Universitat d'Alacant
Universidad de Alicante

25 aniversari Universitat d'Alacant

Introducción a los Fundamentos Físicos de la Ingeniería

Curso 2005-06

Ingeniería Técnica de Telecomunicación, Especialidad Sonido e Imagen

ESCUELA POLITÉCNICA SUPERIOR

Departamento de Física, Ingeniería de Sistemas y Teoría de la Señal

TEMA 1.- **MAGNITUDES Y UNIDADES**

1.1 Magnitudes físicas y medidas
1.2 Sistemas de unidades. Sistema Internacional
1.3 Análisis dimensional. Ecuación de dimensiones

BIBLIOGRAFÍA:

- *ALONSO, M. y FINN, E. J., "Física" (Addison-Wesley Iberoamericana, Wilmington, 1995). Cap. 2: Mediciones y unidades.*
- *TIPLER, P. A., "Física para la Ciencia y la Tecnología, Vol. 1" (Reverté, Barcelona, 1999). Cap. 1: Sistemas de medida.*
- *RESNICK, R., HALLIDAY, D. y KRANE, K. S., "Física, Vol. 1" (CECSA, México, 1994). Cap. 1: Mediciones.*
- *GETTYS, W. E., KELLER, F. J. y SKOVE, M. J., "Física Clásica y Moderna" (McGraw-Hill, Madrid, 1991). Cap. 1: Introducción.*

TEMA 2.- **CÁLCULO VECTORIAL**

2.1 Magnitudes escalares y vectoriales
2.2 Componentes y cosenos directores
2.3 Operaciones con vectores
2.4 Momento de un vector respecto a un punto
2.5 Derivación e integración vectorial
2.6 Representación vectorial de una superficie

BIBLIOGRAFÍA:

- *GETTYS, W. E., KELLER, F. J. y SKOVE, M. J., "Física Clásica y Moderna" (McGraw-Hill, Madrid, 1991). Cap. 2: Vectores.*
- *RESNICK, R., HALLIDAY, D. y KRANE, K. S., "Física, Vol. 1" (CECSA, México, 1994). Cap. 3: Vectores.*

TEMA 3.- **CINEMÁTICA**

3.1 Vectores posición, desplazamiento, velocidad y aceleración
3.2 Movimientos rectilíneos
3.3 Movimientos circulares
3.4 Composición de movimientos. Tiro parabólico

BIBLIOGRAFÍA Y OTROS RECURSOS:

- *ALONSO, M. y FINN, E. J., "Física" (Addison-Wesley Iberoamericana, Wilmington, 1995). Cap. 3: Movimiento rectilíneo, Cap. 4: Movimiento curvilíneo, Cap. 5: Movimiento circular.*
- *TIPLER, P. A., "Física para la Ciencia y la Tecnología, Vol. 1" (Reverté, Barcelona, 1999). Cap. 2: Movimiento en una dimensión, Cap. 3: Movimiento en dos y tres dimensiones.*
- *GETTYS, W. E., KELLER, F. J. y SKOVE, M. J., "Física Clásica y Moderna" (McGraw-Hill, Madrid, 1991). Cap. 3: Movimiento en una dimensión, Cap. 4: Movimiento en dos dimensiones.*

TEMA 4.- **DINÁMICA**

4.1 Leyes de Newton

4.2 Fuerza debida a la gravedad: peso

4.3 Aplicación de las leyes de Newton a la resolución de problemas

4.4 Momento lineal y momento angular

BIBLIOGRAFÍA:

- *ALONSO, M. y FINN, E. J., "Física" (Addison-Wesley Iberoamericana, Wilmington, 1995). Cap. 6: Fuerza y momentum, Cap. 7: Aplicaciones de las leyes del movimiento.*

- *TIPLER, P. A., "Física para la Ciencia y la Tecnología, Vol. 1" (Reverté, Barcelona, 1999). Cap. 4: Leyes de Newton, Cap. 5: Aplicaciones de las leyes de Newton..*

- *GETTYS, W. E., KELLER, F. J. y SKOVE, M. J., "Física Clásica y Moderna" (McGraw-Hill, Madrid, 1991). Cap. 5: Leyes de Newton para el movimiento, Cap. 6: Aplicaciones de las leyes de Newton para el movimiento.*

TEMA 5.- **TRABAJO Y ENERGÍA**

5.1 Trabajo y potencia

5.2 Energía cinética. Teorema de la energía cinética

5.3 Fuerzas conservativas y energía potencial

5.4 Conservación de la energía mecánica

BIBLIOGRAFÍA Y OTROS RECURSOS:

- *ALONSO, M. y FINN, E. J., "Física" (Addison-Wesley Iberoamericana, Wilmington, 1995). Cap. 9: Trabajo y energía.*

- *TIPLER, P. A., "Física para la Ciencia y la Tecnología, Vol. 2" (Reverté, Barcelona, 1999). Cap. 6: Trabajo y energía.*

- *GETTYS, W. E., KELLER, F. J. y SKOVE, M. J., "Física Clásica y Moderna" (McGraw-Hill, Madrid, 1991). Cap. 8: Trabajo y energía, Cap. 9: Conservación de la energía.*

Resumen del Programa

En el tema ***"Magnitudes y Unidades"*** se presenta el concepto de magnitud física y sus tipos: magnitudes básicas o fundamentales, magnitudes derivadas y magnitudes suplementarias. También es importante señalar que el proceso de medida de una magnitud física es siempre imperfecto debido a deficiencias tanto del experimentador como de los instrumentos de medida, por lo que el concepto de error surge como necesario para dar fiabilidad a las medidas efectuadas. A continuación se introduce el concepto de unidad y de sistema de unidades. Las unidades son los patrones que se eligen para poder efectuar las medidas y un sistema de unidades está formado por un conjunto de unidades elegidas y que se utilizan como unidades para medir otras cantidades de las magnitudes correspondientes. Para definir un sistema de unidades es necesario establecer la base del sistema, la cantidad que se elige como unidad de cada magnitud fundamental y las ecuaciones de definición de las magnitudes derivadas. En Mecánica basta con elegir convenientemente tres magnitudes fundamentales que pueden ser la longitud, la masa y el tiempo. Seguidamente se estudia el Sistema Internacional de unidades que será el que se utilice a lo largo de la asignatura. Finalmente, y dada la aplicación y utilidad del análisis dimensional, se hace una introducción al mismo, analizando la ecuación de dimensiones y el concepto de coherencia de las dimensiones. Es importante comprender que el conocimiento de las dimensiones de las magnitudes permite recordar una fórmula e, incluso, hacer suposiciones sobre la misma.

En el tema ***"Cálculo vectorial"***, tras detallar la diferencia entre magnitudes escalares y vectoriales, se estudian los vectores y los cosenos directores. También se recuerdan las operaciones con vectores: adición, substracción, producto escalar y producto vectorial. El objetivo fundamental es hacer un repaso de conceptos ya conocidos por los estudiantes. También se define el momento de un vector respecto de un punto y, finalmente, se trata la derivación e integración de funciones vectoriales que dependen de una variable escalar y la representación vectorial de una superficie.

La Mecánica es la más antigua de las ramas de la Física y también la más elaborada. Sus modelos se han llevado a otros campos, incluso fuera de la Física. De ahí su interés como fundamento para entender otras parcelas científicas y técnicas. Resulta conveniente describir primero el movimiento, sin considerar las causas del mismo. A este estudio se dedica el tema ***"Cinemática"***, considerando el caso de la cinemática de la partícula, en el que se repasan los conceptos de posición, y velocidad y aceleraciones medias e instantáneas, y se analizan las componentes intrínsecas de la aceleración (aceleración tangencial y aceleración normal o centrípeta). Seguidamente se describen algunos tipos de movimientos como los rectilíneos y los circulares. En este último caso se analizan los conceptos de velocidad y aceleración angulares y la relación de las mismas con la velocidad y la aceleración lineales. Por último se estudia el movimiento de un proyectil el cual permite a los alumnos que vean como se puede descomponer un movimiento, en este caso en dos dimensiones, como la superposición de dos movimientos unidimensionales independientes en dos direcciones perpendiculares. Por otra parte, es importante señalar en todo el desarrollo del tema que el movimiento es un concepto relativo y debe por tanto referirse siempre a un sistema particular de referencia, elegido por el observador.

En el tema siguiente, ***"Dinámica"***, se describen las relaciones entre el movimiento y las causas del mismo, las fuerzas. Se trata de un tema en el que se repasan conceptos ya conocidos por los estudiantes, por lo que, en principio, no es necesario insistir mucho en ellos. Se presentan en primer lugar las leyes de Newton y la fuerza debida a la gravedad y el peso, recordando la ley de la Gravitación Universal. También se muestran algunos ejemplos de aplicación de las leyes de Newton a la resolución de problemas de Dinámica, por ejemplo, con planos inclinados y poleas, dejando claro el procedimiento general de cómo deben resolverse estos problemas. Seguidamente se analizan dos conceptos de gran importancia en Física, como son los momentos lineal y angular así sus leyes de conservación.

