiente manera: Si la losa está situada debajo de un sótano, constituye con los muros de éste una enorme zapata hueca. El suelo cargado sólo puede desplazarse hacia arriba en la zona exterior a la ocupada por la losa, de modo que la profundidad de la cimentación a considerar en el cálculo es la medida desde la superficie del terreno. Por ello, la sobrecarga total neta  $Q_t$  a considerar en el cálculo a la cota de cimentación de la losa es igual a la diferencia entre la carga total efectiva menos el peso total efectivo del suelo excavado para el sótano.

Por tanto, aumentando la profundidad o el número de sótanos puede reducirse la carga neta que actúa en la cota de cimentación de una losa. Esta reducción aumenta el coeficiente de seguridad de la cimentación con respecto al hundimiento y disminuye el asiento.

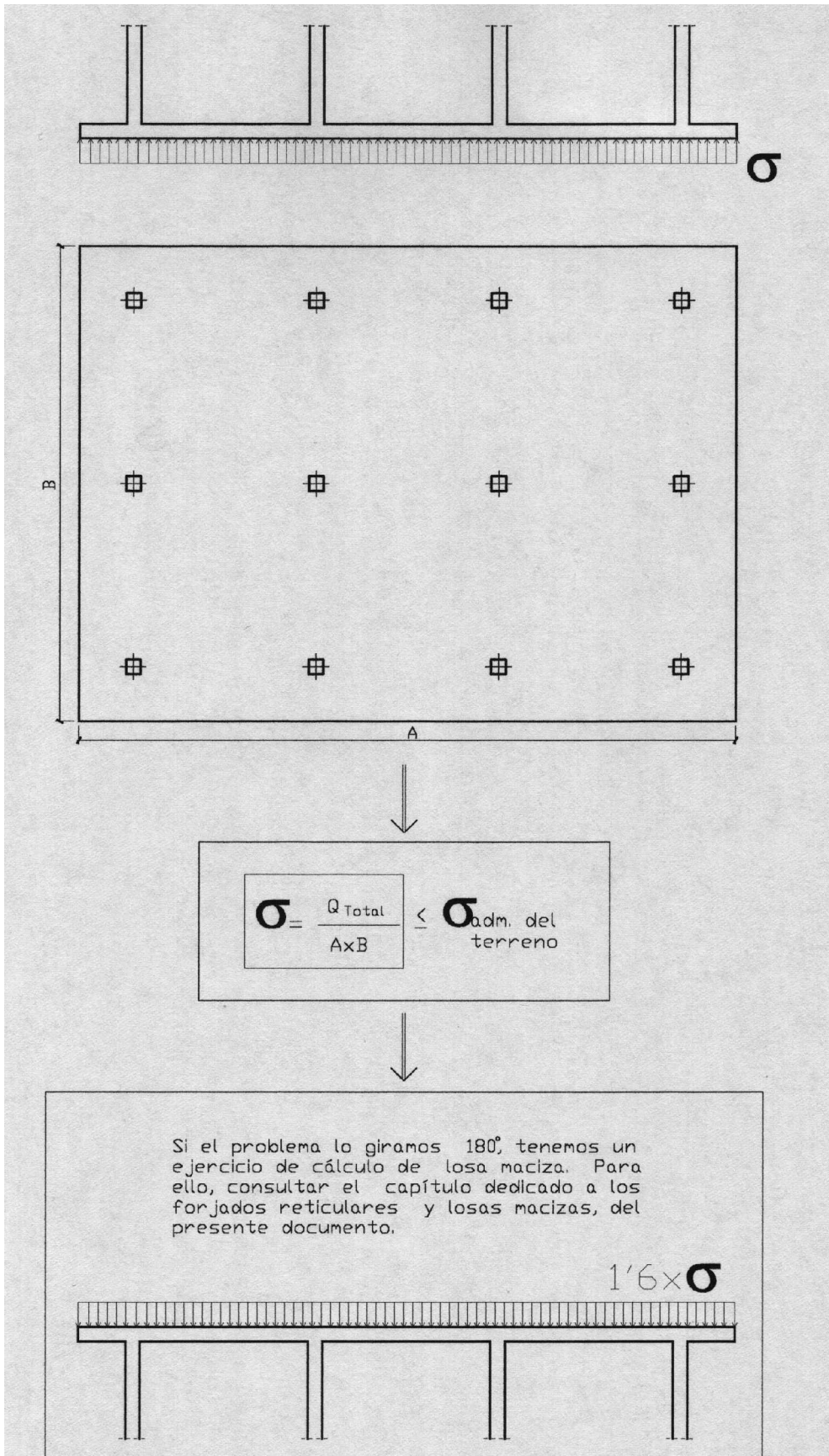
Si  $\sigma_{adm}$  es la tensión admisible del suelo y  $A$  es la superficie cubierta por la losa, la cimentación debe satisfacer la condición:

$$\frac{Q_t}{A} < \sigma_{adm}$$

Para el cálculo de la losa de cimentación se suele utilizar un método basado en la siguiente hipótesis; “*el suelo está sometido a una presión determinada y alcanza un asiento que es proporcional a la tensión*”. Esta teoría se denomina de Winkler o de cimentación flotante.  $K$  es el denominado módulo de balastro o módulo de Winkler, y tiene dimensiones de densidad. La hipótesis equivale a suponer que la losa de cimentación flota en un líquido de densidad  $K$ . El valor de  $K$  es tanto mayor cuanto más indeformable es el terreno.

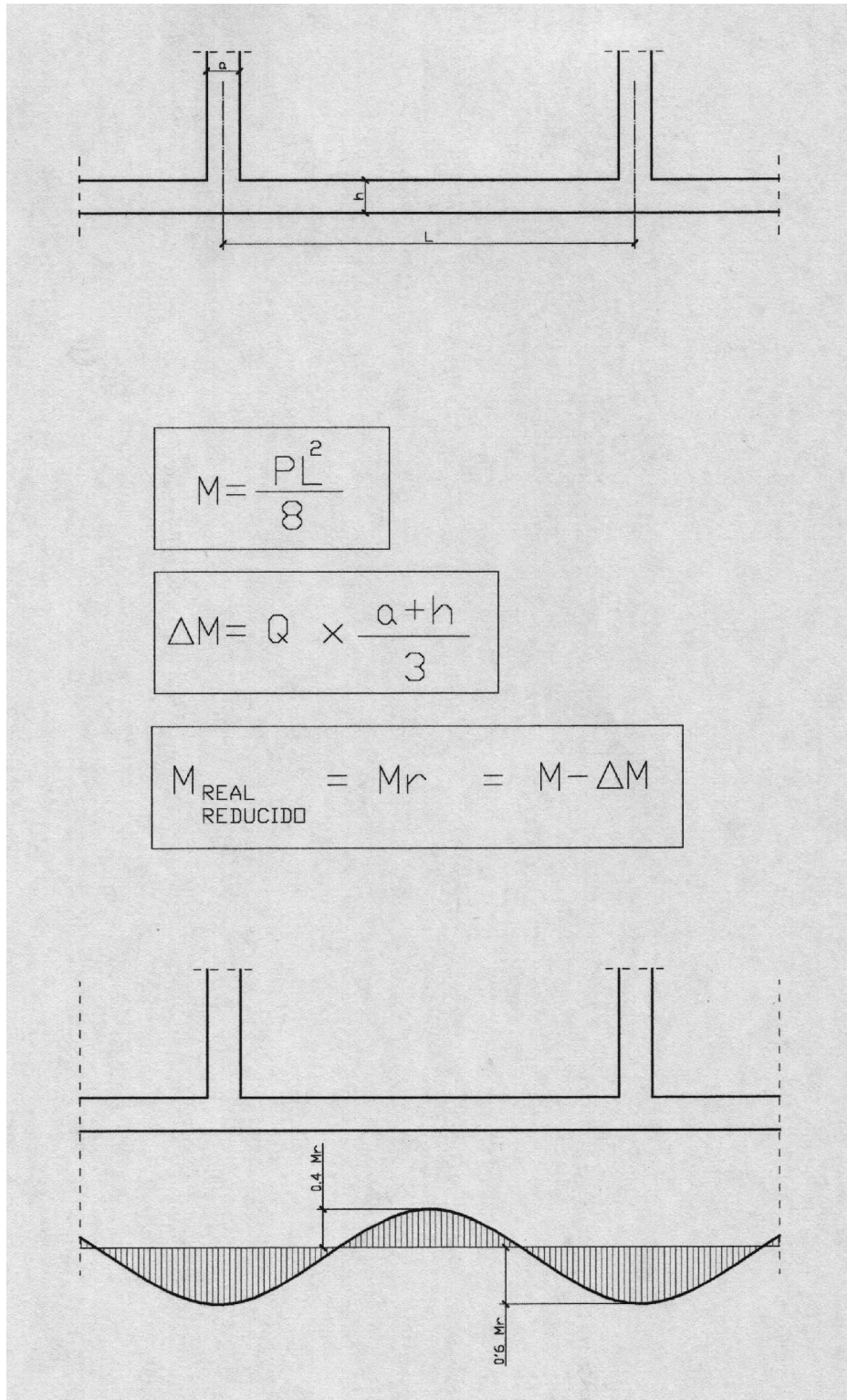


Por otra parte, existe otro método, más sencillo y fácil, que consiste en calcular la losa por el método de los pórticos virtuales, ya que en realidad, la losa de cimentación se trata de una placa maciza de espesor constante. Por lo tanto, habrá de armarse y comprobarse los estados límite de agotamiento ante **tensiones normales, a cortante y a punzonamiento**. Para ello consultar el capítulo dedicado a los forjados reticulares y losas macizas del presente documento.





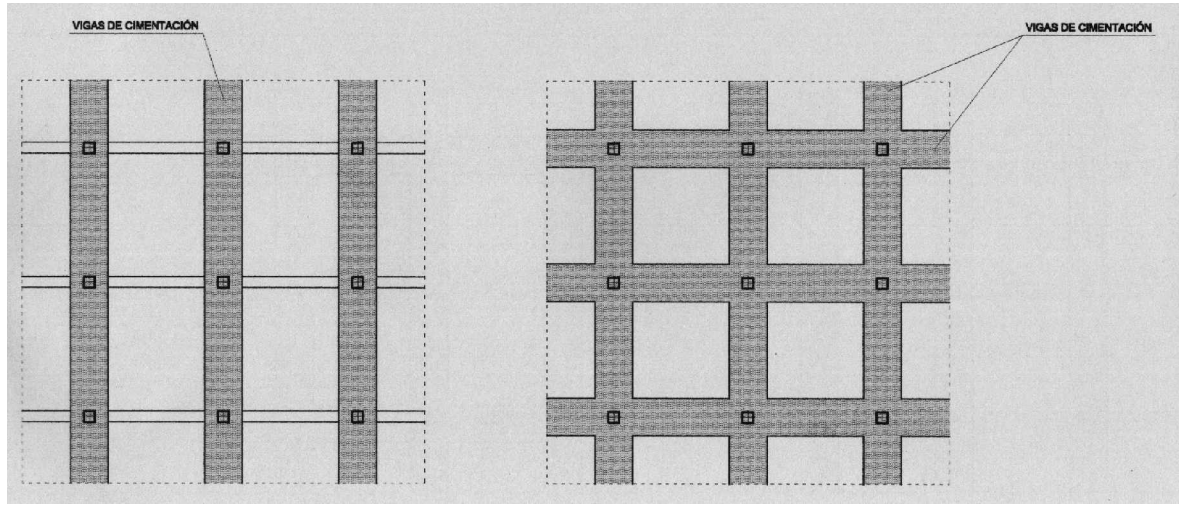
Es importante señalar que el tamaño del pilar es muy considerable con respecto al canto de la losa, esto redondea (reduce) el diagrama de momentos de la losa.



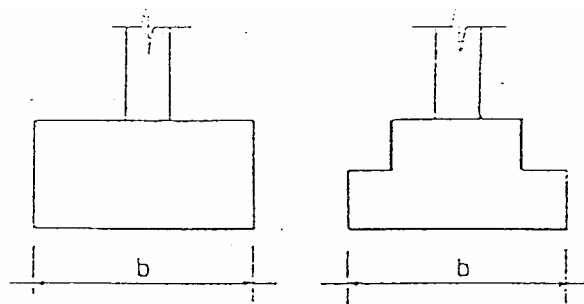
## 7. VIGAS DE CIMENTACIÓN

Se entiende por viga de cimentación aquella sobre la que apoyan tres o más soportes.

Llamamos emparrillado de cimentación a un sistema de vigas de cimentación en dos direcciones, formando retícula ortogonal.



La sección transversal puede ser rectangular o escalonada. Esta última forma supondría economía en hormigón y acero, pero mayor coste en encofrados y mano de obra, por lo que habitualmente suele adoptarse la forma rectangular.



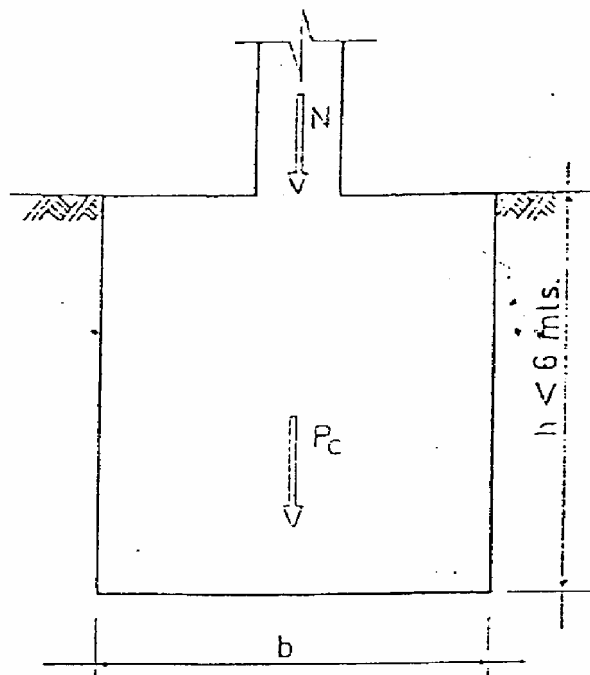
Una primera ventaja a destacar en este tipo de cimentaciones es su menor sensibilidad, en comparación con las zapatas aisladas, frente a posibles efectos localizados del terreno, es decir, su mayor capacidad para evitar posibles asentamientos diferenciales.

## 8. CIMENTACIÓN POR POZOS

Cuando el terreno apto para cimentar se encuentra a una profundidad relativamente importante, como por ejemplo entre 3 y 6 metros, debe estudiarse la posible conveniencia económica de construir un sótano. En caso de no convenir esta solución y tenerse por tanto que cimentar a las profundidades antes mencionadas, caben varias soluciones, de las cuales se puede optar por cimentación por pozos.

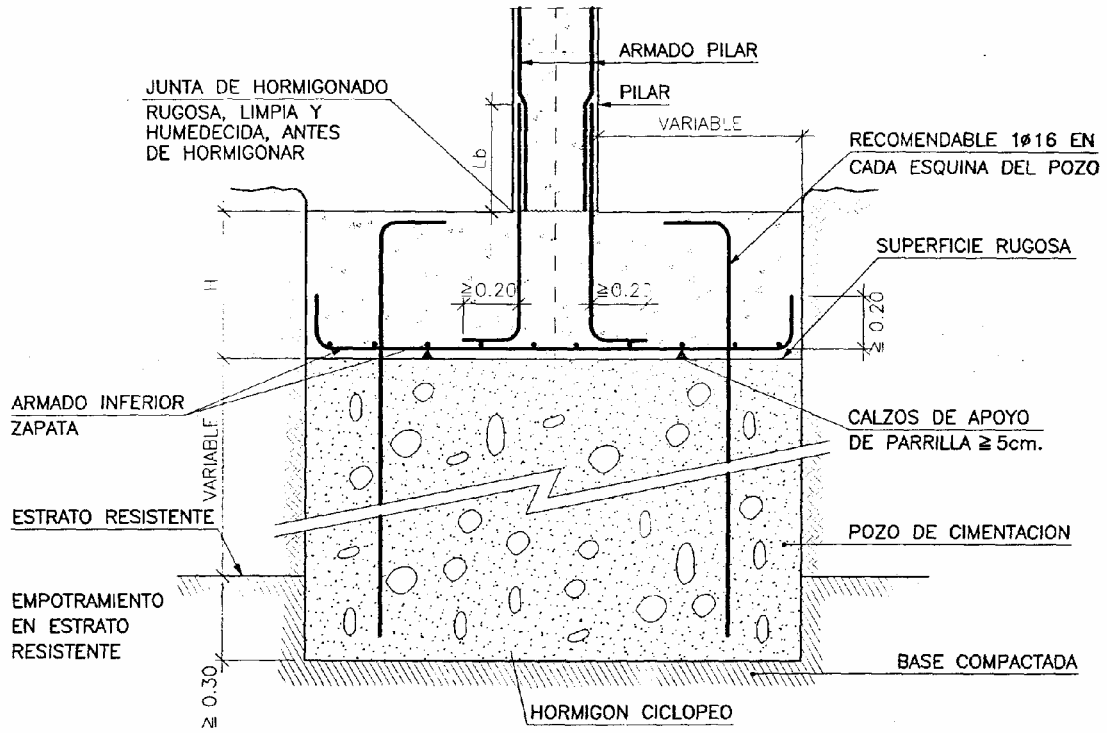
Si el terreno permite realizar la excavación necesaria sin entibar, o se requiere una entibación sencilla que no resulte cara, puede excavarse un pozo hasta el terreno firme, y rellenarlo de hormigón a modo de zapata de gran canto de hormigón en masa. Las dimensiones deben ser tales que el peso propio del cimiento  $P_c$  y del esfuerzo  $N$  existente, no generen una tensión transmitida al terreno superior a la admisible.