El último tema está dedicado al ***"Trabajo y Energía"***, que se trata de dos de los conceptos más importantes de la Física y que irán apareciendo en todos los temas del programa de la asignatura. Se analizan el trabajo, la potencia, las energías cinética y potencial, el teorema de la energía cinética, las fuerzas conservativas y no conservativas, y el principio de conservación de la energía, que es una de las leyes fundamentales de la naturaleza. Es importante señalar que cuando un sistema realiza trabajo sobre otro, se transfiere energía entre los dos sistemas, que existen muchas formas de energía y que si la energía de un sistema se conserva, su energía total no cambia aunque parte de ella puede que cambie de forma o naturaleza, pasando de un tipo a otro. Además, es importante señalar que una forma de transferir energía (absorbida o cedida) de un sistema es intercambiar trabajo con el exterior. Si está es la única fuente de energía transferida (la energía también puede transferirse también cuando hay un intercambio de calor entre un sistema y sus alrededores debido a una diferencia de temperatura), la ley de conservación de la energía se expresa diciendo que el trabajo realizado sobre el sistema por las fuerzas externas es igual a la variación experimentada por la energía total del sistema. Éste es el teorema trabajo-energía y es un instrumento poderoso para estudiar una amplia variedad de sistemas.

Tema 1.- MAGNITUDES Y UNIDADES

• Magnitudes físicas y medidas

Magnitud física es todo aquello que se puede medir. La longitud, la masa, el tiempo, son magnitudes, ya que pueden medirse. Una magnitud física está correctamente expresada por un *número* y una *unidad*, aunque hay algunas magnitudes físicas (relativas) que no necesitan de unidades y representan cocientes de magnitudes de la misma especie.
Cantidad de una magnitud física es el estado de la misma en un determinado fenómeno físico. La aceleración es una magnitud física y el valor de la aceleración de la gravedad en un punto en la superficie de la Tierra es una cantidad de esta magnitud.

Las magnitudes físicas se dividen en tres grupos:
(i) *Magnitudes básicas o fundamentales:* Aunque las leyes físicas relacionan entre sí cantidades de distintas magnitudes físicas, siempre es posible elegir un conjunto de magnitudes que no estén relacionados entre sí por ninguna ley física, es decir, que sean independientes.
(ii) *Magnitudes derivadas:* Se derivan de las magnitudes físicas básicas mediante fórmulas matemáticas. Las leyes físicas que permiten su obtención a partir de las magnitudes fundamentales reciben el nombre de ecuaciones de definición.
(iii) *Magnitudes suplementarias:* Son el ángulo plano (θ), que se expresa en radianes (rad) y el ángulo sólido (Ω) que se expresa en estereorradianes (sr). El ángulo sólido completo alrededor de un punto es 4π sr.

Medir es comparar dos magnitudes de la misma especie, una de las cuales se toma como patrón. Se trata de determinar la cantidad de una magnitud por comparación con otra que se toma como unidad. El resultado de una medida es un número que debe ir acompañado de la unidad empleada. Para que se pueda efectuar una medida es necesario disponer del sistema que se pretende medir y un instrumento de medida que lleve incorporado el patrón a utilizar.
El proceso de medida siempre es imperfecto debido a deficiencias del experimentador y de los instrumentos de medida. El concepto de error surge como necesario para dar fiabilidad a las medidas efectuadas. Toda medida lleva consigo intrínsecamente una incertidumbre o error, de tal modo que no es posible conocer exactamente el número que la expresa. Por ello, cuando se realiza una medida en el laboratorio es importante conocer no sólo el valor de la magnitud física, sino también la exactitud con que ha sido determinada.

• Sistemas de Unidades. Sistema Internacional

Las unidades son los patrones que se eligen para poder efectuar medidas. Su elección es arbitraria por lo que es necesario un entendimiento entre todos los científicos.
A un conjunto de unidades que representan las magnitudes físicas de interés se les llama *sistema de unidades*, y se utilizan como unidades para medir otras cantidades de las magnitudes correspondientes.
Para definir un sistema de unidades es necesario establecer:
- La *base del sistema*, es decir, las magnitudes que se toman como fundamentales.
- La cantidad que se elige como *unidad* de cada magnitud fundamental.
- Las *ecuaciones de definición* de las magnitudes derivadas, los valores de las constantes de proporcionalidad de estas ecuaciones.

En Mecánica basta con elegir convenientemente tres magnitudes fundamentales y sus unidades para poder derivar todas las demás. Si se eligen longitud, masa y tiempo se tienen los llamados *sistemas absolutos*.
Si las magnitudes fundamentales son longitud, fuerza y tiempo se tienen los *sistemas técnicos* muy usados en ingeniería.

En la XI Conferencia General de Pesas y Medidas celebrada en París en 1960 se aceptó como *Sistema Internacional de Unidades (S.I.)* el que había propuesto, a principio de este siglo, el italiano Giorgi. En España fue declarado legal por la ley de Pesas y Medidas de 1967.

(i) *Magnitudes y unidades fundamentales*:

longitud	metro (m)
masa	kilogramo (kg)
tiempo	segundo (s)
corriente eléctrica	amperio (A)
temperatura termodinámica	kelvin (K)
cantidad de sustancia	mol (mol)
intensidad luminosa	candela (cd)

(ii) *Magnitudes y unidades derivadas:* Se expresan mediante relaciones algebraicas de las unidades fundamentales y de las suplementarias, haciendo uso de símbolos matemáticos de multiplicar y dividir. Para establecer la unidad derivada se escribe una ecuación que relacione la magnitud correspondiente con las fundamentales. Se hace después que las magnitudes valgan 1 y tendremos la unidad de la magnitud derivada.
Muchas de estas unidades han recibido nombre oficial y símbolo como newton (N), culombio (C), faradio (F), henrio (H), ohmio (Ω), tesla (T), voltio (V), etc.

(iii) *Unidades suplementarias:* El radián (rad) para el ángulo plano y el estereorradián (sr) como unidad de ángulo sólido.

(iv) *Prefijos del Sistema Internacional:* En ocasiones para medir ciertas cantidades resulta más cómodo utilizar múltiplos o submúltiplos de la unidad. Los múltiplos y submúltiplos de las unidades, tanto fundamentales como derivadas, se forman añadiendo un prefijo. Existen una serie de prefijos aceptados con sus símbolo y nombre particulares.

• Análisis dimensional. Ecuación de dimensiones

A las siete magnitudes fundamentales se les asocia unívocamente el concepto de *dimensión*. A cada magnitud fundamental le hacemos corresponder su símbolo, es decir: longitud (L), masa (M), tiempo (T), intensidad eléctrica (I), temperatura termodinámica (K), cantidad de sustancia (n) e intensidad luminosa (I_r).

Toda magnitud derivada se puede expresar por medio de un producto (*ecuación de dimensiones*) de las magnitudes fundamentales. Para ello, se sustituye cada magnitud fundamental de la ecuación de definición de la magnitud derivada, por su dimensión. Escribiremos:

$$[A] = \text{dimensiones de la magnitud A}$$

por ejemplo:

$$F = ma \qquad [F] = [m]\,[a] = M\,[e/t^2] = M\,L\,T^{-2}$$

Para que la fórmula representativa de una ley que relaciona diversas magnitudes físicas sea correcta, debe ser homogénea, es decir, las ecuaciones dimensionales de sus dos miembros deben ser idénticas.
La *coherencia de las dimensiones* es una condición necesaria para que una ecuación física sea correcta pero no suficiente. Una ecuación puede tener las dimensiones correctas en cada miembro sin describir ninguna situación física.
El conocimiento de las dimensiones de las magnitudes nos permite recordar una fórmula e incluso hacer suposiciones sobre la misma.

• BIBLIOGRAFÍA RECOMENDADA

[ALONSO, 1995] *Cap. 2: Mediciones y unidades.*

[TIPLER, 1999] *Cap. 1: Sistemas de medida.*

[GETTYS, 1991] *Cap. 1: Introducción.*

Tema 2.- CÁLCULO VECTORIAL

• Magnitudes escalares y vectoriales

Una *magnitud escalar* es aquélla que queda completamente determinada por el número que expresa su medida (escalar), expresado en alguna unidad conveniente, como tiempo o masa.
Una *magnitud vectorial* necesita para su determinación además de un número (módulo), una dirección y un sentido. Esta clase de magnitud recibe el nombre de vector, como la fuerza.
Un vector está determinado por cuatro elementos:
(i) Origen: Es el punto de aplicación del vector.
(ii) Dirección: La de la recta sobre la cual está el vector.
(iii) Sentido: Uno de los dos posibles que define su dirección, representado por la cabeza de la flecha.
(iv) Módulo: Valor numérico de la magnitud que representa, expresado por la longitud del vector.
De acuerdo con sus características podemos considerar:
Vectores ligados: Son aquellos vectores con su punto de aplicación definido, así como su dirección y sentido.
Vectores deslizantes: Son vectores que se pueden desplazar sobre la recta en que se encuentran, siendo su punto de aplicación cualquier punto de ella.
Vectores libres: Son vectores que se pueden trasladar paralelamente a sí mismos a cualquier punto del espacio.

Cuando un vector expresa un sentido de giro se denomina *vector axial.*

• Componentes y cosenos directores

Dado un sistema de ejes cartesianos XYZ, podemos descomponer un vector **v** en la suma de tres vectores perpendiculares entre sí, cada uno sobre uno de estos ejes.

$$\mathbf{v} = \mathbf{v}_x + \mathbf{v}_y + \mathbf{v}_z$$

Para cada una de estas tres direcciones podemos definir un vector unitario (de módulo unidad), **i** según el eje X, **j** según el eje Y, **k** según el eje Z. Entonces:

$$\mathbf{v}_x = v_x\mathbf{i} \qquad \mathbf{v}_y = v_y\mathbf{j} \qquad \mathbf{v}_z = v_z\mathbf{k}$$

La expresión general del vector **v**, en función de los vectores unitarios **i**, **j**, **k**, es:

$$\mathbf{v} = v_x\mathbf{i} + v_y\mathbf{j} + v_z\mathbf{k}$$

Los escalares v_x, v_y, v_z son las *componentes* cartesianas del vector **v**. El *módulo del vector* **v**, | **v** |, viene dado por su distancia euclídea:

$$|\mathbf{v}| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}$$

El *vector unitario* en la dirección de **v**, al que llamamos **u**, viene dado por:

$$\mathbf{u} = \mathbf{v}/|\mathbf{v}|$$

Para determinar la dirección del vector **v** hay que conocer los ángulos α, β, γ que forma, respectivamente con los ejes coordenados XYZ. A sus cosenos se les llama *cosenos directores* del vector **v**:

$$\cos\alpha = \frac{v_x}{|\mathbf{v}|} \qquad \cos\beta = \frac{v_y}{|\mathbf{v}|} \qquad \cos\gamma = \frac{v_z}{|\mathbf{v}|}$$

Se verifica la relación:

$$\cos^2\alpha + \cos^2\beta + \cos^2\gamma = 1$$

Es decir, la dirección de la recta directriz del vector queda perfectamente determinada con dos cualquiera de los ángulos.
Un vector queda determinado:
-A partir de sus tres componentes.
-A partir del módulo y dos de los ángulos que forma con el sistema de referencia.

• Operaciones con vectores

Suma y diferencia de vectores: Sean los vectores **A** y **B** escritos en función de sus componentes cartesianas:

$$\mathbf{A} = (A_x, A_y, A_z) \qquad \mathbf{B} = (B_x, B_y, B_z)$$

los vectores suma, **S**, y diferencia, **D**, se escriben:

$$\mathbf{S} = \mathbf{A} + \mathbf{B} = (A_x + B_x, A_y + B_y, A_z + B_z)$$
$$\mathbf{D} = \mathbf{A} - \mathbf{B} = (A_x - B_x, A_y - B_y, A_z - B_z)$$

Producto escalar de dos vectores **v** y **w** es la cantidad escalar:

$$\mathbf{v}\cdot\mathbf{w} = |\mathbf{v}|\,|\mathbf{w}|\cos\theta$$

donde θ es el ángulo que forman los dos vectores.En función de sus componentes, el producto escalar se escribe:

$$\mathbf{v}\cdot\mathbf{w} = v_x w_x + v_y w_y + v_z w_z$$

La expresión analítica del producto escalar permite calcular el ángulo que forman los dos vectores:

$$\cos\theta = \frac{\mathbf{v}\ \mathbf{w}}{|\mathbf{v}|\,|\mathbf{w}|}$$

Producto vectorial de dos vectores **v** y **w** es el vector perpendicular al plano determinado por **v** y **w** en la dirección de avance de un tornillo de rosca derecha que ha sido rotado de **v** hacia **w**, por el camino más corto. Su módulo es

$$|\mathbf{v} \times \mathbf{w}| = |\mathbf{v}|\,|\mathbf{w}|\,\mathrm{sen}\theta$$

donde θ es el ángulo que forman los dos vectores. En función de sus componentes cartesianas:

$$\mathbf{v}\times\mathbf{w} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ v_x & v_y & v_z \\ w_x & w_y & w_z \end{vmatrix}$$

El producto vectorial de dos vectores no es conmutativo:

$$\mathbf{v} \times \mathbf{w} = -\,\mathbf{w} \times \mathbf{v}$$

Producto mixto de tres vectores (triple): Es un escalar, cuyo valor se obtiene haciendo el producto escalar de un vector, por un producto vectorial de dos vectores.

Doble producto vectorial: Es un vector contenido en el plano definido por **v** y **w**

$$\mathbf{u} \times (\mathbf{v} \times \mathbf{w}) = (\mathbf{u}\cdot\mathbf{w})\cdot\mathbf{v} - (\mathbf{u}\cdot\mathbf{v})\cdot\mathbf{w}$$

• Momento de un vector respecto a un punto

El momento de un vector **A** respecto a un punto O se define como el vector **M**:

$$\mathbf{M} = \mathbf{r} \times \mathbf{A} = \mathrm{OP} \times \mathbf{A}$$

con **r** el vector cuyo origen está en el punto O y su extremo en el origen del vector **A**. Su módulo es:

$$|\mathbf{M}| = |\mathbf{r} \times \mathbf{A}| = |\mathbf{r}|\,|\mathbf{A}|\,\mathrm{sen}\theta$$

siendo θ el ángulo que forman los vectores **r** y **A**.

• Derivación e integración vectorial

Si las componentes cartesianas del vector **r**(u) son función de un escalar *u*, $\mathbf{r}(u) = x(u)\mathbf{i} + y(u)\mathbf{j} + z(u)\mathbf{k}$, entonces:

$$\frac{d\mathbf{r}(u)}{du} = \frac{dx(u)}{du}\mathbf{i} + \frac{dy(u)}{du}\mathbf{j} + \frac{dz(u)}{du}\mathbf{k}$$

$$\int \mathbf{r}(u)\,du = \mathbf{i}\int x(u)\,du + \mathbf{j}\int y(u)\,du + \mathbf{k}\int z(u)\,du$$

• Representación vectorial de una superficie

A una superficie *S* se le puede asignar un vector **S** normal a la superficie y tiene como módulo el valor del área de la misma.

• BIBLIOGRAFÍA RECOMENDADA

[GETTYS, 1991] *Cap. 2: Vectores.*

Tema 3.- CINEMÁTICA

La Mecánica se ocupa de las relaciones entre los movimientos de los sistemas materiales y las causas que los producen. La Mecánica se divide en tres partes: *Cinemática* que estudia el movimiento sin preocuparse de las causas que lo producen; *Dinámica* que estudia el movimiento y sus causas; y *Estática* que estudia las fuerzas y el equilibrio de los cuerpos.

• Posición, velocidad y aceleración

Para describir el movimiento de una partícula el primer paso es establecer un sistema de coordenadas o *sistema de referencia.* El *vector de posición* **r**, sitúa a un objeto respecto al origen de un sistema de referencia y es función del tiempo. En coordenadas cartesianas:

$$\mathbf{r}(t) = x(t)\mathbf{i} + y(t)\mathbf{j} + z(t)\mathbf{k}$$

Si una partícula se mueve, el extremo de **r** describe una curva que se denomina *trayectoria.* Si s es el *espacio recorrido* por la partícula a lo largo de la trayectoria, s será función del tiempo t. La función $s = f(t)$ es la *ley horaria del movimiento*.

El *vector desplazamiento* $\Delta\mathbf{r}$ es el cambio del vector de posición entre dos puntos P_1 y P_2:

$$\Delta\mathbf{r} = \mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1$$

La *velocidad media* $\mathbf{v}_m$ de una partícula es el desplazamiento del punto durante un intervalo de tiempo Δt, dividido por dicho intervalo de tiempo:

$$\mathbf{v}_m = \Delta\mathbf{r}/\Delta t$$

La *velocidad instantánea* **v** es el valor límite de la velocidad media cuando el intervalo de tiempo tiende a cero. Se cumple:

$$\mathbf{v} = d\mathbf{r}/dt$$

El vector velocidad instantánea es tangente a la trayectoria de la partícula en cada punto de la misma.

La *aceleración media* $\mathbf{a}_m$ de un punto material es el cambio de la velocidad durante un intervalo de tiempo Δt, dividido por el intervalo de tiempo:

$$\mathbf{a}_m = \Delta\mathbf{v}/\Delta t$$

La *aceleración instantánea* **a** es el valor límite de la aceleración media cuando el intervalo de tiempo tiende a cero:

$$\mathbf{a} = d\mathbf{v}/dt = d^2\mathbf{r}/dt^2$$

La aceleración instantánea **a** puede descomponerse en dos vectores, uno normal a la trayectoria denominado *aceleración normal* o centrípeta, $\mathbf{a}_N$, y otro tangente a la misma que recibe el nombre de *aceleración tangencial*, $\mathbf{a}_T$. Estas componentes se conocen como *componentes intrínsecas de la aceleración*:

$$\mathbf{a} = \mathbf{a}_N + \mathbf{a}_T$$

$\mathbf{a}_T$ tiene en cuenta el cambio en el módulo del vector velocidad, $v = |\mathbf{v}|$, y $\mathbf{a}_N$ tiene en cuenta el cambio en la dirección del vector velocidad **v**:

$$a_T = \frac{dv}{dt} \qquad a_N = \frac{v^2}{r}$$

donde r es el *radio de curvatura* de la trayectoria de la partícula en cada punto de la misma. Se cumple:

$$a = \sqrt{a_N^2 + a_T^2}$$

• Movimientos rectilíneos

En un movimiento rectilíneo la trayectoria es una línea recta, y el espacio recorrido coincide con el módulo del vector desplazamiento. Además el radio de curvatura es infinito y no hay aceleración normal.
En un *movimiento rectilíneo uniforme* la velocidad es constante y la aceleración es nula. Si el movimiento tiene lugar a lo largo del eje X. Se cumplen las relaciones:

$$a(t) = 0 \qquad v(t) = v = \text{cte.} \qquad x(t) = x_0 + vt$$

En un *movimiento rectilíneo uniformemente acelerado* la aceleración es constante y se cumple:

$$a(t) = a = \text{cte.} \qquad v(t) = v_0 + at \qquad x(t) = x_0 + vt + \frac{1}{2}at^2$$

$$v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0)$$

• Movimientos circulares

Un movimiento circular es un movimiento plano en el que la trayectoria es una circunferencia de radio R. El espacio recorrido s puede ponerse en función del ángulo θ en la forma:

$$\theta = s/R$$

La *velocidad angular* ω es la variación de θ con el tiempo t:

$$\omega = d\theta/dt$$

Se verifica la relación:

$$\omega = v/R$$

La *aceleración angular* α es la variación de ω con t:

$$\alpha = d\omega/dt = d^2\theta/dt^2$$

Se cumple:

$$\alpha = a_T/R$$

Puede asignarse un vector ω a la velocidad angular ω y otro α a la aceleración angular α. Estos vectores son perpendiculares a la trayectoria circular de la partícula y se cumple:

$$\mathbf{v} = \omega \times \mathbf{r} \qquad \mathbf{a}_T = \alpha \times \mathbf{r} \qquad \mathbf{a}_N = \omega \times \mathbf{v} = \omega \times (\omega \times \mathbf{r})$$

donde **r** es el vector que va desde el centro de la circunferencia a la posición de la partícula.
En un *movimiento circular uniforme* la aceleración angular es nula y la velocidad angular es constante y no hay aceleración tangencial (el módulo de **v** también es constante) y que la aceleración normal es constante por serlo v y R. Se verifica:

$$\alpha(t) = 0 \qquad \omega(t) = \omega = \text{cte.} \qquad \theta(t) = \theta_0 + \omega t$$

En un *movimiento circular uniformemente acelerado* la aceleración angular es constante. La aceleración tangencial es constante, pero no lo es la aceleración normal. Se cumple:

$$\alpha(t) = \alpha = \text{cte.} \qquad \omega(t) = \omega_0 + \alpha t \qquad \theta(t) = \theta_0 + \omega t + \frac{1}{2}\alpha t^2$$

$$\omega^2 = \omega_0^2 + 2\alpha(\theta - \theta_0)$$

• Composición de movimientos. Tiro parabólico

Otro ejemplo de movimiento plano es el *movimiento de un proyectil* que se lanza con velocidad constante v_0 formando un ángulo α con el eje X y se ve afectado por la aceleración de la gravedad g a lo largo del eje Y. La trayectoria es una parábola y el movimiento es la superposición de un movimiento rectilíneo uniforme en el eje X y un movimiento rectilíneo uniformemente decelerado en el eje Y. El tiempo de vuelo, t, la altura máxima, h, y el alcance, d,son:

$$t = \frac{2v_0 \text{sen}\alpha}{g}, \quad h = \frac{v_0^2 \text{sen}^2\alpha}{2g}, \quad d = \frac{v_0^2 \text{sen}2\alpha}{g}$$

la ecuación de la trayectoria, $y(x)$, es:

$$y = -\frac{g}{2v_0^2\cos^2\alpha}x^2 + x\,\text{tg}\alpha$$

• BIBLIOGRAFÍA RECOMENDADA

[ALONSO, 1995] *Cap. 3: Movimiento rectilíneo, Cap. 4: Movimiento curvilíneo, Cap. 5: Movimiento circular.*

[GETTYS, 1991] *Cap. 3: Movimiento en una dimensión, Cap. 4: Movimiento en dos dimensiones.*

[TIPLER, 1999] *Cap. 2: Movimiento en una dimensión, Cap. 3: Movimiento en dos y tres dimensiones.*

Tema 4.- DINÁMICA

La Dinámica es la parte de la Mecánica que estudia la relación entre el movimiento y las causas que lo producen, es decir, las fuerzas. El movimiento de un cuerpo es un resultado directo de sus interacciones con los otros cuerpos que lo rodean y estas interacciones se describen convenientemente mediante el concepto de fuerza. La masa de un cuerpo es una medida de la resistencia del objeto a cambiar de velocidad.

• Leyes de Newton

Las leyes de Newton son leyes fundamentales de la naturaleza y constituyen la base de la mecánica.
Primera ley de Newton (ley de la inercia): Si un cuerpo en un sistema inercial no está sometido a la acción de fuerza alguna, o se halla en reposo o tiene movimiento rectilíneo y uniforme.
Segunda ley de Newton (ecuación fundamental de la Dinámica): La fuerza neta que actúa sobre un cuerpo **F** es la causa de su aceleración **a**:

$$\mathbf{F} = m\mathbf{a}$$

Tercera ley de Newton (principio de acción y reacción): Si un cuerpo A ejerce una fuerza $\mathbf{F}_{AB}$ (acción) sobre un cuerpo B, entonces el cuerpo B ejerce sobre el A una fuerza $\mathbf{F}_{BA}$ (reacción) de igual intensidad y dirección, pero de sentido contrario:

$$\mathbf{F}_{AB} = -\mathbf{F}_{BA}$$

Las fuerzas de acción reacción actúan en cuerpos distintos. Las leyes de Newton sólo son válidas en un *sistema de referencia inercial*, es decir un sistema de referencia para el cual un objeto en reposo permanece en reposo si no hay fuerza neta que actúe sobre él. Cualquier sistema de referencia que se mueva con velocidad constante relativa a un sistema inercial es también un sistema de referencia inercial. Un sistema ligado a la Tierra es aproximadamente un sistema de referencia inercial.

• Fuerza debida a la gravedad. Peso

La ley de la Gravitación Universal fue enunciada por Newton y permite obtener la fuerza con la que se atraen dos cuerpos de masas m_1 y m_2 separados por una distancia r:

$$\mathbf{F}_{12} = -G\frac{m_1 m_2}{r^2}\mathbf{u}_r$$

$G = 6.67 \times 10^{-11}$ N m^2 kg^{-2} es la constante de la gravitación universal y $\mathbf{u}_r$ es el vector unitario en la dirección del vector **r** que une las dos masas. La masa caracteriza dos propiedades diferentes de un objeto, su resistencia a cambiar de velocidad (masa inercial) y su interacción gravitatoria con otros objetos (masa gravitatoria). Los experimentos demuestran que ambas son proporcionales y con la elección del sistema de unidades realizada, ambas son iguales.
Supuesta la Tierra esférica de radio R y masa M, un cuerpo de masa m situada sobre la superficie terrestre será atraído por una fuerza $F = GMm/R^2$, estando dicha masa, según la segunda ley de Newton, sometida a una aceleración g:

$$g = G\frac{M}{R^2}$$

que es la aceleración de la gravedad. El *peso* **P** de un cuerpo es la fuerza ejercida por la Tierra sobre el cuerpo:

$$\mathbf{P} = m\mathbf{g}$$

• Aplicación de las leyes de Newton a la resolución de problemas

El procedimiento para resolver un problema de mecánica es:
(i) Hacer un dibujo del sistema e identificar el objeto (u objetos) a los que se aplicará la segunda ley de Newton. En el dibujo usar vectores que representen las fuerzas que aparecen.
(ii) Dibujar un diagrama puntual que incluya los ejes de coordenadas para descomponer los vectores en sus componentes. Estos diagramas deben dibujarse de modo que los cálculos siguientes se simplifiquen. Normalmente esto se consigue poniendo tantos ejes como sea posible a lo largo de las direcciones de las fuerzas, o situando un eje en la dirección de la aceleración, si esta dirección es conocida.
(iii)Usando el diagrama puntual, escribir las componentes de la segunda ley de Newton en función de las cantidades conocidas y desconocidas y resolver esas ecuaciones para cada una de las cantidades desconocidas en función de las conocidas. Finalmente, sustituir los valores numéricos de las cantidades conocidas (incluyendo sus unidades) y calcular cada una de las desconocidas.