Cuando la carga no es centrada, es decir, cuando existe un momento flector; además del esfuerzo axial  $N$ , el cálculo del cimiento es más complejo ya que se movilizan empujes activos y pasivos en el terreno circundante al cimiento.



Las tracciones que debe soportar este tipo de cimentación suelen ser muy pequeñas (el hormigón suele ser capaz de asumirlas).

El esquema básico sería el siguiente:



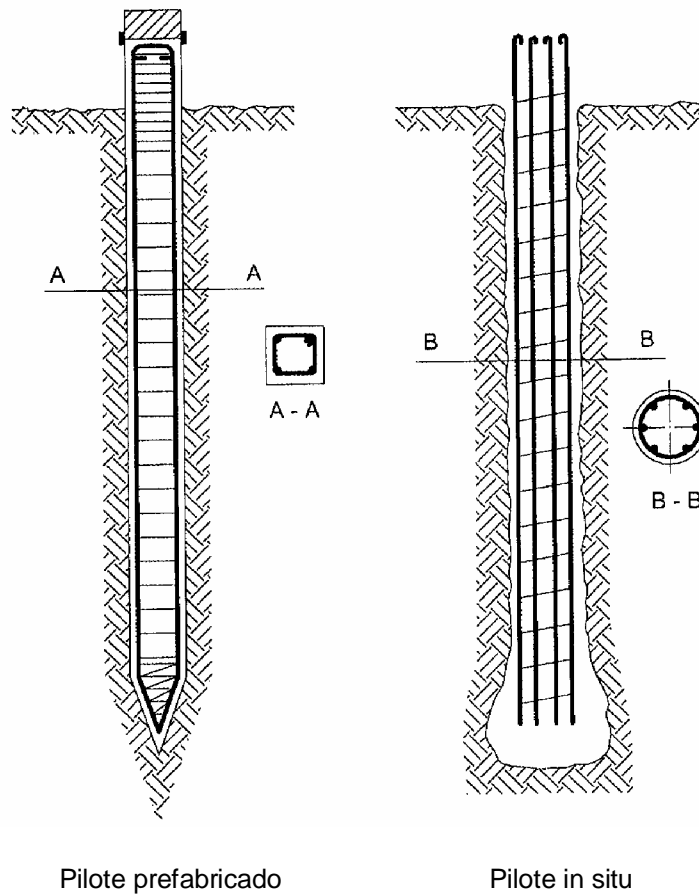
## **9. PILOTAJES**

### **9.1.GENERALIDADES**

Un pilotaje es una cimentación constituida por una zapata o encepado que se apoya sobre un grupo de pilotes, los cuales se introducen profundamente en el terreno para transmitir su carga al mismo. Los pilotajes se emplean cuando el terreno resiste está a profundidades mayores de los 5 ó 6 metros; cuando el terreno es poco consistente hasta una gran profundidad; cuando existe gran cantidad de agua en el mismo; y cuando hay que resistir acciones horizontales de cierta importancia.

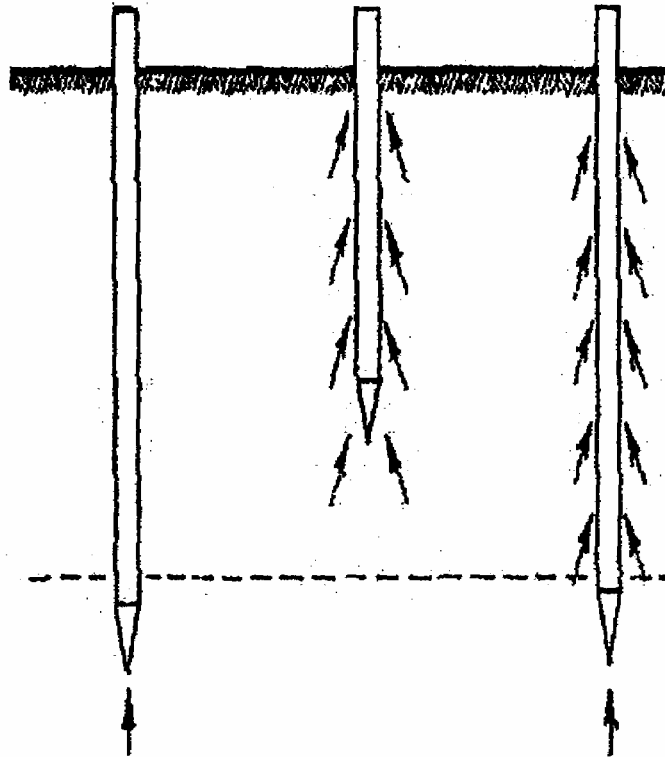
Los principales tipos de pilotes de hormigón son los siguientes:

- Pilotes prefabricados, que se hincan en el terreno mediante máquinas del tipo martillo. Son relativamente caros, ya que deben ir fuertemente armados para resistir los esfuerzos que se producen en su transporte, izado e hinca. Pueden originar perturbaciones en el terreno y en estructuras próximas durante su hinca. Tienen la ventaja de que la hinca constituye una buena prueba de carga. (120 kp/cm<sup>2</sup>).
- Pilotes moldeados in situ, en perforaciones practicadas previamente mediante sondas de tipo rotativo. Generalmente son de mayor diámetro que los prefabricados. (40-50 kp/cm<sup>2</sup>).
- Pilotes mixtos, realizados a partir de una perforación que se ensancha posteriormente inyectando hormigón a presión; o hincando pilotes prefabricados de mayor sección que la perforación.



Por su forma de trabajo, los pilotes se pueden clasificar en

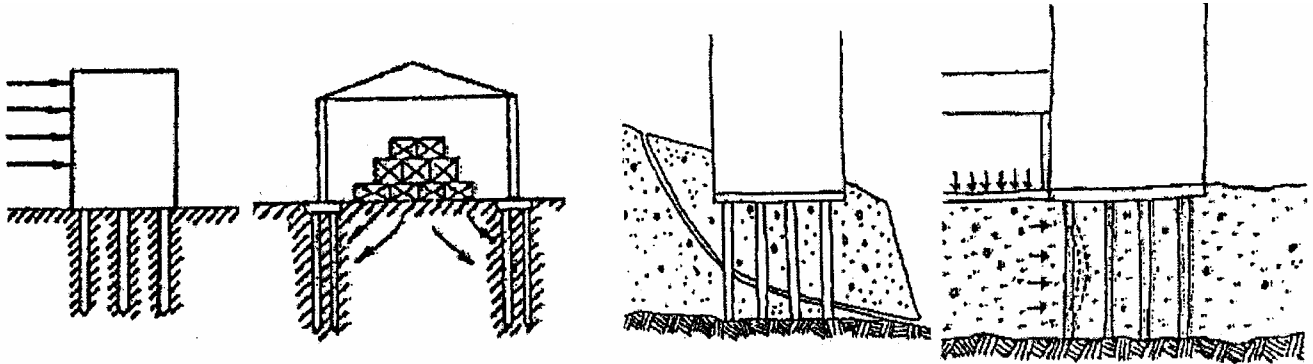
- Pilotes por punta. Son aquellos cuya punta llega hasta el terreno firme, transmitiéndole la carga que recibe en la cabeza. La acción lateral del terreno elimina el riesgo de pandeo. Se realizan cuando la profundidad es excesiva.
- Pilotes flotantes. Son los que, por no existir estratos resistentes o encontrarse estos a excesiva profundidad, los hincamos en estratos menos resistentes transmitiendo los esfuerzos al terreno por rozamiento del fuste con el terreno.
- Pilotes mixtos. Son los que se apoyan sobre un estrato resistente pero insuficiente y se ayudan de la transmisión de esfuerzos del rozamiento del fuste con el terreno. Esta forma de trabajo es la más frecuente.



Forma de trabajo de los pilotes

Los pilotes generalmente se diseñan para trabajar a esfuerzo de compresión, si bien pueden ser sometidos a otros esfuerzos como son:

- cargas horizontales en cabeza. Derivadas de los empujes del viento.
- Empujes laterales. Provenientes del terreno colindante o bien de cimentaciones superficiales.
- Esfuerzos de corte. Como los que pueden provocar los deslizamientos de laderas.



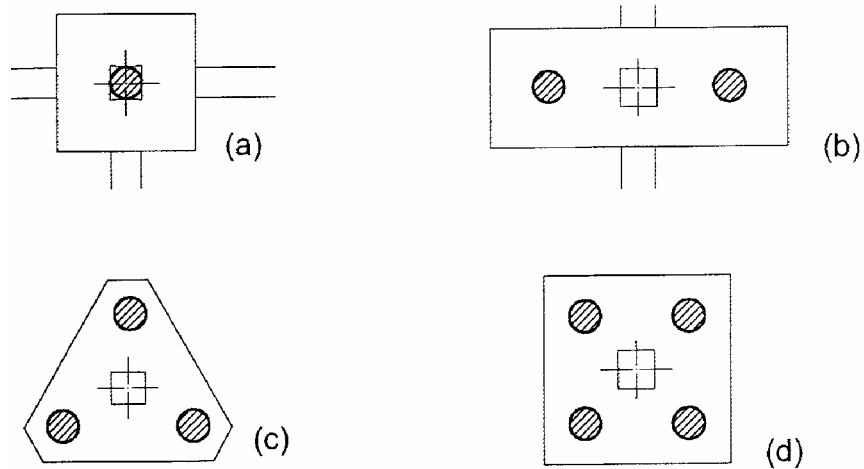
Esfuerzos que ha de resistir un pilote

Existe un gran número de sistemas de ejecución y de variantes en cada uno de ellos. La EHE dedica a los pilotes el artículo 59.6.

## 9.2. ENCEPADOS

Los encepados o zapatas sobre pilotes son piezas prismáticas de hormigón armado que transmiten y reparten la carga de los soportes o muros a los grupos de pilotes. Como en la actualidad se emplean generalmente pilotes de diámetro grande, por razones económicas, el número de pilotes por cada encepado no suele ser muy elevado.



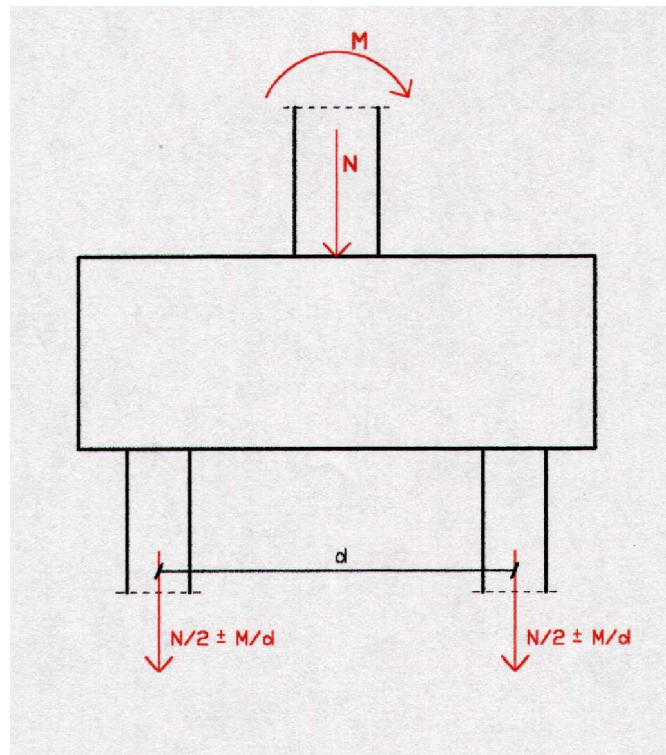


Encepado de uno, dos, tres y cuatro pilotes:(a, b) con vigas centradoras;  
(c) isostático; (d) hiperestático.

Es conveniente arriostrar debidamente los distintos encepados de una cimentación; en el caso de uno es imprescindible disponer **vigas centradoras encargadas de absorber tanto las excentricidades accidentales como los momentos del pie del soporte.**

**Las vigas centradoras deberán absorber las solicitaciones originadas por las excentricidades accidentales de los pilotes.**

Con dos pilotes puedo equilibrar el momento en una dirección, por lo tanto en esa dirección se podrá prescindir de vigas centradoras.



Por regla general dos pilotes son más seguros que tres, ya que existe menos probabilidad de que uno de dos “falle”, mientras que si son tres, hay más posibilidades de que uno de los tres no cumpla (en el momento en el que “falle” alguno de los pilotes que llega al encepado, se puede perder la estabilidad del encepado)

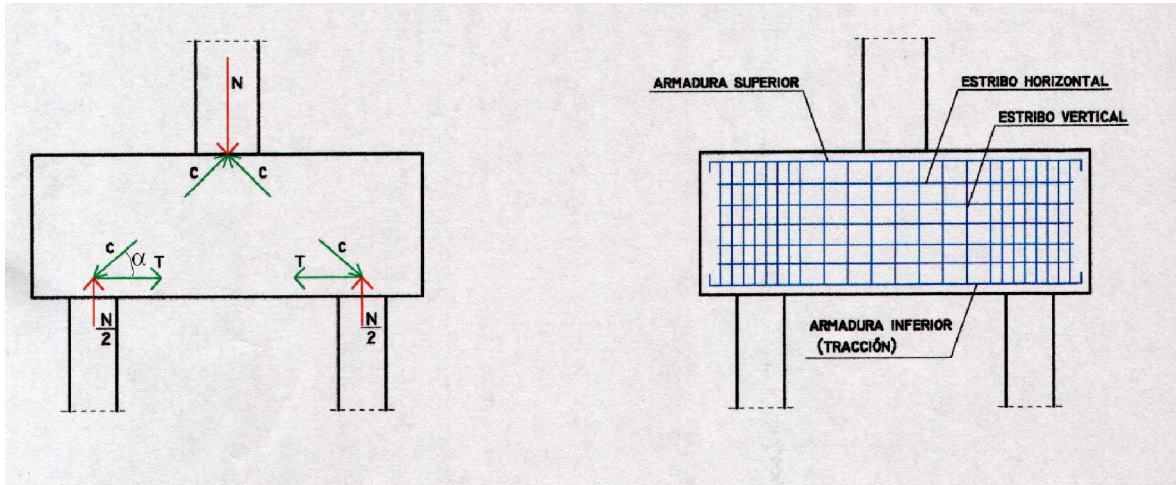
**A partir de tres pilotes ya no hace falta vigas, porque separando los pilotes con las distancias adecuadas se pueden equilibrar los momentos.**

Cuando además de las cargas verticales existan cargas horizontales que actúen sobre el encepado, deben colocarse *pilotes inclinados* capaces de resistirlas. No es necesario tomar esta precaución si las fuerzas horizontales se deben exclusivamente al viento y no sobrepasan el 3% de las cargas verticales.

### 9.2.1. ARMADO DE ENCEPADOS RÍGIDOS SOBRE DOS PILOTES

Para encepados sobre dos pilotes sometidos a flexocompresión recta (en un solo plano), el modelo de bielas y tirantes a utilizar es el de la figura siguiente.

- Esquemáticamente

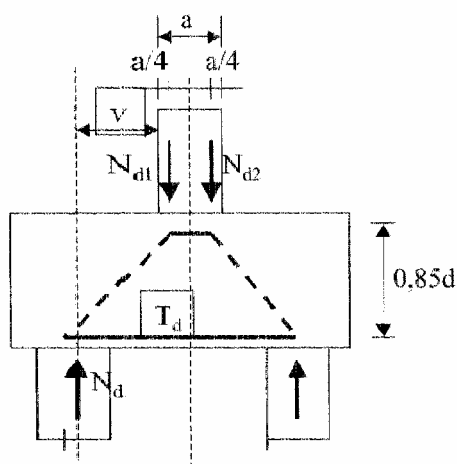


donde;

$$2C \times \text{sen} \alpha = N$$

$$T = C \cos \alpha$$

- De modo más preciso:



$$T_d = \frac{N_d}{0,85d} (v + 0,25a)$$

$$T_d = A_s f_{yd} \quad (f_{yd} \leq 400 \text{ N/mm}^2)$$

$N_d$  es el axil sobre el pilote más cargado

La armadura principal obtenida como anteriormente se indica debe disponerse sin reducción de sección a lo largo de todo el encepado y debe anclarse respecto al eje de cada pilote una longitud igual a :

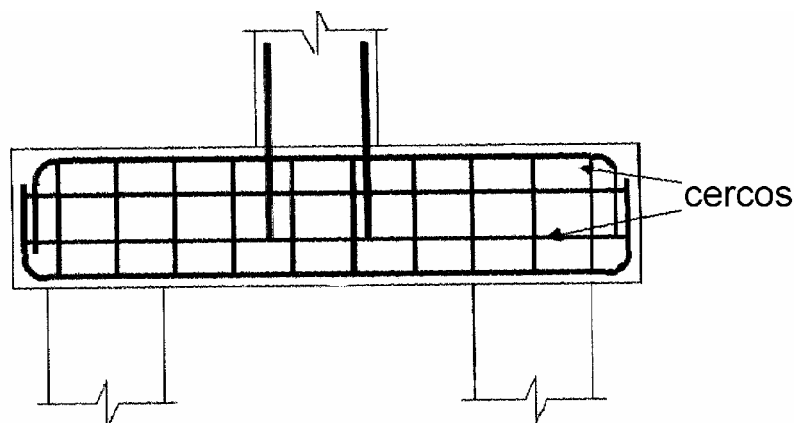
$$l_{b,neto} = l_b \frac{A_s}{A_{s,real}} \quad l_b = m\phi^2$$

Recomendándose el anclaje con barras transversales (parrilla) a partir del eje de pilotes.

La comprobación del nudo de unión entre pilar y encepado no es, en general, necesaria, si la tensión característica del hormigón de pilar y encepado es la misma. En caso contrario, hay que comprobar los nudos. Esta comprobación supone la comprobación implícita de las bielas de compresión.

La armadura secundaria consistirá en una armadura longitudinal dispuesta en la cara superior del encepado y extendida sin escalar en toda la longitud del mismo con capacidad mecánica no inferior al 10% de la capacidad de la armadura inferior.

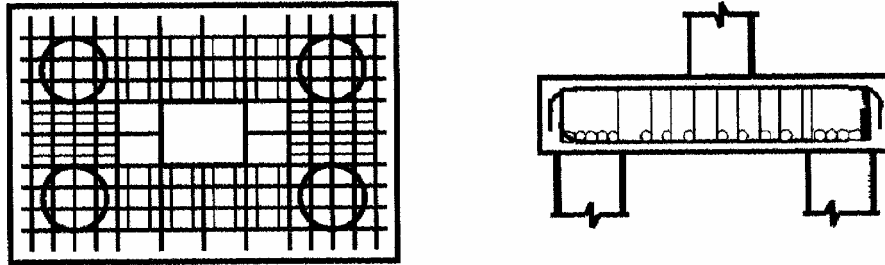
Una armadura horizontal y vertical dispuesta en retícula en las caras laterales. La armadura vertical consistirá en cercos cerrados que atén las armaduras longitudinales superior e inferior, mientras que la horizontal consistirá en cercos cerrados que atén la armadura vertical. La cuantía de cada una de ellas, referida al área de la sección perpendicular de hormigón a su dirección será como mínimo del 0'4 %. Si el ancho supera a la mitad del canto se considerará esta mitad del canto para evaluar el área de la sección de referencia para estas cuantías.



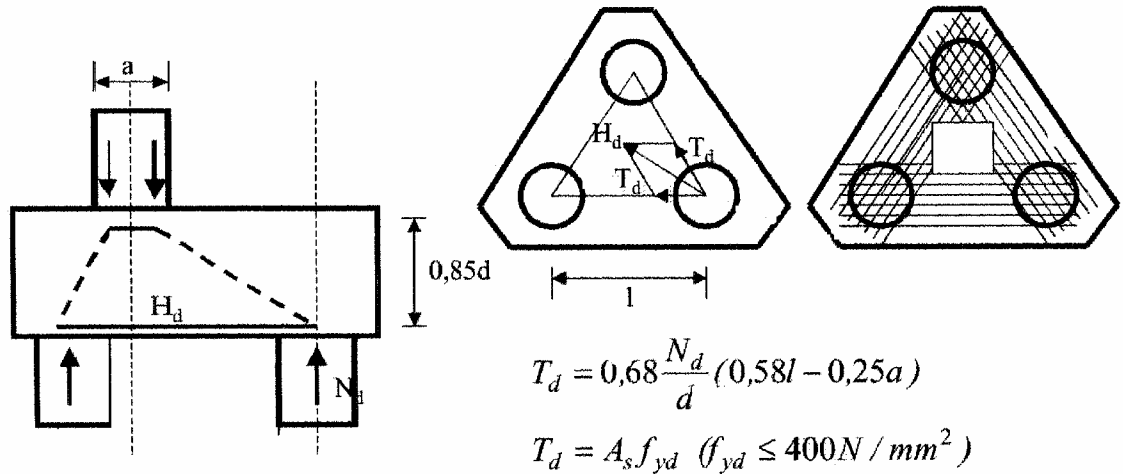
### 9.2.2.ARMADO DE ENCEPADOS RÍGIDOS SOBRE TRES Y CUATRO PILOTES

Para encepados sobre varios pilotes, la armadura se clasifica en:

- c) Armadura principal: Se sitúa en bandas (zona de eje la línea que une los centros de los pilotes, ancho igual al diámetro del pilote más dos veces la distancia entre la cara superior del pilote y el centro de gravedad de la armadura del tirante) sobre los pilotes, de tal forma que se consiga, como siempre el anclaje de las mismas desde el eje de cada pilote.
- d) Armadura secundaria: situada entre las bandas anteriores con una capacidad no inferior al 25 % de la principal en las bandas.
- e) Armadura secundaria vertical: situada a modo de cercos atando la armadura principal de las bandas.

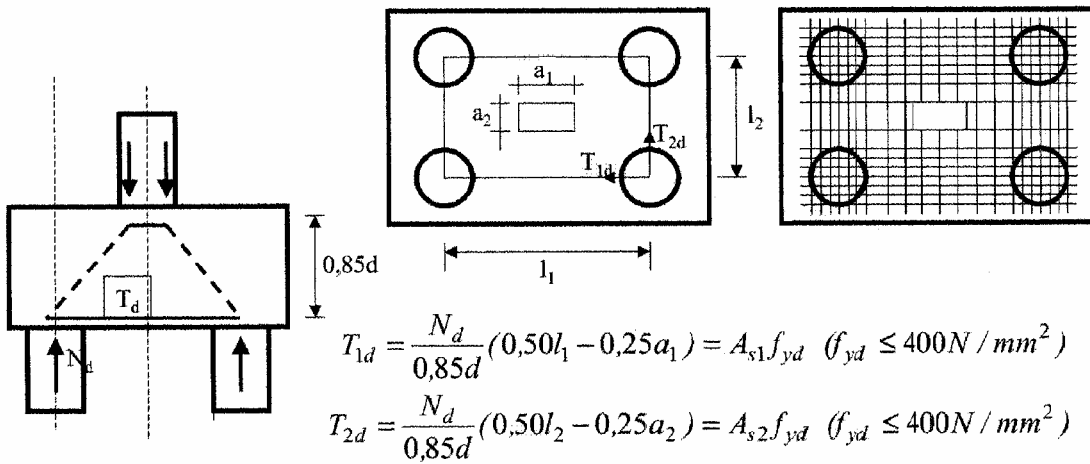


En el caso de encepados sobre tres pilotes colocados según un triángulo equilátero, con el pilar en el baricentro del triángulo, el modelo de bielas y tirantes a utilizar es el de la figura siguiente:



$N_d$  es el axil sobre el pilote más cargado

En el caso de encepados sobre cuatro pilotes según un rectángulo, con el pilar en el baricentro del rectángulo, el modelo de bielas y tirantes a utilizar es el de la figura siguiente:

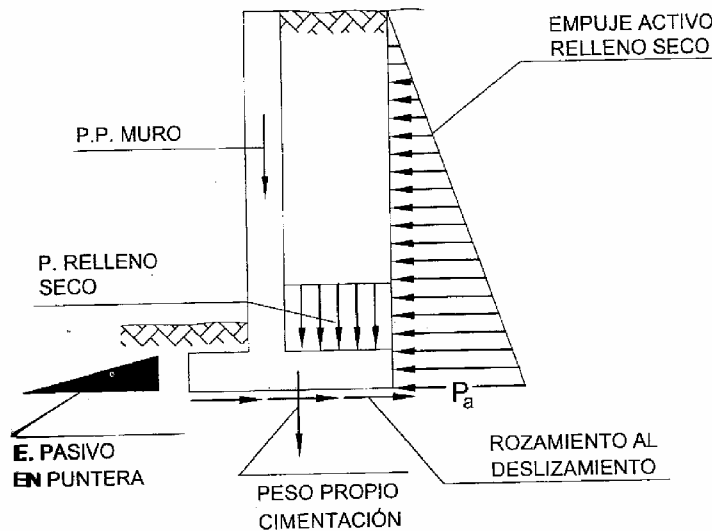


$N_d$  es el axil sobre el pilote más cargado

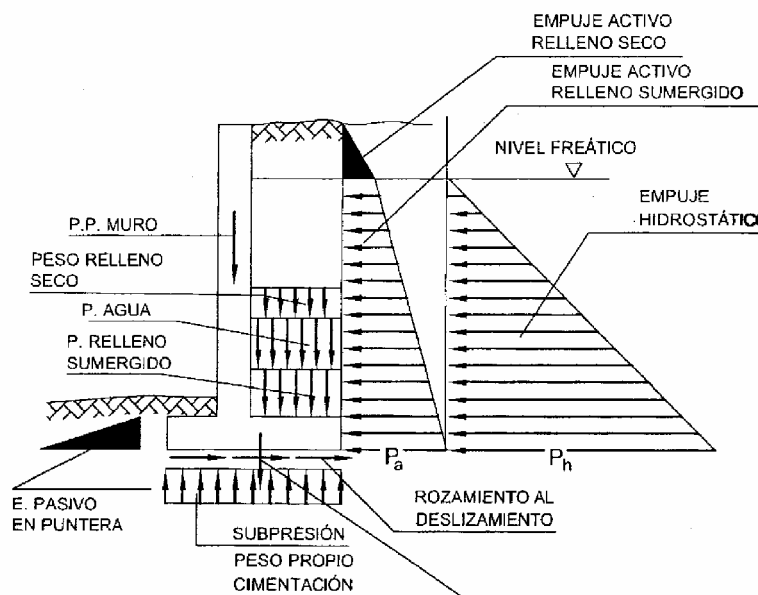
## 10. ELEMENTOS DE CONTENCIÓN

### 10.1. ACCIONES SOBRE EL MURO

En el figura siguiente se representan las acciones sobre el muro cuando no hay (a) o sí hay (b) capa freática afectando al muro.



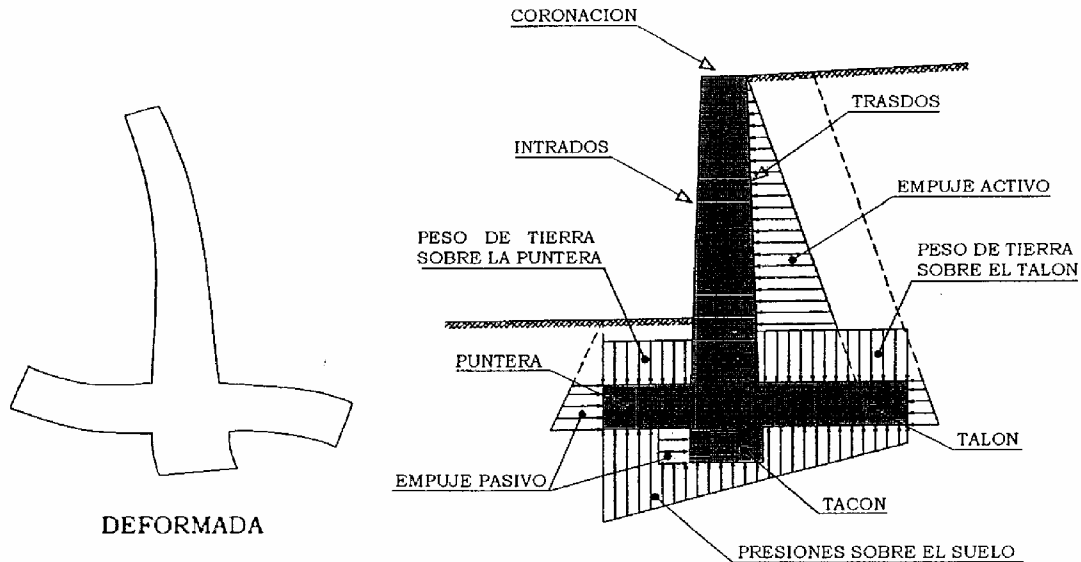
a) Acciones sobre el muro cuando no hay capa freática



b) Acciones sobre el muro cuando hay capa freática

## 10.2.MUROS DE CONTENCIÓN DE TIERRAS

El muro de hormigón es, salvo casos muy excepcionales, la solución estructural más barata para contener tierras y soportar sus empujes. El tipo más general de muro se indica a continuación.



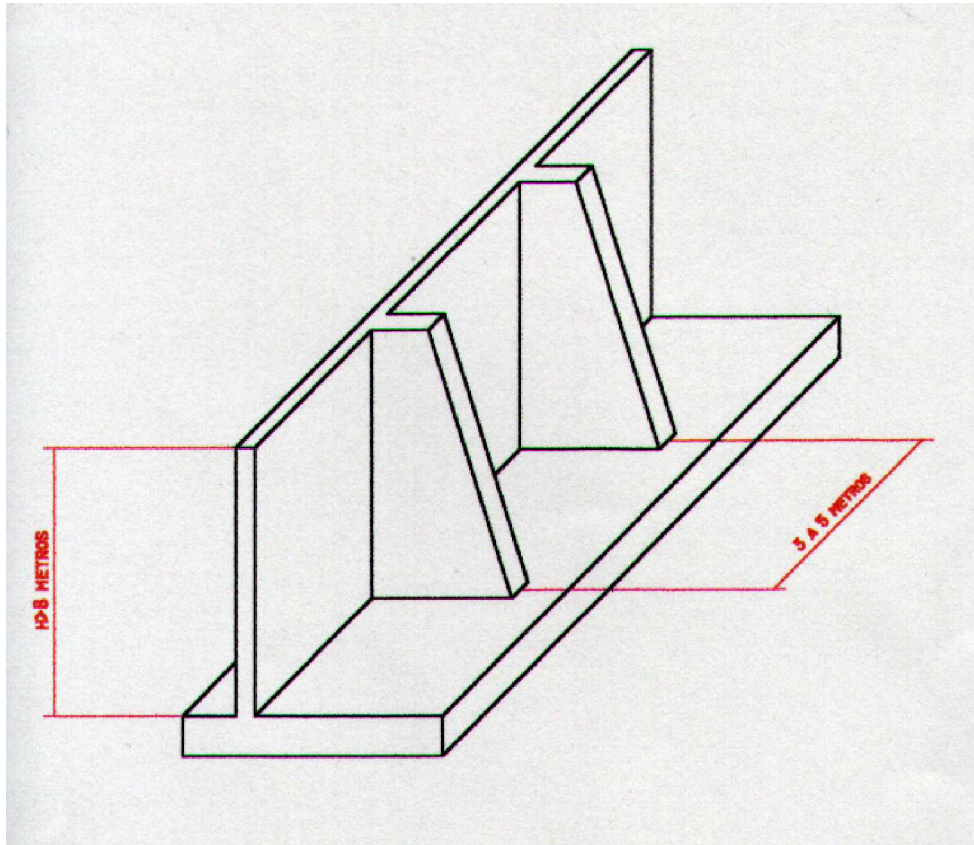
Acciones y reacciones a las que se ve sometido el muro

En el dibujo anterior se representa, de modo exagerado, las deformaciones que experimentan los distintos elementos del muro por razón de su trabajo. El empuje de las tierras sobre el trasdós deforma al alzado como una ménsula y provoca unas reacciones del terreno de cimentación que son máximas en la puntera y mínimas en el talón. Como consecuencia, la puntera se deforma en ménsula. A su vez, en el frente de la puntera actúa la reacción del terreno, la cual colabora (junto con el rozamiento de la base de la zapata) en impedir el deslizamiento horizontal del muro.