• Momento lineal y momento angular

El *momento lineal* o cantidad de movimiento **p** de una partícula de masa m que se mueve con una velocidad **v** es:

$$\mathbf{p} = m\mathbf{v}$$

Teniendo en cuenta la relación $\mathbf{a} = d\mathbf{v}/dt$, la segunda ley de Newton puede escribirse:

$$\mathbf{F} = \frac{d\mathbf{p}}{dt}$$

La *ley de conservación del momento lineal* indica que en todo sistema aislado, es decir, no sometido a fuerzas externas, el momento lineal se conserva.
El *impulso mecánico* de una fuerza **J** se define como:

$$\mathbf{J} = \int_{t_1}^{t_2} \mathbf{F}dt$$

El cambio en la cantidad de movimiento de un objeto inducido por una sola fuerza impulsora aplicada al objeto está dado por:

$$\Delta\mathbf{p} = \mathbf{p}_2 - \mathbf{p}_1 = \mathbf{J}$$

El *momento angular* **L** de una partícula de masa m respecto a un punto O es:

$$\mathbf{L} = \mathbf{r} \times \mathbf{p}$$

donde **r** es el vector con origen el punto O y final en la posición de la partícula, y $\mathbf{p} = m\mathbf{v}$ es el momento lineal de la partícula. También se puede escribir:

$$\mathbf{L} = m\mathbf{r} \times \mathbf{v}$$

lo que indica que **L** es perpendicular al vector velocidad. Derivando la ecuación $\mathbf{L} = \mathbf{r} \times \mathbf{p}$ respecto al tiempo se obtiene:

$$\frac{d\mathbf{L}}{dt} = \mathbf{r} \times \mathbf{F}$$

es decir, la variación del momento angular de una partícula es igual al momento de la fuerza total que actúa sobre la partícula.
La *ley de conservación del momento angular* señala que si el momento de la fuerza total que actúa sobre una partícula es nulo ($\mathbf{r} \times \mathbf{F} = 0$), el momento angular permanece constante:

$$\frac{d\mathbf{L}}{dt} = 0 \qquad \mathbf{L} = cte.$$

Si el momento angular permanece constante la trayectoria de la partícula está confinada en un plano.
Para que se cumpla $\mathbf{r} \times \mathbf{F} = 0$ es necesario que:
(i) **F** = 0 (partícula libre)
(ii) **F** y **r** sean dos vectores paralelos (fuerza central).

• BIBLIOGRAFÍA RECOMENDADA

[ALONSO, 1995] *Cap. 6: Fuerza y momentum, Cap. 7: Aplicaciones de la leyes de Newton.*
[GETTYS, 1991] *Cap. 5: Leyes de Newton para el movimiento, Cap. 6: Aplicaciones de la leyes de Newton para el movimiento.*
[TIPLER, 1999] *Cap. 4: Leyes de Newton, Cap. 5: Aplicaciones de las leyes de Newton.*

Tema 5.- TRABAJO Y ENERGÍA

El trabajo y la energía se encuentran entre los conceptos más importantes de la Física, así como en nuestra vida diaria. En Física, una fuerza realiza trabajo cuando actúa sobre un objeto que se mueve a través de una distancia y existe una componente de la fuerza a lo largo de la línea del movimiento. Íntimamente asociado al concepto de trabajo se encuentra el concepto de energía. Cuando un sistema realiza trabajo sobre otro, se transfiere energía entre los dos sistemas. Existen muchas formas de energía. La energía cinética está asociada al movimiento de un cuerpo. La energía potencial es energía asociada con la configuración de un sistema, tal como la distancia de separación entre un cuerpo y la Tierra. La energía térmica está asociada al movimiento aleatorio de las moléculas dentro de un sistema y está íntimamente relacionada con la temperatura. Una de las leyes fundamentales de la naturaleza es la ley de la conservación de la energía. Si la energía de un sistema se conserva, su energía total no cambia, aunque alguna parte de ella puede que cambie de forma o naturaleza.

• Trabajo y potencia

El *trabajo* W realizado por una fuerza **F** que actúa sobre un cuerpo mientras que éste se mueve siguiendo una trayectoria, está definido por la integral:

$$W = \int_1^2 \mathbf{F} \; d\mathbf{r}$$

En el caso sencillo de una fuerza constante y un desplazamiento $\Delta\mathbf{r}$ en línea recta, el trabajo está dado por el producto escalar:

$$W = \mathbf{F}\cdot\Delta\mathbf{r}$$

Para una fuerza variable en una dimensión (por ejemplo, a lo largo del eje X):

$$W = \int_{x_1}^{x_2} F_x(x) \; dx$$

La unidad en el SI del trabajo es el julio (J).
La *potencia* P es la rapidez con que una fuerza realiza un trabajo:

$$P = \frac{dW}{dt}$$

La potencia de una fuerza **F** realizando un trabajo sobre un objeto con velocidad **v** es:

$$\mathbf{P} = \mathbf{F}\cdot\mathbf{v}$$

En el SI la potencia se mide en vatios (W).

• Energía cinética. Teorema de la energía cinética

La *energía cinética* E_c de un cuerpo de masa m que se mueve con velocidad v es:

$$E_c = \frac{1}{2} m v^2$$

La energía cinética es la energía asociada con el movimiento. El *teorema de la energía cinética* establece que el trabajo realizado por la fuerza resultante que actúa sobre un cuerpo es igual al cambio en la energía cinética del cuerpo:

$$W = \frac{1}{2} m v_{final}^2 - \frac{1}{2} m v_{inicial}^2 = E_{c,\,final} - E_{c,inicial}$$

es decir:

$$W = \Delta E_c$$

• Fuerzas conservativas y energía potencial

Una fuerza es *conservativa* si el trabajo que realiza a lo largo de una trayectoria cerrada es nulo. También se dice que el trabajo es independiente del camino seguido y depende únicamente del estado inicial y final.
El trabajo realizado por el peso de un cuerpo cerca de la superficie de la Tierra es:

$$W = -\, mg(y_2 - y_1)$$

y es independiente de la trayectoria que conecta los puntos inicial y final. Esta fuerza es conservativa.
La *energía potencial* E_p *es* una energía que depende sólo de la posición. Dos ejemplos de energía potencial son la energía potencial gravitatoria:

$$E_p = mgy$$

y la energía elástica de compresión o elongación de un muelle:

$$E_p = \frac{1}{2} k\, x^2$$

Para una fuerza conservativa el trabajo W y la energía potencial E_p están relacionados mediante la ecuación:

$$W = -\,\Delta E_p$$

y la fuerza **F** y la energía potencial E_p están relacionadas mediante la ecuación:

$$\mathbf{F} = -\,\mathbf{grad}E_p = \quad E_p$$

que en el caso unidimensional se escribe:

$$F_x = -\frac{dE_p}{dx}$$

El movimiento de un objeto puede representarse mediante una gráfica de la energía potencial. Sobre esta gráfica se pueden identificar los puntos de equilibrio.

• Conservación de la energía mecánica

La suma de las energías cinética y potencial de un sistema se denomina *energía mecánica E:*

$$E = E_c + E_p$$

Si no hay fuerzas externas que realizan trabajo sobre el sistema y todas las fuerzas internas son conservativas, la energía mecánica total del sistema permanece constante:

$$E = E_c + E_p = cte.$$

es decir, entre dos estados inicial 1 y final 2:

$$E_{c,1} + E_{p,1} = E_{c,2} + E_{p,2}$$

La energía total del sistema E_{sist} es la suma de sus diversos tipos de energía. Una forma de transferir energía (absorbida o cedida) de un sistema es intercambiar trabajo con el exterior. Si ésta es la única fuente de energía transferida, la ley de conservación de la energía se expresa:

$$W_{ext} = \Delta E_{sist}$$

W_{ext} es el trabajo realizado sobre el sistema por las fuerzas externas y ΔE_{sist} es la variación de la energía total del sistema. *Éste es el teorema trabajo-energía*.

• BIBLIOGRAFÍA RECOMENDADA

[ALONSO, 1995] *Cap. 9: Trabajo y energía.*

[GETTYS, 1991] *Cap. 8: Trabajo y energía, Cap. 9: Conservación de la energía.*

[TIPLER, 1999] *Cap. 6: Trabajo y energía.*

Introducción a los Fundamentos Físicos de la Ingeniería

Curso 2004-05

Ingeniería Técnica de Telecomunicación, Especialidad Sonido e Imagen
ESCUELA POLITÉCNICA SUPERIOR

Departamento de Física, Ingeniería de Sistemas y Teoría de la Señal

UNIVERSIDAD DE ALICANTE

Problemas: MAGNITUDES Y UNIDADES

1.-La constante elástica de un muelle se ha determinado por dos procediemientos diferentes, encontrándose 8 g/cm y 7840 g/s^2. ¿Son consistentes ambos resultados?

2.-Expresar las siguientes cantidades en unidades del Sistema Internacional, indicando claramente el proceso de obtención del resultado: (a) Presión de un neumático de 1.7 kg/cm^2. (b) Energía consumida de 200 kWh. (c) Constante de gravitación universal $G = 6.7 \times 10^{-8}$ $cm^3 g^{-1} s^2$.

3.-En la fórmula $v = k[D(d - 1)]^{1/2}$, con $k = 3.62$, cuando D se expresa en metros se obtiene v en m/s, siendo d el peso específico relativo. ¿Cuál será el valor de k para que al expresar D en mm, v venga dado en cm/s?

4.-Se sabe que una ecuación que relaciona v con la distancia es $v^2 = C_1 x$. (a) ¿Cuáles son las dimensiones de la constante C_1? (b) Si la v está en m/s y x en m. ¿Cuáles son las unidades de C_1?

5.-En las siguientes ecuaciones, la distancia x está en metros y el tiempo t en segundos. (1) $x = C_1 + C_2 t + C_3 t^2$ y (2) $x = C_1 \mathrm{sen}\, C_2 t$. (a) ¿Cuáles son las unidades S.I. de C_1, C_2 y C_3? (b) ¿Cuáles son sus dimensiones?