El peso de las tierras sobre el talón suele ser más alto que la suma de reacciones (débiles) del terreno sobre sí mismo.



En caso de que la altura del muro sea superior a 8 metros, hay que disponer contrafuertes distanciados de 3 a 5 metros.



### 10.3.CÁLCULO DE MUROS.

Los muros se pueden considerar trabajando de dos maneras simultáneas: transversalmente, por la acción del terreno, y como viga de cimentación en la dirección longitudinal.

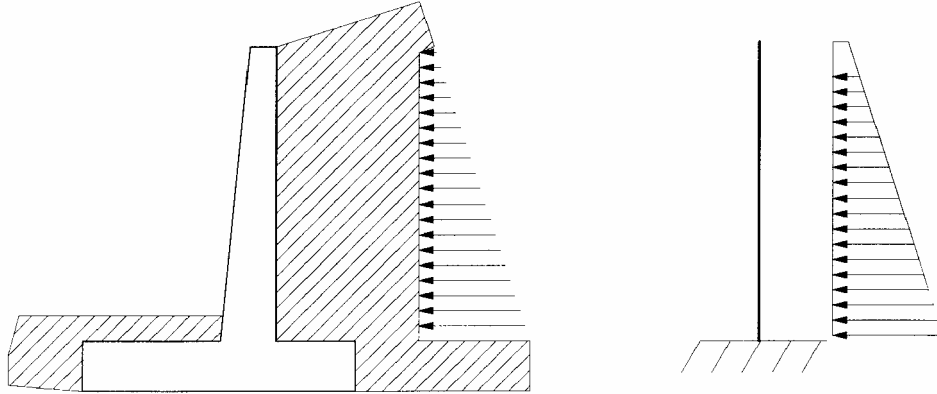
#### Sección transversal

El cálculo de esfuerzos en el muro se realizará teniendo en cuenta las condiciones de rigidez de la cimentación y el empuje del terreno. Éste último, a su vez, dependerá de la existencia de relleno en el trasdos, presencia de nivel freático alto, drenaje, etc.

a) Muros de contención.

Los esfuerzos en la estructura son producidos principalmente por las acciones horizontales.

El modelo de cálculo para un muro en ménsula con talón y puntera puede esquematizarse de la siguiente manera:



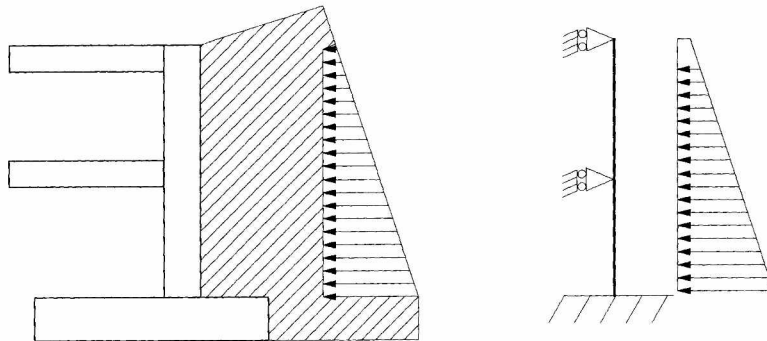
Modelo para muros en ménsula

b) Muros de sótano.

Además de las cargas horizontales, el muro recibe cargas verticales del edificio (fachada, pilares,...) con lo que se encuentra en un marcado estado de flexocompresión. Los forjados en los que apoya el muro introducen unas reacciones horizontales que definen la distribución de esfuerzos a lo largo de la altura del sótano.

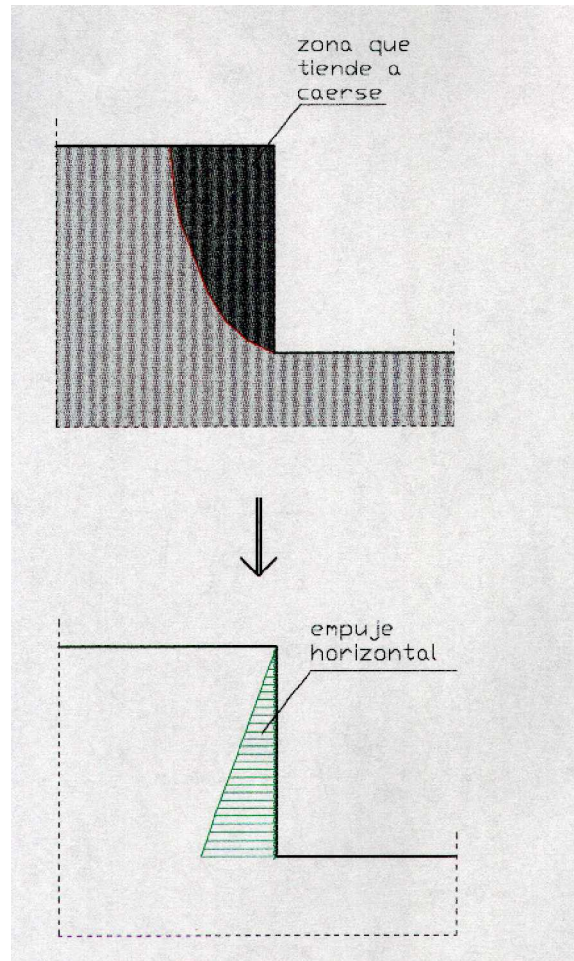
Se llama la atención sobre la necesidad de compensar o absorber con la estructura dichas reacciones horizontales.

El modelo estructural para el muro de sótano con cimentación de gran rigidez, podría ser el siguiente:



Modelo para un muro de sótano

## Cálculo de empuje horizontal



$$\sigma_{\text{horizontal}} = K \times \sigma_{\text{vertical}}$$

donde **K** puede referirse a ;

- Empuje Activo. Es el primer empuje. Es el más pequeño. Es el que ejerce el terreno. Habitualmente K toma valores comprendidos entre **0'25 y 0'45**
- Empuje Pasivo. Es el empuje que transmite el elemento estructural al terreno. K oscila entre **2 y 3**.
- Empuje en Reposo. El muro no se deforma. K toma el valor de **0'5**.

Comprobaciones a realizar:

- Comprobación a vuelco con coeficiente de seguridad mínimo de 2.

- Comprobación al deslizamiento en la base con coeficiente de seguridad mínimo de 1,5.
- Paso de la reacción vertical por el núcleo central de la base para evitar que aparezcan tracciones en la base. En estos casos queda garantizada la seguridad al vuelco.
- Comprobaciones de que no se produce la plastificación excesiva del terreno (tensión admisible en la base)
- Estabilidad general del conjunto, evitar deslizamientos del talud que incluyan al muro.
- Resistencia estructural (dimensiones y armados suficientes)
- Asientos medios y diferenciales admisibles.

Fuerzas actuantes a considerar:

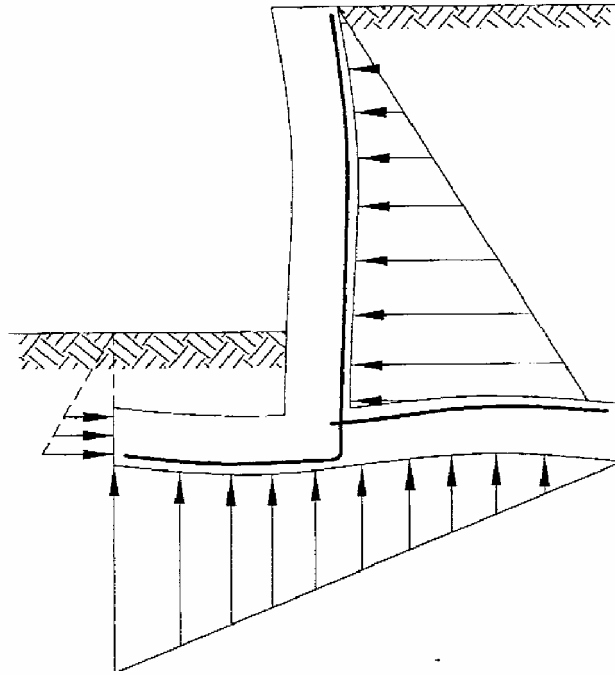
- Empuje en el trasdos.
- Empuje pasivo sobre la zona del pie. Es habitual minorar, de cualquier forma el empuje pasivo por seguridad.
- Peso propio.
- Tensiones en la base para el cálculo de la cimentación.

Los cálculos a realizar se resumen de la siguiente forma:

- Cálculo a flexión: Se realiza con los momentos flectores obtenidos del cálculo transversal del muro. El dimensionamiento sin considerar las presiones verticales en el caso de muros de sótano en general suele estar del lado de la seguridad.
- Cálculo a cortante. La comprobación consiste en comparar el esfuerzo cortante por metro de ancho en la sección más solicitada, con  $V_{cd}$  para piezas sin armadura de corte.
- Comprobación de ELS de fisuración: Puede utilizarse considerando una sección rectangular de hormigón armado, de ancho unidad y canto el espesor del muro.
- Anclaje y solape: En el anclaje del armado del muro se tendrán en cuenta las indicaciones dadas para cualquier elemento de hormigón armado.

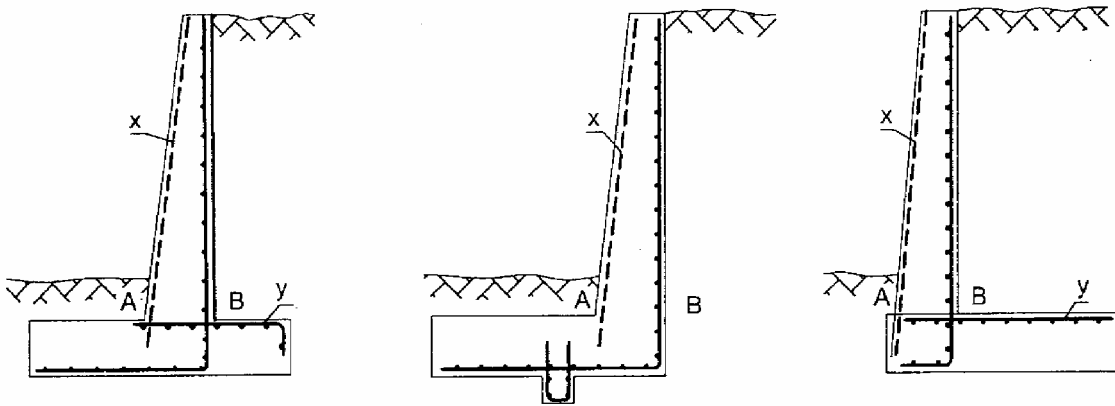
En la armadura de tracción e puede considerar una longitud de anclaje reducida un 30% si acaba en patilla e incluso se puede prolongar dicha patilla en la longitud necesaria para completar la longitud de anclaje. Para el anclaje de la armadura de la cimentación vale lo expuesto en zapatas.

El muro de contención se arma fundamentalmente para absorber las flexiones que originan en su paño los empujes, de ahí que las armaduras principales sean verticales y correctamente unidas a la zapata para formar un nudo rígido entre paño y ésta.



Trabajo del muro

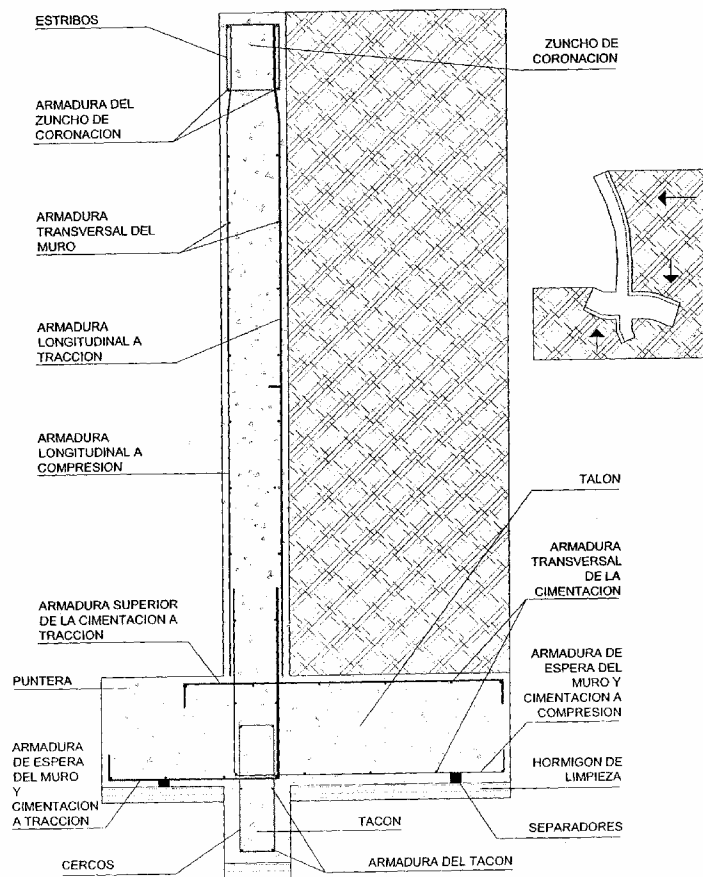
Los esquemas generales de armado se indican en la figura siguiente. La armadura marcada con X, es un emparrillado para control de fisuras debidas a la retracción y los efectos térmicos, cuya cuantía viene dada en la tabla 42.3.5 de la EHE.



Esquemas generales de armado de muros

El plano *AB* corresponde a una junta de hormigonado, lo que significa unas armaduras en espera para empalme de barras. Las longitudes de solapo deberán obtenerse, como siempre, aplicando el artículo 66.6 de la EHE.

Además de las armaduras principales deben ser colocadas armaduras de piel que prestan función de atado, reparto y ayudan a reducir la fisuración de retracción. También es preciso hacer constar la conveniencia, y en ciertos casos absoluta necesidad, de disponer armadura de refuerzo a modo de zuncho corrido de atado en la coronación del muro, para reparto de cargas, absorción de tensiones de retracción y amortiguación de deformaciones irregulares.



Tipificación de armaduras en muro con puntera, tacón y talón

### Comprobación longitudinal

La comprobación del muro en su dirección longitudinal depende en gran medida de la rigidez relativa entre el suelo y la estructura. Es por ello necesario considerar ciertas hipótesis de rigidez entre ambos a la hora de calcular esfuerzos.

Cuando del muro nacen pilares, será preciso además, considerar las tracciones transversales que aparecen en el muro, por dispersión de las compresiones que introducen los pilares. Este cálculo es similar al indicado para vigas de gran canto.

### **JUNTAS EN EL MURO DE HORMIGÓN**

A todos los efectos un muro de hormigón armado es una estructura de mayor o menor volumen y por tanto con requisitos propios del material con la que está construida y con las exigencias que su comportamiento mecánico le pide, a la vez que con ciertas interacciones entre el muro y otros componentes estructurales del edificio si forma parte de él.

Por tanto hablar de juntas es tener que admitir las generales de otros elementos constructivos:

- a) Juntas de hormigonado o de trabajo. Se realizarán las mínimas posibles y se harán coincidir con las de retracción o las de contracción-dilatación.
- b) Juntas de retracción. Dado que estas juntas son más importantes cuando mayor volumen posee el elemento y mayor superficie expuesta, la construcción de los muros no puede, generalmente, obviarlas, aunque es preciso tener en cuenta que como la retracción vertical no está constreñida, no son necesarias juntas de retracción horizontales, si se evitan las de retracción plástica con un curado adecuado. En ningún caso se debe superar la distancia de 7.5 metros entre juntas de retracción.
- c) Juntas de dilatación-contracción. Normalmente también de sumo interés debido al carácter lineal de estas estructuras que conllevan importantes variaciones dimensionales. Aunque como elemento estructural las juntas de dilatación podrían establecerse cada 40 metros, no es recomendable y en especial en muros expuestos a la intemperie, superar la distancia de 20 metros entre juntas, y afectando, como también es corriente en las juntas de dilatación de otras estructuras, únicamente al paño del muro y no a la cimentación, salvo que el cimiento quede expuesto a saltos térmicos importantes por su exposición y ambiente.
- d) Juntas estructurales o de asiento. Las que afectan a la totalidad del muro incluido su cimentación. En muchos casos también necesarias para permitir la desolidarización con otras partes del edificio afectando por tanto a la propia cimentación de cada una de ellas y a la del propio muro.

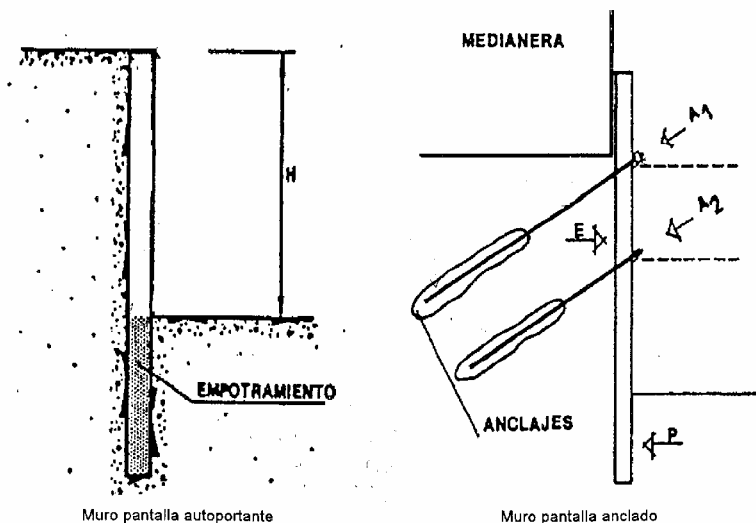
## 10.4.MUROS PANTALLA

Los muros pantalla son estructuras de hormigón armado de desarrollo superficial y vertical hormigonadas en el propio terreno y que cumplen por sí solas las funciones de :

- Soporte del empuje de las tierras laterales con o sin edificios colindantes, permitiendo la excavación total de las tierras del edificio en construcción.
- Cimentación de los soportes que apoyan sobre ellos.
- Elemento de estanqueidad, impidiendo el paso de las aguas.

El muro pantalla trabaja generalmente, como una viga en ménsula empotrada en el terreno, teniendo poca inercia al ser su altura  $H$  muy grande comparada con su espesor  $E$ , en función del sistema de sostenimiento del muro pantalla desde que se efectúa el vaciado hasta la ejecución de los forjados; su espesor varía entre 40 y 100 cm. y se clasifican en :

- Muros pantalla autoportantes: no necesitan ningún sistema auxiliar para soportar los empujes; su empotramiento en el terreno impide el vuelco trabajando en ménsula, por lo que se producirán tracciones en la cara exterior y compresiones en la interior.
- Muros pantalla anclados: se estabilizan mediante anclajes provisionales al terreno colindante; en otros casos se sujetan con contrafuertes, banquetas de tierra o apuntalamientos provisionales. Estas pantallas necesitan menos empotramientos que las autoportantes.



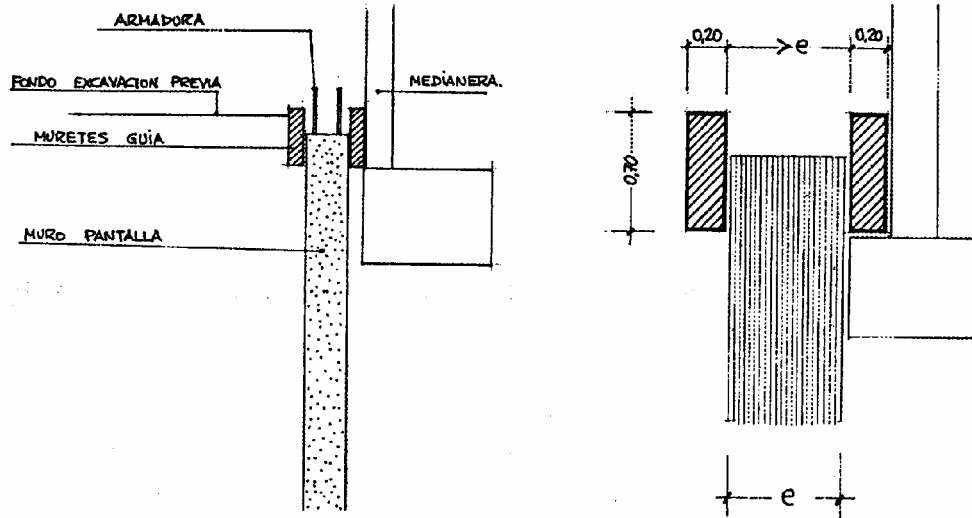
### Técnica de construcción de los muros pantalla

El proceso de construcción consta de las siguientes fases:

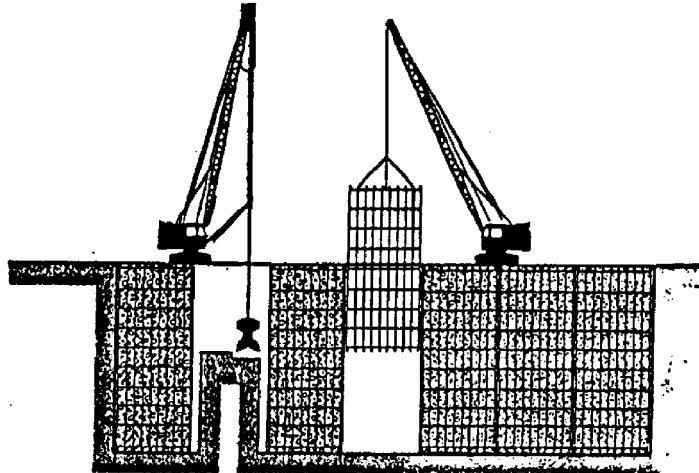
- Construcción del murete guía. Una vez explanado el solar se procede a la construcción de unos muretes provisionales de hormigón armado a lo



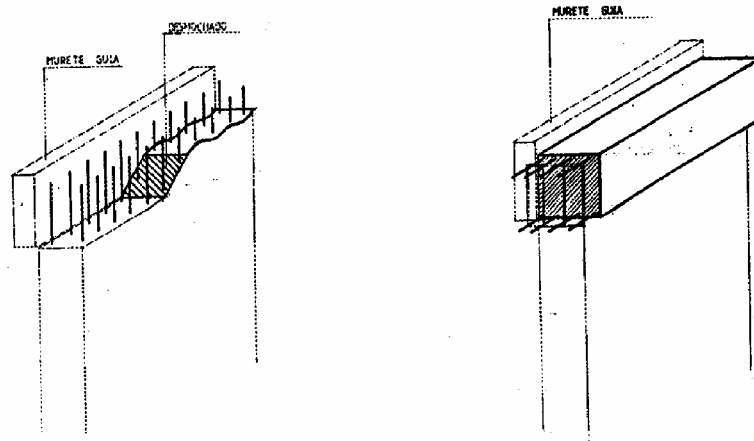
largo del perímetro en el que se vaya a construir el muro pantalla. Su misión es guiar la maquinaria de perforación evitando desviaciones tanto en planta como en su vertical.



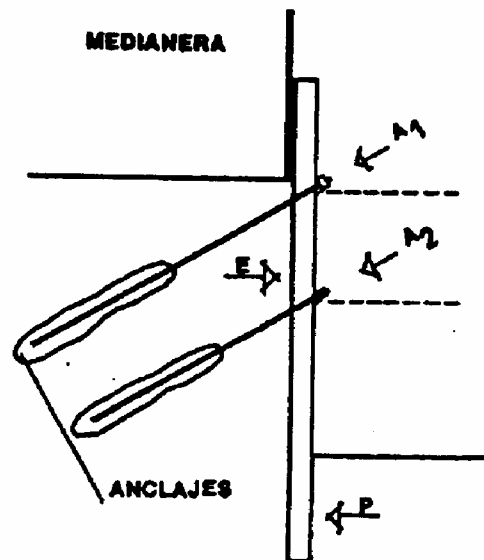
- Excavación. Por bataches alternados de 2 a 4 m. Si existe riesgo de desprendimiento de las tierras laterales o nivel freático alto se utilizarán lodos bentoníticos (tixotrópicos).
- 
- Juntas entre paneles. En los extremos de la excavación de cada batache se colocan juntas especiales cuya función es:
  - Limitar lateralmente el hormigonado.
  - Servir de enlace o anclaje entre paños de muros vecinos.
  - Facilitar la perforación del batache contiguo
  - Aumentar el recorrido de las posibles filtraciones de agua, consiguiendo la estanqueidad de la pantalla.
- Colocación de armaduras. Las armaduras se montan en forma de jaula, de manera que se pueda conseguir un hormigonado correcto y un recubrimiento adecuado tanto en la parte inferior como en las caras laterales.



- Hormigonado de cada paño del muro. El hormigón se vierte mediante una tubería de 15 a 30 cm. de diámetro, que se introduce en el centro del paño por el interior de la armadura.
- Extracción de las juntas. La extracción de las juntas debe hacerse cuando el hormigón esté algo endurecido pero inmediatamente después de finalizar el fraguado.
- Desmochado de las cabezas. Una vez terminado el hormigonado de todos los paños se efectúa una pequeña excavación junto al contorno del muro pantalla, se demuele el murete guía interior y se procede a la demolición de las cabezas de todos los paños con lo cual conseguimos:
  - Eliminar el hormigón de la zona alta, formada por hormigones no homogéneos mezclados con bentonita si ésta se ha utilizado en la excavación.
  - Dejar al descubierto las armaduras para ejecutar la viga de coronación.
- Viga de coronación. La altura de esta viga oscila entre 80 y 100 cm; su misión es :
  - Atar y rigidizar todos los tramos o paños del muro entre sí, que sólo están en contacto por la junta vertical.
  - Servir de apoyo de los soportes y repartir su carga de forma uniforme sobre el muro pantalla.



- Anclado. A continuación se va procediendo a la excavación del terreno y colocando anclajes si es que estas pantallas los requieren.



Comprobaciones a realizar:

- Estabilidad frente a empujes
- Estabilidad del conjunto (incluyendo terreno) ante deslizamientos.
- Rotura del fondo
- Análisis estructural.

Cargas a tener en cuenta:

- Empuje activo (que se alcanza con facilidad dada la flexibilidad de la pantalla)
- Empuje pasivo en la zona de movimiento inferior a la pantalla.
- Fuerzas de anclaje en su caso.

Una vez obtenidas las distribuciones de momentos y cortantes por unidad de longitud, los muros pantalla se armarán siguiendo los requisitos y disposiciones de armado, anclaje, distancias y valores mínimos de armado indicados en el presente documento para elementos de hormigón armado sometidos a tensiones normales y tensiones tangenciales.

## **BIBLIOGRAFIA**

Comisión permanente del hormigón.  
*EHE INSTRUCCIÓN DE HORMIGÓN ESTRUCTURAL*  
MINISTERIO DE FOMENTO

Comisión permanente del hormigón.  
*GUÍA DE APLICACIÓN DE LA INSTRUCCIÓN DE HORMIGÓN ESTRUCTURAL*  
MINISTERIO DE FOMENTO

*APUNTES DE INICIACIÓN A LA CONSTRUCCIÓN*  
ESCUELA POLITÉCNICA SUPERIOR DE LA UNIVERSIDAD DE ALICANTE  
IMPRESA GAMMA

Manuel Cerdá Antón  
*APUNTES DE GEOTÉCNIA Y CIMIENTOS*  
ESCUELA POLITÉCNICA SUPERIOR DE LA UNIVERSIDAD DE ALICANTE

Alvaro García Meseguer  
*Hormigón Armado.*  
Ed. Escuela de la edificación (UNED).(1994)

Números Gordos en el proyecto de Estructuras.  
Cintra.

**LECCIÓN 11.**

**NOCIONES      SOBRE      EL      HORMIGÓN  
PRETENSADO.**

## **INDICE:**

1. Introducción. Tipos de pretensado. Ventajas e inconvenientes
2. Tipos de pretensado
3. Fuerza de pretensado
  - 3.1 Limitación de la fuerza
  - 3.2 Sistemas de pretensado y postensado
4. Materiales de pretensado
  - 4.1 Barras de pretensado
  - 4.2 Alambres de pretensado
  - 4.3 Cordones de pretensado
  - 4.4 Distancia entre armaduras
  - 4.5 Sistemas de anclajes
5. Pérdidas de pretensado
  - 5.1 Valoración de las pérdidas instantáneas de fuerza
  - 5.2 Pérdidas de fuerza por rozamiento
  - 5.3 Pérdidas por acortamiento elástico del hormigón
  - 5.4 Pérdidas diferidas de pretensado
  - 5.5 Pérdidas de fuerza en piezas con armaduras pretensas
  - 5.6 Efectos estructurales del pretensado
  - 5.7 Modelización de los efectos del pretensado mediante fuerzas equivalentes
  - 5.8 Modelización de los efectos del pretensado mediante deformaciones impuestas
  - 5.9 Esfuerzos isostáticos e hiperestáticos del pretensado
6. Diagrama tensión-deformación característico del acero para armaduras activas

7. Resistencia de cálculo del acero para armaduras activas

8. Diagrama tensión-deformación de cálculo del acero para armaduras activas

8.1 Módulo de deformación longitudinal del acero para armaduras activas

8.2 Relajación del acero para armaduras activas

8.3 Características de fatiga de las armaduras activas y pasivas

8.4 Características de fatiga de los dispositivos de anclaje y empalme de la armadura activa

8.5 Corrosión de las armaduras activas

8.6 Protección y conservación de las armaduras activas y de los anclajes

9. Ejemplos de pretensado

9.1 Anclajes en terrenos

9.2 Forjados y vigas pretensados

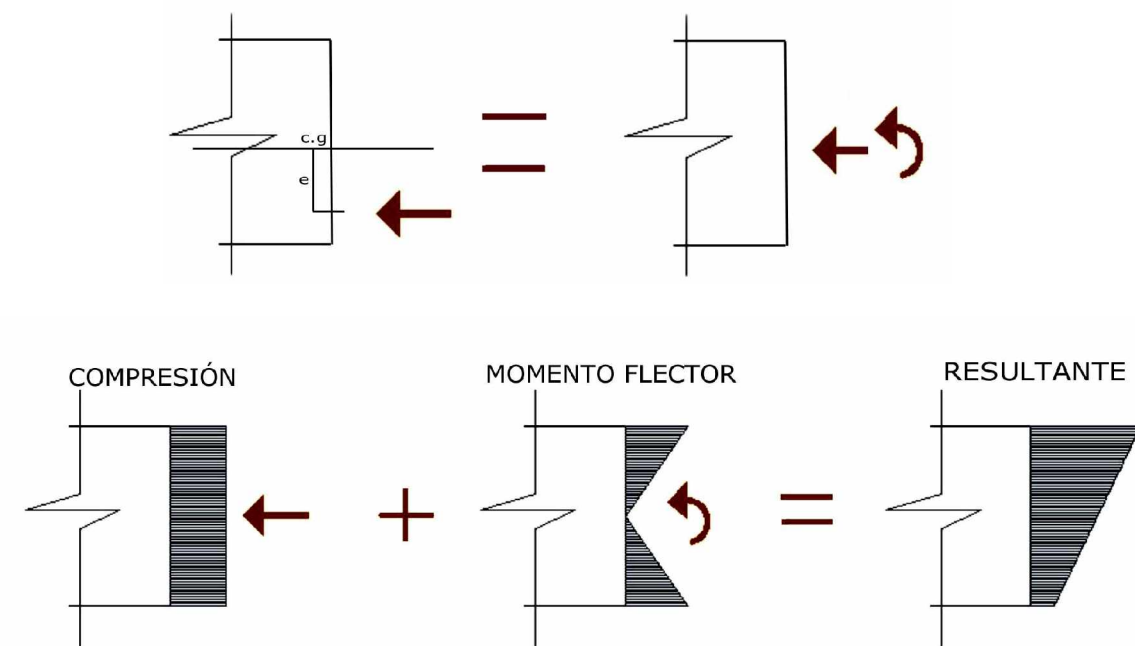
10. Conclusión



## 1. Introducción. Tipos de pretensado. Ventajas e inconvenientes

En los elementos pretensados, al hormigón se le introducen tensiones de compresión con el objetivo de reducir las tensiones de tracción provocadas por las cargas aplicadas, incluyendo el peso propio del elemento.

Se entiende por pretensado la aplicación controlada de una tensión al hormigón mediante el tesado de elementos de acero.



Para introducir las tensiones de compresión en el hormigón se utiliza acero de pretensado, es decir cordones, barras o alambres.

**El pretensado** propiamente dicho es un método de pretensado en el cual los cables o tendones se traccionan antes de colocar el hormigón, y la fuerza de pretensado se transmite al hormigón principalmente por medio de la adherencia.

El **postesado** es un método de pretensado en el cual los cables o tendones se traccionan una vez que el hormigón ha endurecido, y la fuerza de pretensado se transmite al hormigón principalmente por medio de los anclajes en los extremos de los cables.

La acción de pretensar un elemento introduce en el mismo "cargas de pretensado". El diseño de los elementos pretensados debe considerar la

resistencia y el comportamiento en condiciones de servicio durante todas las etapas de carga que se producirán a lo largo de la vida de la estructura, desde el momento de la aplicación del pretensado hasta el final de su vida útil. Las estructuras pretensadas se deben analizar considerando las cargas de pretensado, las cargas de servicio, la temperatura, la fluencia lenta, la contracción y las propiedades estructurales de todos los materiales involucrados.