6.-Si no se recuerda cuál de las tres fórmulas es la que corresponde al periodo de un péndulo simple, $T = 2\pi(g/l)^{1/2}$, $T = 2\pi(l/g)^{1/2}$ o $T = 2\pi(m/g)^{1/2}$. ¿Cómo puede comprobarse rápidamente?

7.-Demostrar que la fuerza, la velocidad y la aceleración pueden formar un sistema de magnitudes fundamentales para la Mecánica. ¿Qué dimensiones tendrá el volumen, la velocidad angular y la densidad en ese sistema de unidades?

8.-Utilizando análisis dimensional, obtener la relación que nos da la fuerza que hay que aplicar a un cuerpo de masa m para que describa un movimiento circular uniforme de velocidad v y radio R.

9.-Deducir mediante análisis dimensional la fórmula de Stokes que expresa la resistencia R ofrecida por un fluido de viscosidad η al desplazarse con régimen laminar una esfera de radio r a la velocidad v.

10.-Mediante análisis dimensional, deducir la expresión que relaciona la longitud de onda λ de una radiación corpuscular con la masa m y la velocidad v, sabiendo que también depende de la constante de Planck h. Las dimensiones de h son $[\ h\ ] = ML^2T^{-1}$.

11.-Deducir, mediante análisis dimensional, la tercera ley de Kepler relativa al movimiento de los planetas, sabiendo que el periodo, T, de una revolución planetaria es una expresión monomia del semieje mayor, a, de la constante de la gravitación universal, G, y de la masa del Sol, M.

13.-La velocidad v de un objeto que cae del reposo depende del tiempo t y de la aceleración de la gravedad g. A partir de análisis dimensional encontrar la posible relación entre v, g y t.

14.-Calcular el ángulo sólido determinado por la intersección de tres semiplanos ortogonales.

15.-Hallar el ángulo sólido $\Omega(\theta)$ bajo el que se ve un casquete esférico de semiamplitud θ desde el centro de su esfera.

16.-Determinar el ángulo sólido correspondiente a un haz luminoso procedente de un foco puntual, que proyectado sobre una pantalla normal al haz, a 20 m del foco, da un área de 600 m^2.

17.-Calcular el ángulo sólido bajo el que se ve la cara de un cubo desde su centro y el ángulo sólido correspondiente a esa misma cara desde un vértice de la cara opuesta.

Introducción a los Fundamentos Físicos de la Ingeniería

Curso 2004-05

Ingeniería Técnica de Telecomunicación, Especialidad Sonido e Imagen
ESCUELA POLITÉCNICA SUPERIOR

Departamento de Física, Ingeniería de Sistemas y Teoría de la Señal

UNIVERSIDAD DE ALICANTE

Problemas: CÁLCULO VECTORIAL

1.-Dos vectores de 6 y 9 unidades forman un ángulo de 150°. Encontrar el módulo y dirección del vector suma.

2.-Dados los vectores **A** de 6 unidades y formando un ángulo de +36° con el eje OX y **B** de 7 unidades en la dirección negativa del eje OX. Hallar el vector suma

3.-Dados cuatro vectores coplanarios de 8, 12, 10 y 6 unidades, formando los ángulos siguientes con el primer vector de 70º, 150º y 200º, respectivamente, calcular el módulo y dirección del vector suma.

4.-Encontrar las componentes rectangulares de un vector de 15 unidades cuando éste forma con el eje X, (a) 50°, (b) 130°, (c) 230° y (d) 310°.

5.-El vector suma de dos vectores vale 10 unidades y forma un ángulo de 35° con uno de los vectores que tiene 12 unidades. Encontrar el módulo del otro vector y el ángulo entre ellos.

6.-Hallar la proyección del vector **v** = (1,-2,1) sobre el vector **u** = (4,-4,7).

7.-Dados los vectores **A** = (5,3,4) y **B** = (6,-1,2). Calcular: (a) El módulo de cada uno. (b) El producto escalar de **A** y **B.** (c) El ángulo formado entre ambos. (d) Los cosenos directores de cada uno. (e) Los vectores **A** + **B** y **A** - **B**. (f) El producto vectorial **A** x **B**.

8.-Dados los vectores **a** = (-1,3,4) y **b** = (6,0,-3), calcular el ángulo que forman su suma y su producto vectorial.

9.-Hallar el ángulo que forma el vector **a** = (3,-1,2) con el producto vectorial de dos vectores de módulos 5 y 8 situados respectivamente sobre las partes negativas de los ejes 0X y 0Z.

10.-Demostrar que si la suma y la diferencia de dos vectores son perpendiculares, los vectores tienen módulos iguales.

11.-Demostrar vectorialmente que el ángulo inscrito en una semicircunferencia es recto.

12.-Demostrar que los vectores **A** = (3,2,1), **B** = (2,-4,2) y **C** = (1,6,-1) forman un triángulo rectángulo.

13.-En un paralelogramo se conocen las coordenadas de tres vértices consecutivos:

A(-1,3,2), B(2,-1,5) y C(0,-3,4)

Calcular: (a) El cuarto vértice. (b) El vector área. (c) El área del paralelogramo. (d) El ángulo en B.

14.-Demostrar que si dos vectores tienen el mismo módulo v y forman un ángulo θ, su suma tiene un módulo $s = 2v \cos \theta/2$ y su diferencia $d = 2v \text{ sen } \theta/2$.

15.-Si **a** + **b** + **c** = **0**, probar que **a** x **b** = **b** x **c** = **c** x **a**.

16.-Un paralelepipedo tiene sus aristas descritas por los vectores **A** = **i** + 3**j** , **B** = 7**j** y **C** = **j** + 2**k**. Calcular su volumen siendo 1 cm el módulo de **i**, **j** y **k**.

17.-Demostrar que las diagonales de un rombo se cortan perpendicularmente.

18.-Dado el vector **a** = **i** - 2**j** - 3**k** y un punto A(2,1,0) de su línea de acción, hallar el momento de dicho vector respecto al origen de coordenadas.

19.-Hallar el momento respecto al punto P_2(5,3,-7) del vector **F** = **i** - 8**j** - 6**k** que está aplicada en el punto P_1(1,2,-6).

20.-Dado el vector **A** = (2,-1,2) aplicado al punto P(1,2,2) calcular su momento resultante respecto al origen de coordenadas y respecto al punto O'(2,3,-1) comprobando que se cumple la relación $\mathbf{M}_{O'} = \mathbf{M}_O + \mathbf{O'O} \times \mathbf{A}$.

Introducción a los Fundamentos Físicos de la Ingeniería

Curso 2004-05

Ingeniería Técnica de Telecomunicación, Especialidad Sonido e Imagen
ESCUELA POLITÉCNICA SUPERIOR

Departamento de Física, Ingeniería de Sistemas y Teoría de la Señal

UNIVERSIDAD DE ALICANTE

Problemas: CINEMÁTICA

1.-Un cuerpo se mueve a lo largo de una recta de acuerdo con la ley $v(t) = t^3 + 4t^2 + 2$; si $x = 4$ m cuando $t = 2$ s, encontrar el valor de x cuando $t = 3$ s. Encontrar también su aceleración.

2.-La aceleración de un cuerpo que se desplaza a lo largo del eje X es $a = 4x - 2$ m/s^2. Suponiendo que $v_0 = 10$ m/s cuando $x_0 = 0$ m, encontrar la velocidad en cualquier otra posición.

3.-Un punto se mueve en el plano XY de tal manera que $v_x = 4t^3 + 4t$ y $v_y = 4t$. Si la posición es (1,2) cuando $t = 0$ s, encontrar la ecuación cartesiana de la trayectoria.

4.-Un móvil describe una trayectoria dada por las ecuaciones paramétricas $x(t) = pt$, $y(t) = 0.5pt^2$. Determinar: (a) Velocidad y aceleración del móvil. (b) Componentes tangencial y normal de la aceleración. (c) Radio de curvatura.

5.-Se lanza un cuerpo hacia arriba en dirección vertical con una velocidad de 98 m/s, desde el techo de un edificio de 100 m de altura. Encontrar: (a) La altura máxima que alcanza desde el suelo. (b) El tiempo cuando pasa por el lugar de lanzamiento. (c) La velocidad el llegar al suelo. (d) El tiempo total transcurrido hasta llegar al suelo.

6.-Desde lo alto de una torre se lanza verticalmente hacia arriba una piedra con una velocidad inicial de 15 m/s. La piedra llega a una determinada altura y comienza a caer por la parte exterior de la torre. Tomando como origen de ordenadas el punto de lanzamiento, calcular la posición y velocidad de la piedra al cabo de 1 s y de 4 s después de su salida. Asímismo, calcular la velocidad cuando se encuentra a 8 m por encima del punto de partida. ¿Cuánto tiempo transcurre desde que se lanzó hasta que vuelve a pasar por dicho punto? Considérese $g = 10$ m/s^2.

7.-Un volante gira en torno a su eje a razón de 3000 r.p.m. Un freno lo para en 20 s. Calcular la aceleración angular, supuesta constante, y el número de vueltas hasta que el volante se detiene. Supuesto que el volante tiene 20 cm de diámetro, calcular las aceleraciones tangencial y centrípeta de un punto de su periferia una vez dadas 100 vueltas y la aceleración resultante en tal punto.