## 2. Tipos de pretensado

De acuerdo con la situación del tendón respecto de la sección transversal, el pretensado puede ser:

**Interior.** En este caso el tendón está situado en el interior de la sección transversal de hormigón.

**Exterior.** En este caso el tendón está situado fuera del hormigón de la sección transversal y dentro del canto de la misma.

De acuerdo con el momento del tesado respecto del hormigonado del elemento, el pretensado puede ser:

**Con armaduras pretesas.** El hormigonado se efectúa después de haber tesado y anclado provisionalmente las armaduras en elementos fijos. Cuando el hormigón ha adquirido suficiente resistencia, se liberan las armaduras de sus anclajes provisionales y, por adherencia, se transfiere al hormigón la fuerza previamente introducida en las armaduras.

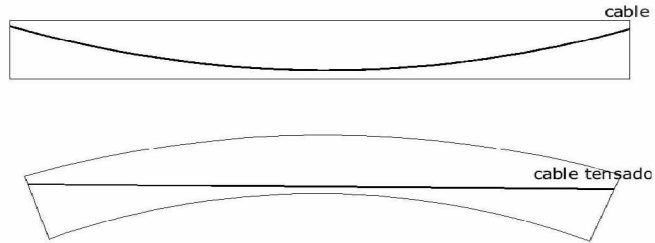
**Con armaduras postesas.** El hormigonado se realiza antes del tesado de las armaduras activas que normalmente se alojan en conductos o vainas. Cuando el hormigón ha adquirido suficiente resistencia se procede al tesado y anclaje de las armaduras.

Desde el punto de vista de las condiciones de adherencia del tendón, el pretensado puede ser:

**Adherente.** Este es el caso del pretensado con armadura pretesa o con armadura postesa en el que, después del tesado, se procede a ejecutar una inyección con un material que proporciona una adherencia adecuada entre la armadura y el hormigón del elemento.

**No adherente.** Este es el caso del pretensado con armadura postesa en el que se utilizan como sistemas de protección de las armaduras, inyecciones que no crean adherencia entre ésta y el hormigón del elemento.

Axil, excéntrico pretensado con cable



Se deben considerar todas las etapas de carga que puedan ser críticas durante la vida de la estructura, comenzando por la etapa de transferencia de la fuerza de pretensado e incluyendo la manipulación y el transporte de los elementos.

Esta sección también especifica varias cuestiones estructurales propias de las estructuras de hormigón pretensado que se deben considerar en el diseño.

Además hay que tener en cuenta la fuerza de desvío del cable con curvatura, que se antepone a las fuerzas que van a actuar.

### 3. Fuerza de pretensado

#### 3.1 Limitación de la fuerza

La fuerza de tesado  $P_0$  ha de proporcionar sobre las armaduras activas una tensión  $\sigma_{p0}$  no mayor, en cualquier punto, que el menor de los dos valores siguientes:

$$\begin{aligned} 0,75 f_{p \max k} \\ 0,90 f_{pk} \end{aligned}$$

donde:

$f_{p \max k}$  Carga unitaria máxima característica.

$f_{pk}$  Límite elástico característico.

De forma temporal, esta tensión podrá aumentarse hasta el menor de los valores siguientes:

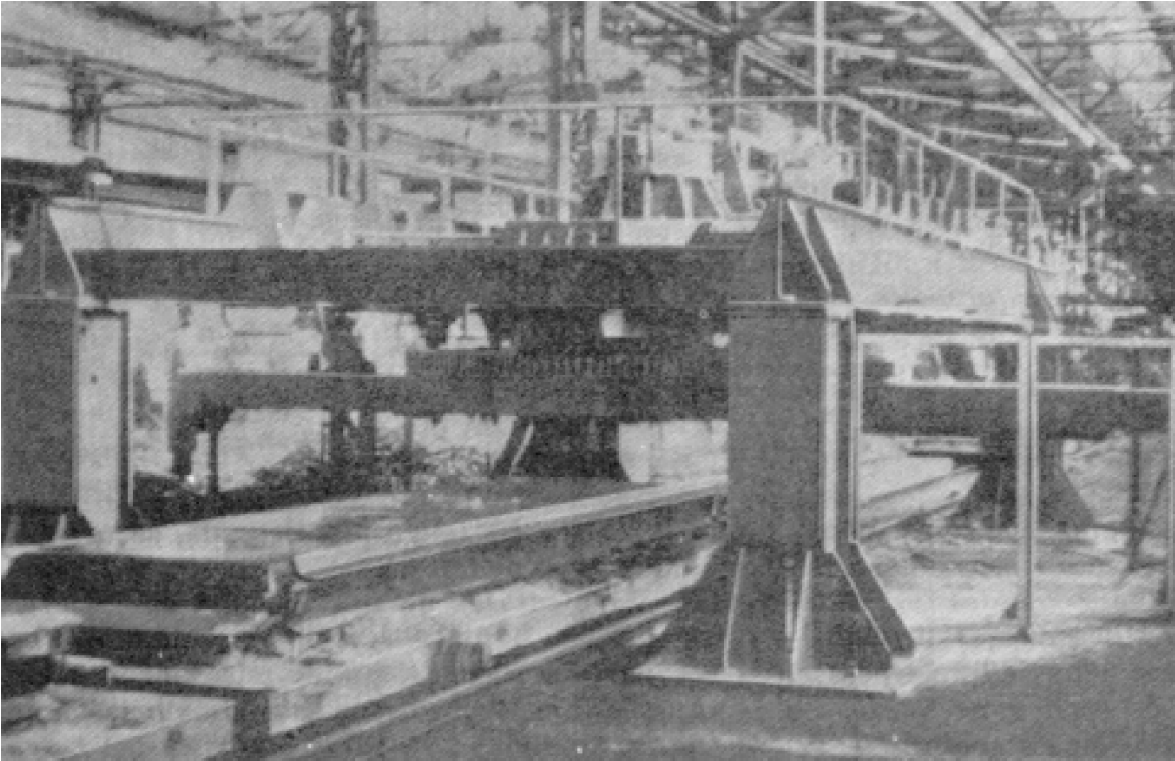
$$\begin{aligned} 0,85 f_{p \max k} \\ 0,95 f_{pk} \end{aligned}$$

siempre que, al anclar las armaduras en el hormigón, se produzca una reducción conveniente de la tensión para que se cumpla la limitación del párrafo anterior.

## 3.2 Sistemas de pretensado y postensado

### SISTEMAS DE PRETENSADO

Suelen utilizarse gatos hidráulicos u otros dispositivos de tracción controlados en cuanto a recorrido o tensión para garantizar el valor correcto de la tensión inicial. Lo habitual es transferir la tensión en el pretensado por adherencia de las armaduras sin utilizar elementos de anclaje especiales.



### SISTEMAS DE POSTENSADO

Se utilizan también gatos hidráulicos u otros dispositivos de tracción controlados en cuanto a recorrido o tensión, anclándose los tendones de postensado (postesado) mediante placas o cuñas que deben ser capaces de retener eficazmente los tendones, resistir su carga de rotura, transmitir la carga al hormigón y, si es necesario, resistir las sollicitaciones de fatiga existentes.

El coeficiente de eficacia (relación entre la carga de rotura del tendón con su anclaje y el valor medio de la carga de rotura del tendón aislado) debe ser superior a 0,92 para tendones adherentes y 0,96 para no adherentes.

En elementos estructurales con armaduras postesas es necesario disponer de conductos adecuados para las armaduras (vainas) que quedarán embebidas en el hormigón (lo más frecuente) o se recuperarán una vez endurecido éste.

Las más frecuentes son las vainas metálicas corrugadas o con resaltes para favorecer la adherencia con el hormigón circundante y aumentar su rigidez.

Deben presentar una resistencia suficiente a aplastamiento y soportar el contacto con los vibradores externos sin riesgo de perforación.

Los accesorios más utilizados son el tubo de purga para facilitar la evacuación de aire y agua del interior de los conductos, la boquilla de inyección, los separadores de cordones o barras para separar los distintos componentes del tendón, la trompeta de empalme (que enlaza la placa de reparto con la vaina) y el tubo matriz (interior a la vaina y habitualmente de polietileno para garantizar un trazado más suave).

La relación recomendada entre diámetro de vaina y tendón es de 1 a 2 y siempre superior en 5 a 10 mm. para una correcta inyección.

Los productos de inyección se incluyen para protección de las armaduras pudiendo ser adherente o no. Deben cumplir las prescripciones de norma en cuanto a contenidos de sustancias nocivas, pH, relación A/C, etc.

## 4. Materiales de pretensado

**Acero de pretensado** – Elementos de acero de alta resistencia, tal como alambres, barras o cordones, o un paquete de estos elementos, utilizados para introducir fuerzas de pretensado en el hormigón.

**Cable (o tendón)** – En las aplicaciones pretensadas es el acero de pretensado. En las aplicaciones postesadas es un conjunto completo, compuesto por los anclajes, el acero de pretensado, el recubrimiento del acero de pretensado (en el caso de las aplicaciones sin adherencia) y las vainas inyectadas (en el caso de las aplicaciones adherentes).

**Cable (o tendón) adherente** – Cable en el cual el acero de pretensado se adhiere al hormigón, ya sea de forma directa o a través de la mezcla de inyección.

**Cable (o tendón) no adherente** – Cable en el cual el acero de pretensado está impedido de adherirse al hormigón y se puede mover libremente en relación con el mismo. La fuerza de pretensado se transfiere de forma permanente al hormigón en los extremos de los cables, exclusivamente por los anclajes.

**Vaina** – Conducto (liso o corrugado) que contiene el acero de pretensado en las aplicaciones postesadas.- Se echa lechada de hormigón y se conecta con este para formar parte de él, una vez que el cable está tesado.

**Recubrimiento del acero de pretensado** – Material que recubre al acero de pretensado para impedir su adherencia con el hormigón circundante, proveer protección contra la corrosión y contener el recubrimiento inhibidor de la corrosión.

Para rellenar de hormigón, siempre se llenará desde abajo, para que queden rellenos todos los puntos. Tiene que haber respiraderos, para que salga el aire (purgaderos)

**Anclajes-** Pueden ser pasivos, activos y acopladores

## 4.1 Barras de pretensado

Debe garantizarse que la carga unitaria máxima sea superior a  $980 \text{ N/mm}^2$ , que el límite elástico  $f_y$  esté comprendido entre 0,70 y 0,90 de la carga unitaria máxima  $f_{max}$ , que el alargamiento bajo carga máxima medido en longitudes superiores a 200 mm sea superior a 3,5% y, finalmente, que el módulo elástico tenga un valor garantizado con tolerancias inferiores al 7%.

Se establecen limitaciones en cuanto a relajación y el doblado.

Se suministran en trozos rectos de longitudes habitualmente entre 12 y 14 m.

## 4.2 Alambres de pretensado

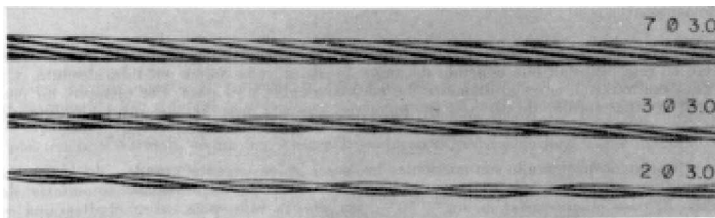
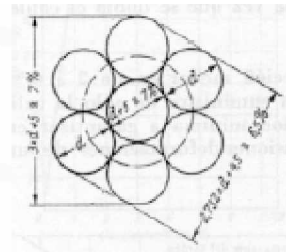


Fig. 3.0 Cordones de 2, 3 y 7 alambres.



Los alambres deben utilizarse en lo posible con diámetros grandes no debiendo utilizarse, salvo circunstancias excepcionales, diámetros inferiores a 4 mm.

Se obtienen por estirado en frío o trefilado seguido de un tratamiento térmico seguido de un nuevo trefilado y un proceso de estabilizado.

Debe garantizarse que la carga unitaria máxima sea superior a que el límite elástico  $f_y$  esté comprendido entre 0,85 y 0,95 de la carga unitaria máxima  $f_{max}$ , que el alargamiento bajo carga máxima medido en longitudes superiores a 200 mm sea superior a 3,5% (5% para los alambres dedicados a la fabricación de tubos), que la estricción a la rotura sea superior al 25% en alambres lisos y visible en alambres grafilados y, finalmente, que el módulo elástico tenga un valor garantizado con tolerancias inferiores al 7%.

Deben cumplir especificaciones adicionales sobre pérdida de resistencia después de doblado-desdoblado, número mínimo de doblado-desdoblados y de relajación. Los diámetros nominales se ajustarán a la serie 3-4-5-6-7-7,5-8-9,4-10 mm.

Los valores de relajación promedio vienen dados en la tabla 32.3b de la norma.

Se suministrarán en rollos de diámetro superior a 250 veces el del alambre con pesos entre 500 y 2500 Kg.

Características mecánicas mínimas garantizadas de los alambres

Designación de los alambres	Ensayo de tracción (1)				Ensayo de doblado-desdoblado $\alpha = 90^\circ$ (5) $\beta = 20^\circ$ (6) Diámetro de mandril D'
	Límite elástico $f_y$ N/mm <sup>2</sup> (2)	Carga unitaria $f_s$ N/mm <sup>2</sup> (2)	Alargamiento o de rotura (%) sobre base de 5 diámetros	Relación $f_s/f_y$	
B 500 T	500	550	8 (3)	1,03 (4)	8 d (7)

- (1) Valores característicos inferiores garantizados.
- (2) Para la determinación del límite elástico y la carga unitaria se utilizará como divisor de las cargas el valor nominal del área de la sección transversal.
- (3) Además, deberá cumplirse:

$$A \% \geq 20 - 0,02 f_{yi}$$

donde:

A Alargamiento de rotura  
 $f_{yi}$  Límite elástico medido en cada ensayo

- (4) Además, deberá cumplirse:

$$\frac{f_{si}}{f_{yi}} \geq 1,05 - 0,1 \left( \frac{f_{yi}}{f_{yk}} - 1 \right)$$

donde:

$f_{yi}$  Límite elástico medido en cada ensayo  
 $f_{si}$  Carga unitaria obtenida en cada ensayo  
 $f_{yk}$  Límite elástico garantizado

- (5)  $\alpha$  Ángulo de doblado.
- (6)  $\beta$  Ángulo de desdoblado.
- (7) d Diámetro nominal del alambre.

### 4.3 Cordones de pretensado

Debe garantizarse que la carga unitaria máxima sea superior a que el límite elástico  $f_y$  esté comprendido entre 0,88 y 0,95 de la carga unitaria máxima  $f_{max}$ , que el alargamiento bajo carga máxima medido en longitudes superiores a 500 mm sea superior a 3,5%, que la estricción a la rotura sea visible y, finalmente, que el módulo elástico tenga un valor garantizado con tolerancias inferiores al 7%, debiendo situarse entre 180 y 195 KN/mm<sup>2</sup> con un valor promedio para cálculos a falta de otros datos de 190 KN/mm<sup>2</sup>.

De nuevo se establecen limitaciones en cuanto a doblado.

Se suministrarán en rollos de diámetro interior superior a 600 mm. para cordones de 2 o 3 alambres y en rollos, bobinas o carretes de diámetro interior del núcleo superior a 700 mm. para cordones de 7 alambres, con pesos entre 1000 y 4000 Kg.

### 4.4 Distancia entre armaduras

Para armaduras activas pretensadas, la distancia libre horizontal y vertical, entre dos tendones aislados consecutivos, será igual o superior al mayor de:

20 mm. para la distancia horizontal y 10 mm. para la vertical el diámetro de la mayor 1,25 el tamaño máximo del árido para la distancia horizontal y 0,8D para la vertical

Para armaduras activas postesadas, la distancia libre horizontal y vertical, entre dos vainas aisladas consecutivos o entre grupos de vainas (un grupo corresponde a un máximo de dos vainas en contacto vertical y cuatro en total), será igual o superior al mayor de: 50 mm. para la distancia horizontal y 40 mm. para la vertical el diámetro de la vaina la dimensión vertical de la vaina para la distancia horizontal y la dimensión horizontal de la vaina para la distancia vertical para la distancia vertical 1,6 veces la mayor de las dimensiones de las vainas individuales que formen un grupo de vainas.