8.-Encontrar la velocidad angular de la Tierra con respecto a su eje diametral.

9.-La velocidad de rotación de un faro luminoso es constante e igual a ω. El faro está situado a una distancia d de una playa completamente recta. Calcular la velocidad y aceleración con que se desplaza el punto luminoso sobre la playa cuando el ángulo que forman d y el rayo luminoso es θ.

10.-Determinar la función horaria de un móvil que recorre una trayectoria circular con velocidad y aceleración tangencial iguales en todo instante, sabiendo que la aceleración es unitaria en el instante inicial.

11.-Se quiere cruzar un río de 26 m de ancho con una barca para llegar a la orilla opuesta en un punto situado a 60 m aguas abajo en 15 s. Calcular la dirección y la velocidad de la barca si la velocidad del agua del río es de 3 m/s.

12.-Un cañón dispara una bala con una velocidad de 200 m/s formando un ángulo de 40° con la horizontal. Encontrar la velocidad y la posición de la bala después de 20 s. Encontrar también el alcance y el tiempo necesario para que la bala retorne a la tierra.

13.-Desde un plano inclinado con un ángulo a es lanzada una piedra con velocidad inicial v_O perpendicularmente al plano. ¿A qué distancia del punto de lanzamiento cae esta piedra?

14.-Un muchacho de 1.5 m de estatura y que está parado a 15 m de diostancia de un muro de 5 m de altura, lanza una piedra bajo un ángulo de 45° con respecto a la horizontal. ¿Con qué velocidad mínima debe lanzar la piedra para que ésta pase por encima de la cerca?

15.-Dos aviones están situados sobre la misma vertical, siendo la altura de uno de ellos sobre el suelo cuatro veces la del otro. Pretenden bomberdear el mismo objetivo, siendo la velocidad del más alto v. ¿Qué velocidad deberá llevar el más bajo?

16.-Un avión vuela horizontalmente con una velocidad de 720 km/h y su altura sobre el suelo es 7840 m. Desde el avión se suelta una bomba que hace explosión al llegar al suelo. Calcular: (a) Velocidad de la bomba al llegar al suelo. (b) Distancia horizontal recorrida por la bomba. (c) Tiempo transcurrido desde que se lanza la bomba hasta que se percibe, en el avión, la explosión.

17.-La cabina de un ascensor de 3 m de altura asciende con una aceleración de 1 m/s^2. Cuando el ascensor se encuentra a una cierta altura del suelo, se desprende la lámpara del techo. Calcular el tiempo que tarda la lámpara en chocar con el suelo del ascensor.

Introducción a los Fundamentos Físicos de la Ingeniería

Curso 2004-05

Ingeniería Técnica de Telecomunicación, Especialidad Sonido e Imagen
ESCUELA POLITÉCNICA SUPERIOR

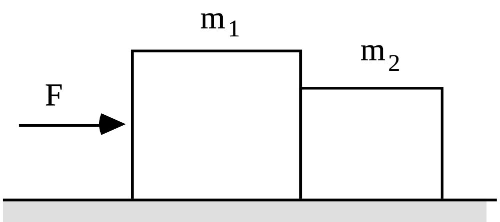
Departamento de Física, Ingeniería de Sistemas y Teoría de la Señal

UNIVERSIDAD DE ALICANTE

Problemas: DINÁMICA

1.-Un bloque de cuya masa es de 5 kg está sostenido por una cuerda y se tira de él hacia arriba con una aceleración de 2 m/s^2. (a) ¿Cuál es la tensión de la cuerda? (b) Una vez que el bloque se halla en movimiento se reduce la tensión de la cuerda a 49 N, ¿qué clase de movimiento tendrá lugar? (c) Si la cuerda se aflojase por completo se observaría que el cuerpo recorre aún 2 m hacia arriba antes de detenerse, ¿con qué velocidad se movía?

2.-Dos bloques de masas m_1 = 20 kg y m_2 = 15 kg, apoyados el uno contra el otro, descansan sobre un suelo perfectamente liso. Se aplica al bloque m_1 una fuerza F = 40 N horizontal y se pide: (a) Aceleración con la que se mueve el sistema. (b) Fuerzas de interacción entre ambos bloques. Resolver el mismo problema para el caso en que el coeficiente de rozamiento entre los bloques y el suelo sea μ = 0.2.

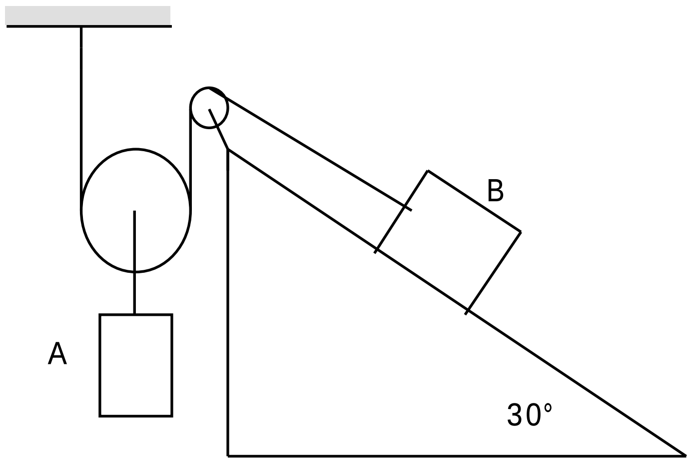


3.-Un cuerpo desliza a lo largo de un plano inclinado un ángulo de 30° y luego continúa moviéndose sobre el plano horizontal. Determinar el coeficiente de rozamiento si se sabe que el cuerpo recorre en el plano inclinado la misma distancia que en el horizontal.

4.-Por una pista horizontal cubierta de nieve, se desliza un trineo, de masa m = 105 kg, con velocidad v = 36 km/h. El coeficiente de rozamiento entre el trineo y la nieve es μ = 0.025. Calcular: (a) El tiempo que tardará en pararse el trineo. (b) Distancia recorrida antes de pararse.

5.-Un bloque de 16 kg y otro de 8 kg se encuentran sobre una superficie horizontal sin rozamiento, unidos por una cuerda A, y son arrastrados sobre la superficie por una segunda cuerda B, adquiriendo una aceleración constante de 0.5 m/s^2. Calcúlese la tensión en cada cuerda.

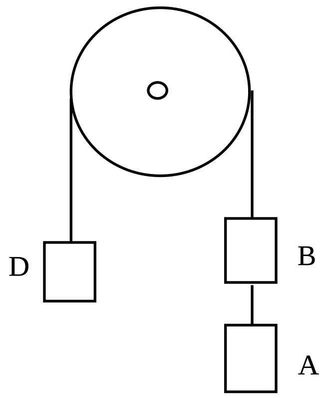
6.-Calcular las aceleraciones de los bloques A y B de masas 200 kg y 100 kg suponiendo que el sistema parte del reposo, que el coeficiente de rozamiento entre el bloque B y el plano es de 0.25 y que se desprecia la masa de las poleas y el rozamiento de la cuerda.



7.-Un ascensor de masa 8 toneladas está sometido a una aceleración dirigida hacia arriba de 1 m/s^2. (a) Calcular la tensión del cable que lo sostiene. (b) ¿Qué fuerza vertical hacia arriba ejercerá el ascensor sobre un viajero que pesa 80 kg?

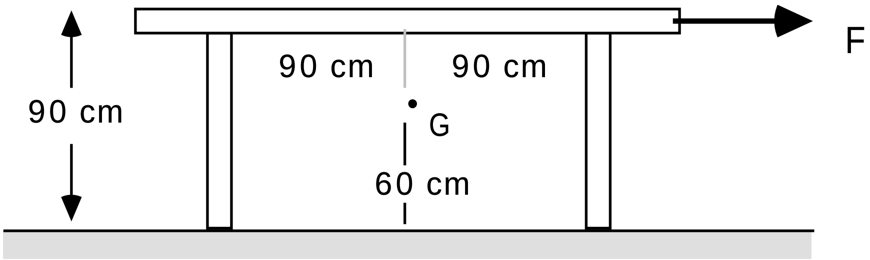
8.-Una autopista tiene 7.2 m de ancho. Calcular la diferencia de nivel entre los bordes externo e interno del camino a fin de que un automóvil pueda viajar a 80 km/h (sin que experimente fuerzas laterales) alrededor de una curva cuyo radio es 600 m.

9.-A través de una polea que permanece inmóvil, pasa una cuerda de la cual están suspendidas tres masas de 2 kg cada una. Encontrar la aceleración del sistema y la tensión de la cuerda que une las cargas A y B.



10.-Un punto material de masa m está suspendido de un hilo inextensible y sin masa de longitud L. El otro extremo está fijo a un eje vertical que gira con velocidad angular constante ω, arrastrando en su rotación al hilo y a la masa m. Determinar en función de ω el ángulo que forman el hilo y la vertical.

11.-Una mesa de masa 26 kg es arratrada sobre el suelo por una fuerza constante de 230 N siendo μ = 0'5 el coeficiente de rozamiento. (a)Hállese la aceleración de la mesa. (b) Calcúlese la fuerza normal sobre cada pata.



12.-Se deja caer un cuerpo de densidad 0.8 g/cm^3 y 1000 cm^3 de volumen desde una altura de 78.4 m sobre benceno, de densidad 0.9 g/cm^3. Calcular el tiempo que tardará en alcanzar la profundidad máxima.