### 4.5 Sistemas de anclajes

Los sistemas de anclaje de las armaduras activas se agrupan en varios procedimientos básicos que han tenido diversas variantes:

- a) Anclajes mediante cuñas de diferentes tipos
- b) Anclajes mediante rosca
- c) Anclajes mediante cabezas recalcadas
- d) Anclajes mediante bloques de hormigón
- e) Anclajes mediante apriete transversal



## 5. Pérdidas de pretensado

Un aspecto muy significativo que se debe considerar en el diseño de los elementos pretensados son las pérdidas de pretensado que se producen por diferentes causas. Estas pérdidas pueden afectar drásticamente el comportamiento de un elemento bajo cargas de servicio. Aunque es posible recomendar procedimientos de cálculo y ciertos valores límites para la deformación por fluencia lenta, los coeficientes de fricción, etc., en el mejor de los casos éstos constituyen una estimación razonable.

Hay 6 tipos de pérdidas en el cálculo de pretensado:

- Acortamiento elástico de la pieza ( cable se encoje y pierde tensión)
- Al tirar del cable, la cuña no es perfecta y el cable desliza.
- Relajación del acero(2/1000)
- Retracción del hormigón, la pieza se acorta y también el cable( que pierde tensión)
- Por fluencia del hormigón\_la pieza de hormigón comprimida se acorta por fluencia.
- Rozamiento del cable contra cable y vaina , pérdida por rozamiento que es mayor si el cable es curvo( será mayor en cordón con vaina, que con PVC y grasa)

Por eso el cálculo de pretensado se debe realizar a corto y largo plazo ( lo positivo es que a corto plazo, el cálculo es elástico y no hay fisuraciones)

A largo plazo el cálculo es en rotura

Las pérdidas tendrán valores entre el 20% y el 40% cuando se trata de vainas con muchas curvas.

### 5.1 Valoración de las pérdidas instantáneas de fuerza

Las pérdidas instantáneas de fuerza son aquellas que pueden producirse durante la operación de tesado y en el momento del anclaje de las armaduras activas y dependen de las características del elemento estructural en estudio. Su valor en cada sección es:

$$\Delta P_i = \Delta P_1 + \Delta P_2 + \Delta P_3$$

donde:

- $\Delta P_1$  Pérdidas de fuerza, en la sección en estudio, por rozamiento a lo largo del conducto de pretensado.
- $\Delta P_2$  Pérdidas de fuerza, en la sección en estudio, por penetración de cuñas en los anclajes.
- $\Delta P_3$  Pérdidas de fuerza, en la sección en estudio, por acortamiento elástico del hormigón.

## 5.2 Pérdidas de fuerza por rozamiento

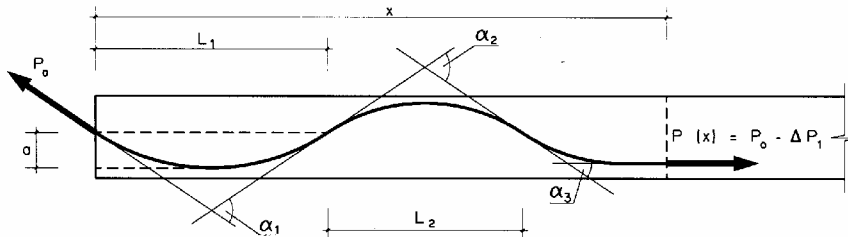
Las pérdidas teóricas de fuerza por rozamiento entre las armaduras y las vainas o conductos de pretensado, dependen de la variación angular total  $\alpha$ , del trazado del tendón entre la sección considerada y el anclaje activo que condiciona la tensión en tal sección; de la distancia  $x$  entre estas dos secciones; del coeficiente  $\mu$  de rozamiento en curva y del coeficiente  $K$  de rozamiento en recta, o rozamiento parásito. Estas pérdidas se valorarán a partir de la fuerza de tesado  $P_0$ .

Las pérdidas por rozamiento en cada sección pueden evaluarse mediante la expresión:

$$\Delta P_l = P_0 \left[ 1 - e^{-(\mu\alpha + Kx)} \right]$$

donde:

- $\mu$  Coeficiente de rozamiento en curva.
- $\alpha$  Suma de los valores absolutos de las variaciones angulares (desviaciones sucesivas), medidas en radianes, que describe el tendón en la distancia  $x$ . Debe recordarse que el trazado de los tendones puede ser una curva alabeada debiendo entonces evaluarse  $\alpha$  en el espacio.
- $K$  Coeficiente de rozamiento parásito, por metro lineal.
- $x$  Distancia, en metros, entre la sección considerada y el anclaje activo que condiciona la tensión en la misma



Si  $a \leq 0,045 L_1$  puede tomarse  $\alpha_1 = \frac{8 \cdot a}{L_1}$  ;

el error es inferior al 5 %.

$$\alpha = \sum_{i=1}^3 \alpha_i = \alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3$$

$\alpha$  = VARIACIÓN ANGULAR TOTAL

$\alpha_i$  = VARIACIÓN ANGULAR TOTAL EN TRAMO  $L_i$

Los datos correspondientes a los valores de  $\mu$  y de  $K$  deben definirse experimentalmente, habida cuenta del procedimiento de pretensado utilizado. A falta de datos concretos pueden utilizarse los valores experimentales sancionados por la práctica.

### Pérdidas por penetración de cuñas

En tendones rectos postesos de corta longitud, la pérdida de fuerza por penetración de cuñas,  $\Delta P_2$ , puede deducirse mediante la expresión:

$$\Delta P_2 = \frac{a}{L} E_p A_p$$

donde:

- $a$  Penetración de la cuña.
- $L$  Longitud total del tendón recto.
- $E_p$  Módulo de deformación longitudinal de la armadura activa.
- $A_p$  Sección de la armadura activa.

En los demás casos de tendones rectos, y en todos los casos de trazados curvos, la valoración de la pérdida de tensión por penetración de cuñas se hará teniendo en cuenta los rozamientos en los conductos. Para ello podrán considerarse las posibles variaciones de  $\mu$  y de  $K$  al destesar el tendón, respecto a los valores que aparecen al tesar.

### 5.3 Pérdidas por acortamiento elástico del hormigón

En el caso de armaduras constituidas por varios tendones que se van tesando sucesivamente, al tesar cada tendón se produce un nuevo acortamiento elástico del hormigón que descarga, en la parte proporcional correspondiente a este acortamiento, a los anteriormente anclados.

Cuando las tensiones de compresión al nivel del baricentro de la armadura activa en fase de tesado sean apreciables, el valor de estas pérdidas,  $\Delta P_3$ , se podrá calcular, si los tendones se tesan sucesivamente en una sola operación, admitiendo que todos los tendones experimentan un acortamiento uniforme, función del número  $n$  de los mismos que se tesan sucesivamente, mediante la expresión:

$$\Delta P_3 = \sigma_{cp} \frac{n-1}{2n} \frac{A_p E_p}{E_{cj}}$$

donde:

- $A_p$  Sección total de la armadura activa.
- $\sigma_{cp}$  Tensión de compresión, a nivel del centro de gravedad de las armaduras activas, producida por la fuerza  $P_0 - \Delta P_1 - \Delta P_2$  y los esfuerzos debidos a las acciones actuantes en el momento del tesado.
- $E_p$  Módulo de deformación longitudinal de las armaduras activas.
- $E_{cj}$  Módulo de deformación longitudinal del hormigón para la edad  $j$  correspondiente al momento de la puesta en carga de las armaduras activas.

## 5.4 Pérdidas diferidas de pretensado

Se denominan pérdidas diferidas a las que se producen a lo largo del tiempo, después de ancladas las armaduras activas. Estas pérdidas se deben esencialmente al acortamiento del hormigón por retracción y fluencia y a la relajación del acero de tales armaduras.

La fluencia del hormigón y la relajación del acero están influenciadas por las propias pérdidas y, por lo tanto, resulta imprescindible considerar este efecto interactivo.

Siempre que no se realice un estudio más detallado de la interacción de estos fenómenos, las pérdidas diferidas pueden evaluarse de forma aproximada de acuerdo con la expresión siguiente:

$$\Delta P_{dif} = \frac{n\varphi(t, t_0)\sigma_{cp} + E_p \varepsilon_{cs}(t, t_0) + 0,80\Delta\sigma_{pr}}{1 + n \frac{A_p}{A_c} \left( 1 + \frac{A_c y_p^2}{I_c} \right) (1 + \chi\varphi(t, t_0))} A_p$$

donde:

$y_p$  Distancia del centro de gravedad de las armaduras activas al centro de gravedad de la sección.

$n$  Coeficiente de equivalencia =  $E_p/E_c$ .

$\varphi(t, t_0)$  Coeficiente de fluencia para una edad de puesta en carga igual a la edad del hormigón en el momento del tesado ( $t_0$ )

$\varepsilon_{cs}$  Deformación de retracción que se desarrolla tras la operación de tesado

$\sigma_{cp}$  Tensión en el hormigón en la fibra correspondiente al centro de gravedad de las armaduras activas debida a la acción del pretensado, el peso propio y la carga muerta.

$\Delta\sigma_{pr}$  Pérdida por relajación a longitud constante. Puede evaluarse utilizando la siguiente expresión:

$$\Delta\sigma_{pr} = \rho_f \frac{P_{ki}}{A_p}$$

siendo  $\rho_f$  el valor de la relajación a longitud constante a tiempo infinito (ver 38.9) y  $A_p$  el área total de las armaduras activas.  $P_{ki}$  es el valor característico de la fuerza inicial de pretensado, descontadas las pérdidas instantáneas.

$A_c$  Área de la sección de hormigón.

$I_c$  Inercia de la sección de hormigón.

$\chi$  Coeficiente de envejecimiento. Simplificadamente, y para evaluaciones a tiempo infinito, podrá adoptarse  $\chi=0,80$ .

## 5.5 Pérdidas de fuerza en piezas con armaduras pretensas

Para armaduras pretesas, las pérdidas a considerar desde el momento de tesar hasta la transferencia de la fuerza de tesado al hormigón son:

penetración de cuñas  
 relajación a temperatura ambiente hasta la transferencia  
 relajación adicional de la armadura debida, en su caso, al proceso de calefacción  
 dilatación térmica de la armadura debida, en su caso, al proceso de calefacción  
 retracción anterior a la transferencia  
 acortamiento elástico instantáneo al transferir.

Las pérdidas diferidas posteriores a la transferencia se obtendrán de igual forma que en armaduras postesas, utilizando los valores de retracción y relajación que se producen después de la transferencia.

## 5.6 Efectos estructurales del pretensado

Los efectos estructurales del pretensado pueden representarse utilizando tanto un conjunto de fuerzas equivalentes autoequilibradas, como un conjunto de deformaciones impuestas. Ambos métodos conducen a los mismos resultados.

## 5.7 Modelización de los efectos del pretensado mediante fuerzas equivalentes

El sistema de fuerzas equivalentes se obtiene del equilibrio del cable y está formado por:

- Fuerzas y momentos concentrados en los anclajes.
- Fuerzas normales a los tendones, resultantes de la curvatura y cambios de dirección de los mismos.
- Fuerzas tangenciales debidas al rozamiento.

El valor de las fuerzas y momentos concentrados en los anclajes se deduce del valor de la fuerza de pretensado en dichos puntos, de la geometría del cable, y de la geometría de la zona de anclajes

Para el caso específico de vigas, con simetría respecto a un plano vertical, en el anclaje existirá una componente horizontal y otra vertical de la fuerza de pretensado y un momento flector, cuyas expresiones vendrán dadas por:

$$P_{k,H} = P_k \cos\alpha$$

$$P_{k,V} = P_k \operatorname{sen}\alpha$$

$$M_k = P_{k,H} e$$

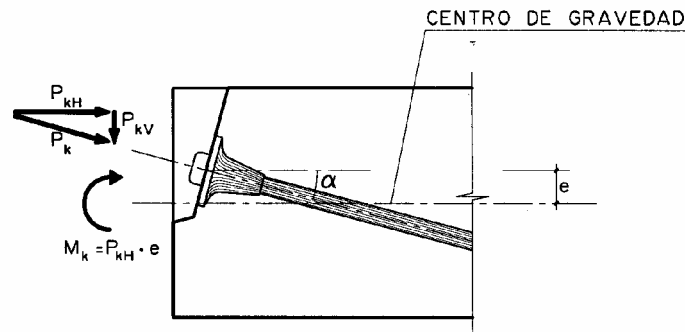
donde:

- $\alpha$  Ángulo que forma el trazado del pretensado respecto de la directriz del elemento, en el anclaje.
- $P_k$  Fuerza en el tendón según 20.2.
- $e$  Excentricidad del tendón respecto del centro de gravedad de la sección.

Las fuerzas normales distribuidas a lo largo del tendón,  $n(x)$ , son función de la fuerza de pretensado y de la curvatura del tendón en cada punto,  $1/r(x)$ . Las fuerzas tangenciales,  $t(x)$ , son proporcionales a las normales a través del coeficiente de rozamiento  $\mu$ , según:

$$n(x) = \frac{P_k(x)}{r(x)} \quad ; \quad t(x) = -\mu n(x)$$

## 5.8 Modelización de los efectos del pretensado mediante



### deformaciones impuestas

Alternativamente, en el caso de elementos lineales, los efectos estructurales del pretensado se pueden introducir mediante la aplicación de deformaciones y curvaturas impuestas que, en cada sección, vendrán dadas por:

$$\varepsilon_p = \frac{P_k}{E_c A_c}$$

$$\left(\frac{1}{r}\right)_p = \frac{P_k e}{E_c I_c}$$

donde:

- $\varepsilon_p$  Deformación axil debida al pretensado.
- $E_c$  Módulo de deformación longitudinal del hormigón.
- $A_c$  Área de la sección de hormigón.
- $I_c$  Inercia de la sección de hormigón.
- $e$  Excentricidad del pretensado respecto del centro de gravedad de la sección de hormigón.

## 5.9 Esfuerzos isostáticos e hiperestáticos del pretensado

Los esfuerzos estructurales debidos al pretensado tradicionalmente se definen distinguiendo entre:

- Esfuerzos isostáticos
- Esfuerzos hiperestáticos

Los esfuerzos isostáticos dependen de la fuerza de pretensado y de la excentricidad del pretensado respecto del centro de gravedad de la sección, y pueden analizarse a nivel de sección. Los esfuerzos hiperestáticos dependen, en general, del trazado del pretensado, de las condiciones de rigidez y de las condiciones de apoyo de la estructura y deben analizarse a nivel de estructura.

La suma de los esfuerzos isostático e hiperestático de pretensado es igual a los esfuerzos totales producidos por el pretensado.

Cuando se compruebe el Estado Límite de Agotamiento frente a solicitaciones normales de secciones con armadura adherente, de acuerdo con los criterios expuestos en el Artículo 42º de la EHE, los esfuerzos de cálculo deben incluir la parte hiperestática del efecto estructural del pretensado considerando su valor de acuerdo con los criterios del apartado 13.2 de la EHE. La parte isostática del pretensado se considera, al evaluar la capacidad resistente de la sección, teniendo en cuenta la predeformación correspondiente en la armadura activa adherente.

## 6. Diagrama tensión-deformación característico del acero para armaduras activas

Como diagrama tensión-deformación característico del acero para armaduras activas (alambre, barra o cordón) puede adoptarse el que establezca su fabricante hasta la deformación  $\varepsilon_p = 0,010$ , como mínimo, y tal que, para una deformación dada las tensiones sean superadas en el 95% de los casos.

Si no se dispone de este diagrama garantizado, puede utilizarse el representado en la figura. Este diagrama consta de un primer tramo recto de pendiente  $E_p$  y un segundo tramo curvo, a partir de  $0,7 f_{pk}$ , definido por la siguiente expresión:

$$\varepsilon_p = \frac{\sigma_p}{E_p} + 0,823 \left( \frac{\sigma_p}{f_{pk}} - 0,7 \right)^5 \quad \text{para } \sigma_p \geq 0,7 f_{pk}$$

siendo  $E_p$  el módulo de deformación longitudinal definido en 38.8. de la EHE

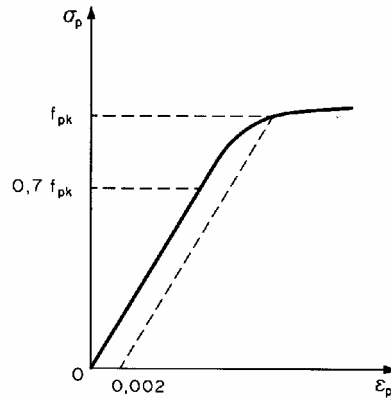


Diagrama tensión-deformación característico para armaduras activas

## 7. Resistencia de cálculo del acero para armaduras activas

Como resistencia de cálculo del acero para armaduras activas, se tomará:

$$f_{pd} = \frac{f_{pk}}{\gamma_s}$$

siendo  $f_{pk}$  el valor del límite elástico característico y  $\gamma_s$  el coeficiente parcial de seguridad del acero dado en el Artículo 15º de la EHE

## 8. Diagrama tensión-deformación de cálculo del acero para armaduras activas

El diagrama tensión-deformación de cálculo del acero para armaduras activas, se deducirá del correspondiente diagrama característico, mediante una afinidad oblicua, paralela a la recta de Hooke, de razón  $1/\gamma_s$



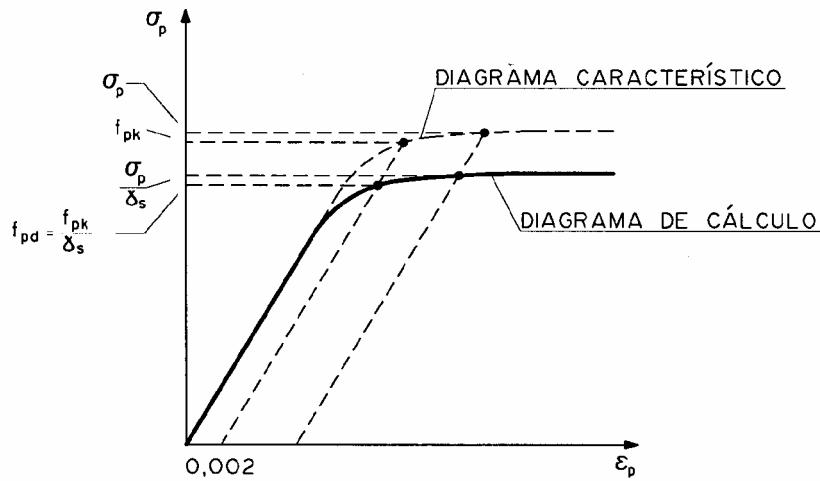


Diagrama tensión-deformación de cálculo para armaduras activa

Como simplificación, a partir de  $f_{pd}$  se podrá tomar  $\sigma_p = f_{pd}$

Diagrama tensión-deformación de cálculo para armaduras activas.

## 8.1 Módulo de deformación longitudinal del acero para armaduras activas

Como módulo de deformación longitudinal del acero de las armaduras constituidas por alambres o barras se adoptará, salvo justificación experimental, el valor  $E_p = 200.000 \text{ N/mm}^2$ .

En los cordones, se pueden adoptar como valores noval y reiterativo los que establezca el fabricante o se determinen experimentalmente. En el diagrama característico debe tomarse el valor del módulo reiterativo. Si no existen valores experimentales anteriores al proyecto puede adoptarse el valor  $E_p = 190.000 \text{ N/mm}^2$ . Para la comprobación de alargamiento durante el tesado se requiere utilizar el valor del módulo noval determinado experimentalmente.

## 8.2 Relajación del acero para armaduras activas

La relajación  $\rho$  del acero a longitud constante, para una tensión inicial  $\sigma_{pi} = \alpha f_{m\acute{a}x}$  estando la fracción  $\alpha$  comprendida entre 0,5 y 0,8 y para un tiempo  $t$ , puede estimarse con la siguiente expresión:

$$\log \rho = \log \frac{\Delta \sigma_p}{\sigma_{pi}} = K_1 + K_2 \log t \quad \text{donde:}$$

$\Delta \sigma_p$  Pérdida de tensión por relajación a longitud constante al cabo del tiempo  $t$ , en horas

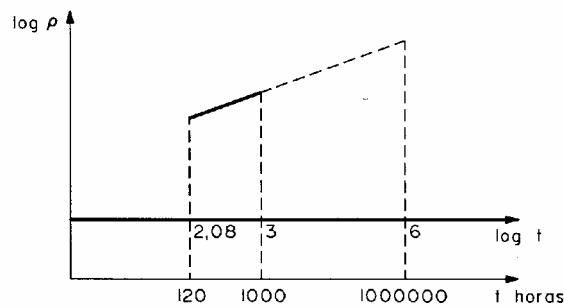
$K_1, K_2$  Coeficientes que dependen del tipo de acero y de la tensión inicial

El fabricante del acero suministrará los valores de la relajación a 120 h y a 1.000 h, para tensiones iniciales de 0,6, 0,7 y 0,8 de  $f_{m\acute{a}x}$  a temperaturas de  $20 \pm 1^\circ\text{C}$  y garantizará el valor a 1.000 h para  $\alpha = 0,7$ .

Con estos valores de relajación pueden obtenerse los coeficientes  $K_1$  y  $K_2$  para  $\alpha = 0,6, 0,7$  y  $0,8$ .

Para obtener la relajación con otro valor de  $\alpha$  puede interpolarse linealmente admitiendo para  $\alpha = 0,5$ ;  $\rho = 0$ .

Como valor final  $\rho_f$  se tomará el que resulte para la vida estimada de la obra expresada en horas, o 1.000.000 de horas a falta de este dato.



### 8.3 Características de fatiga de las armaduras activas y pasivas

La variación de tensión máxima, debida a la carga de fatiga, debe ser inferior a los valores del límite de fatiga indicados en la tabla

Límite de fatiga para armaduras pasivas y activas

Tipo de acero	Límite de fatiga $\Delta \sigma_D$ [N/mm <sup>2</sup> ]	
	Adherencia directa	Adherencia dentro de vainas de acero
Armaduras pasivas		
- Barras	150	—
- Mallas electrosoldadas	100	—
Armaduras activas		

- Alambres	150	100
- Cordones constituidos por 7 alambres	150	100
- Barras de pretensado	—	100

En el caso de barras dobladas, a falta de resultados experimentales específicos y representativos, el límite de fatiga indicado en la tabla 38.10 deberá disminuirse según el siguiente criterio:

$$\Delta\sigma_{D,red} = \left(1 - 3 \frac{d}{D}\right) \Delta\sigma_D$$

donde:

$d$  Diámetro de la barra

$D$  Diámetro de doblado

En el caso de estribos verticales de diámetro menor o igual a 10 mm, no será necesaria ninguna reducción del límite de fatiga.

## 8.4 Características de fatiga de los dispositivos de anclaje y empalme de la armadura activa

Los dispositivos de anclaje y empalme se situarán, en la medida de lo posible, en secciones donde sea mínima la variación de tensiones.

En general, el límite de fatiga de este tipo de elementos es inferior al de las armaduras y deberá ser suministrado por el fabricante después de la realización de ensayos específicos y representativos.

## 8.5 Corrosión de las armaduras activas

En el caso de estructuras pretensadas, se prohíbe el uso de cualquier sustancia que catalice la absorción del hidrógeno por el acero.

Además de la limitación específica del contenido de iones cloruro para cada uno de los materiales componentes, el contenido total de cloruros en un hormigón pretensado no deberá superar el 0,2% del peso del cemento.

Se prohíbe la utilización de empalmes o sujeciones con otros metales distintos del acero, así como la protección catódica.

Con carácter general, no se permitirá el uso de aceros protegidos por recubrimientos metálicos. El Director de Obra podrá permitir su uso cuando exista un estudio experimental que avale su comportamiento como adecuado para el caso concreto de cada obra.

## 8.6 Protección y conservación de las armaduras activas

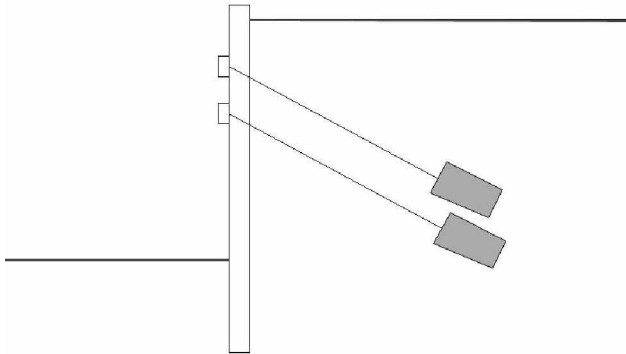
## y de los anclajes

Se adoptarán las precauciones necesarias para evitar que las armaduras activas, durante su almacenamiento, colocación, o después de colocadas en obra, experimenten daños, especialmente entalladuras o calentamientos locales, que puedan modificar sus características o dar lugar a que se inicie un proceso de corrosión.

## 9. Ejemplos de pretensado

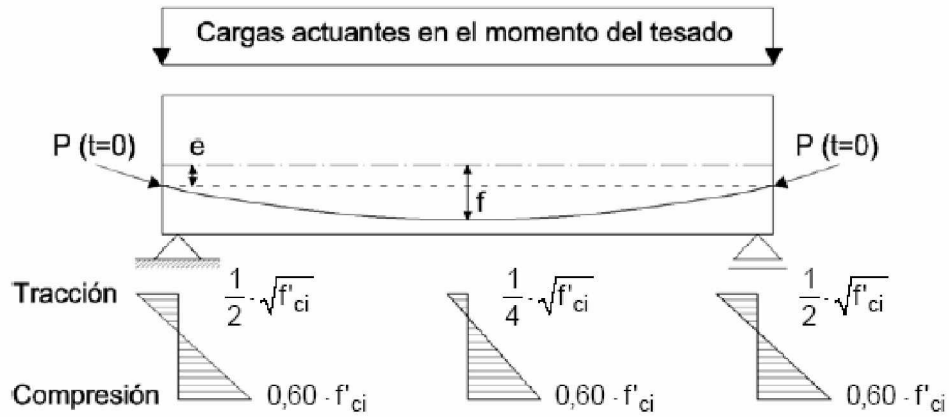
### 9.1 Anclajes en terrenos

La lechada de cemento se introduce a presión para que trabaje con el terreno. Estos anclajes suelen ser temporales, ya que no puedes asegurar que no se oxide.



### 9.2 Forjados y vigas pretensados

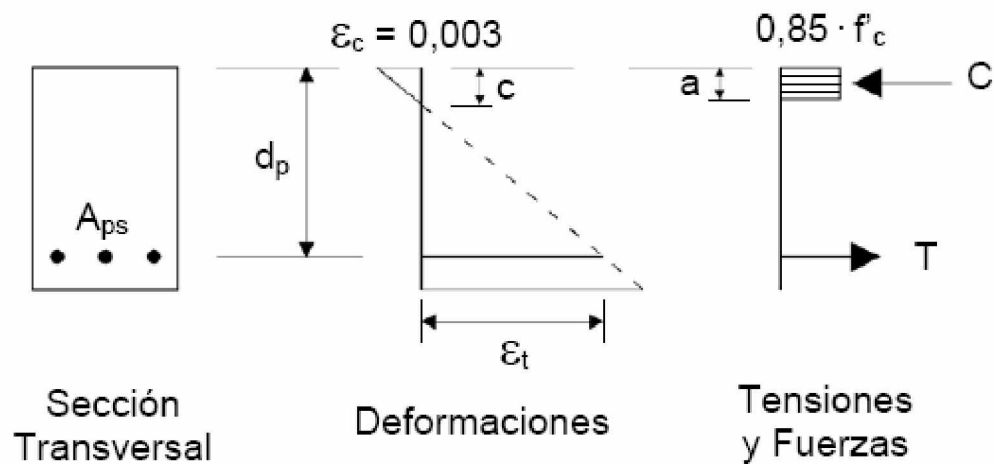
Se denomina a este momento “etapa de introducción o transferencia del pretensado”.

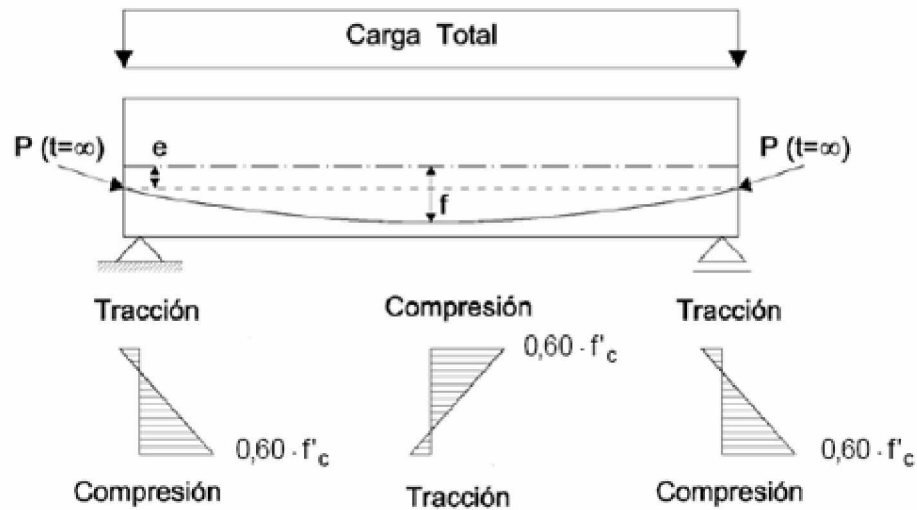


- a) Tensión Normal de Compresión  $\leq 0,60 \cdot f'_{ci}$
- b) Tensión de Tracción (en general)  $\leq \frac{1}{4} \cdot \sqrt{f'_{ci}}$
- c) Tensión de Tracción en Extremos Simplemente Apoyados  $\leq \frac{1}{2} \cdot \sqrt{f'_{ci}}$

Donde  $f'_{ci}$  es la resistencia del hormigón en el momento del tesado.

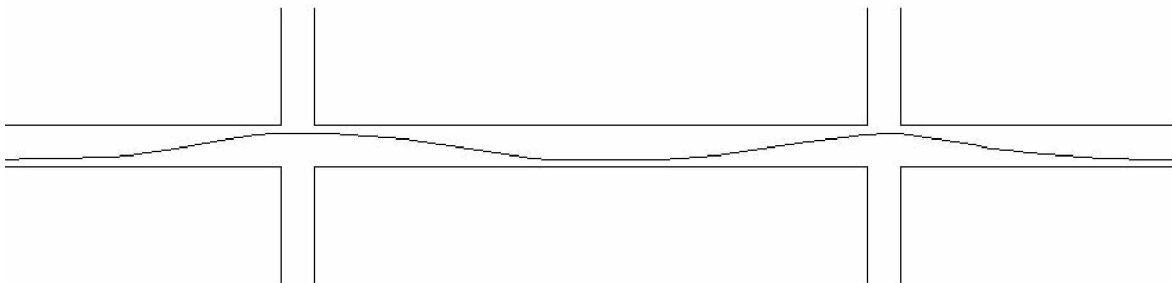
### Equilibrio y Compatibilidad en Secciones Pretensadas





Las vigas pretensadas tienen infinitud de uso dentro la construcción de edificios y de vialidad como por ejemplo: Auditorios, centros comerciales, estacionamientos, depósitos, puentes, industrias, etc, o toda aquella construcción de necesite salvar grandes luces.

Hay que tener en cuenta la disposición de los cables y la existencia de huecos en la construcción .



## 10. Conclusión

El hormigón pretensado se puede considerar un nuevo material; su diferencia con el hormigón armado es que en éste la armadura es pasiva, es decir, entra en carga cuando las acciones exteriores actúan sobre la estructura; en el pretensado,

en cambio, la armadura es activa, es decir se tesa previamente a la actuación de las cargas que va a recibir la estructura (peso propio, carga muerta y cargas de tráfico), comprimiendo el hormigón, de forma que nunca tenga tracciones o que éstas tengan un valor reducido. La estructura se pone en tensión previamente a la actuación de las cargas que van a gravitar sobre ella, y de ahí su nombre de hormigón pretensado. En definitiva, es adelantarse a las acciones que van a actuar sobre la estructura con unas contra-acciones que es el momento en que se tesan las armaduras; se pueden tesar antes de hormigonar la pieza, es decir, pretesarlas, o se les puede dar carga después de hormigonada la pieza, es decir, postesarlas.

Con el hormigón pretensado se evita la fisuración que se produce en el hormigón armado y por ello, se pueden utilizar aceros de mayor resistencia, inadmisibles en el hormigón armado porque se produciría una fisuración excesiva.

El hormigón pretensado no ha hecho desaparecer el hormigón armado; cada uno tiene su campo de aplicación. Al iniciarse el hormigón pretensado se trató de sustituir toda la armadura pasiva por activa; por ello los primeros puentes se pretensaban longitudinal y transversalmente. Pero pronto cada material encontró su sitio; la armadura activa se debe emplear para resistir los esfuerzos principales y la pasiva los secundarios. Incluso puentes losa con luces de hasta 20 m se pueden hacer exclusivamente con armadura pasiva, aunque hay que tener en cuenta la fisuración, porque muchas veces, aun siendo admisible, es excesivamente visible.

A los ingenieros franceses se debe el descubrimiento del hormigón armado y del pretensado, y a ellos y a los alemanes se debe el desarrollo de su tecnología, aunque en éste ha habido aportaciones de ingenieros de muchos países.