13.-Una masa puntual de 2 kg describe una curva en el espacio. La curva tiene por ecuaciones: $x(t) = t^3$, $y(t) = t - 2t^2$, $z(t) = t^4/4$: siendo t el tiempo. Calcular al cabo de 2 s: (a) El vector cantidad de movimiento. (c) El momento angular respecto el origen. (b) La fuerza que actúa sobre el punto material.

14.-El vector de posición de un punto material de 2 kg que se desplaza en el plano XY es $\mathbf{r} = (3t,\ 4t^2,\ 0)$. Calcular: (a) El momento respecto del origen de coordenadas de la fuerza responsable de su movimiento. (b) El momento lineal de la partícula. (c) El momento angular de la partícula respecto al origen de coordenadas.

15.-Un proyectil sale por la boca de un arma con una velocidad de 500 m/s. La fuerza resultante ejercida por los gases sobre el proyectil viene dada por: $F(t) = 800 - 2 \times 10^5\ t$ (S.I.). (a) Construir un gráfico de F en función de t. (b) Hallar el tiempo que estuvo el proyectil dentro del arma si F en la boca del arma valía sólo 200 N. (c) Hallar el impulso ejercido sobre el mismo y su masa.

Introducción a los Fundamentos Físicos de la Ingeniería

Curso 2004-05

Ingeniería Técnica de Telecomunicación, Especialidad Sonido e Imagen
ESCUELA POLITÉCNICA SUPERIOR

Departamento de Física, Ingeniería de Sistemas y Teoría de la Señal

UNIVERSIDAD DE ALICANTE

Problemas: TRABAJO Y ENERGÍA

1.-Sobre un cuerpo de 340 g de masa situado en reposo en el punto A(2,1,0) m, actúa la fuerza $\mathbf{F} = 2x\ \mathbf{i} + 3\ \mathbf{j}$ N. ¿Qué trabajo habrá realizado dicha fuerza para trasladar el cuerpo al punto B(3'7,5,0) m?

2.-Un bloque de 1000 kg es empujado 6 m sobre un plano horizontal, con velocidad constante, mediante una fuerza que forma 30° con la horizontal. El coeficiente de rozamiento entre el bloque y el peso es 0'3. ¿Qué trabajo se ha realizado?

3.-Un cuerpo de 3 kg de masa cae desde cierta altura con una velocidad inicial de 2 m/s, dirigida verticalmente hacia abajo. Calcular el trabajo realizado durante 10 s, contra las fuerzas de resistencia, si se sabe que al final de este intervalo de tiempo, el cuerpo adquiere una velocidad de 50 m/s. La fuerza de resistencia del aire se considera constante.

4.-Un cuerpo de 10 kg se mueve desde el punto A(3,0,3) m hasta el punto B(0,6,5) m. Durante el movimiento, el cuerpo está sometido además del peso a una fuerza $\mathbf{F}(x,y,z) = 2x^2\mathbf{i} + 3y^2\mathbf{j} + z^2\mathbf{k}$ N. Sabiendo que la velocidad del bloque en A es de 20 m/s, calcular la velocidad en B.

5.-Calcular el trabajo necesario para la construcción de un obelisco de 20 m de altura, colocando unos encima de otros, bloques de piedra de 1 m de alto y 16 Tm cada uno.

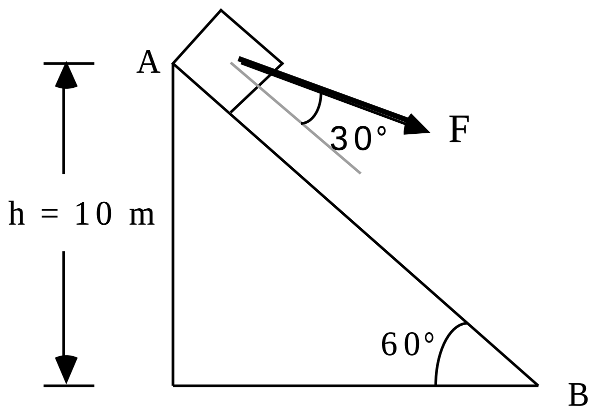
6.-El cañón de una escopeta tiene una longitud de 1 m y la fuerza que impulsa al proyectil viene dada por la expresión $F = 0'1(200-x)$, F en N y x en cm. La masa del proyectil es 5 g. Determinar: (a) El trabajo de la fuerza en el interior del cañón. (b) La velocidad del proyectil en el momento de salir del cañón. (c) La energía cinética del proyectil en este momento.**8**.-Dos fuerzas iguales actúan sobre dos masas, la primera de 1 kg y la segunda de 1 g, durante el mismo tiempo. Hallar: (a) La relación de las velocidades adquiridas por las masas si ambas parten del reposo. (b) La relación de energías cinéticas de las masas.

7.-Un trineo de 20 kg de masa se desliza colina abajo, empezando a una altura de 20 m. El trineo parte del reposo y tiene una velocidad de 16 m/s al llegar al final de la pendiente. Calcular la pérdida de energía debida al rozamiento.

8.-Desde lo alto de un plano inclinado de 30° sobre la horizontal, se deja caer un cuerpo de masa 1 kg que desliza sobre el plano, siendo el coeficiente de rozamiento μ = 0'2. Determinar: (a) Aceleración de bajada. (b) Tiempo que tarda en recorrer 10 m. (c) Velocidad al cabo de estos 10 m.

9.-Un bloque de 5 kg se lanza con una velocidad inicial de 5 m/s por un plano inclinado 30°. Se observa que sube 1'5 m a lo largo del plano inclinado, se para y regresa al punto de partida. Calcular la fuerza de rozamiento F_R que actúa sobre el bloque, así como su velocidad cuando retorna al punto de partida.

10.-Supongamos que el bloque de la figura de masa m = 10 kg situado en la parte más alta (A) de un plano inclinado cuyo lado AB forma un ángulo de 60° con la horizontal, es arrastrado mediante una fuerza F = 50 N tal y como indica la figura, donde el sistema se encuentra en el campo gravitatorio terrestre. Suponiendo que el coeficiente de rozamiento entre el bloque y el plano es μ = 0.2, calcular: (a) La aceleración con la que desciende el bloque por el plano inclinado. (b) Suponiendo que parte del reposo, la velocidad en llegar al punto B y el tiempo invertido en recorrer el trayecto AB. (c) El trabajo de la fuerza F así como la energía perdida por rozamiento.

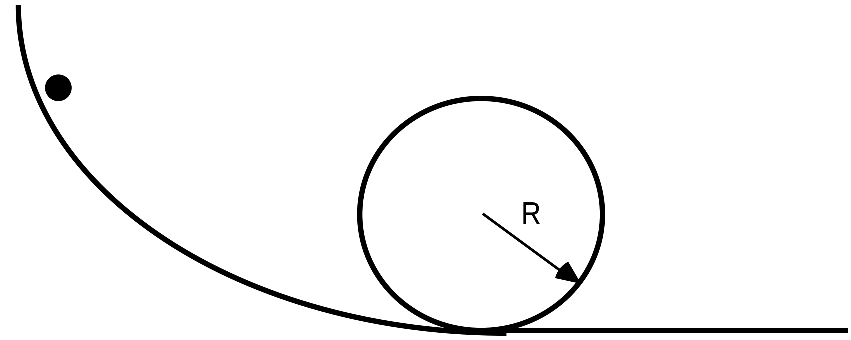


11.-Una partícula de masa m se encuentra sobre una esfera pulimentada de radio R. Suponiendo que la partícula empieza a moverse sobre la esfera, partiendo del reposo, calcular en qué punto abandonará la superficie esférica.

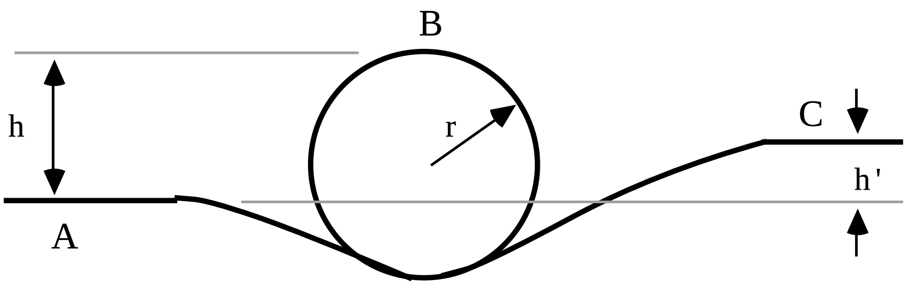
12.-Una cadena se coloca en una mesa sin fricción con la quinta parte de su longitud colgando. Si la cadena tiene una longitud total L y una masa M, ¿qué trabajo se requiere para subir completamente la cadena a la mesa?

13.-Una piedra de 200 g se ata al extremo de una cuerda de longitud 1 m y se le hace girar en un plano vertical. Calcular: (a) La velocidad mínima que se precisa para ello. (b) Si la velocidad se duplica, calcular la tensión de la cuerda en el punto más alto y en el más bajo. (c) Si la cuerda se rompe en el momento en que la piedra pasa por el punto más elevado, ¿cómo se moverá la piedra?

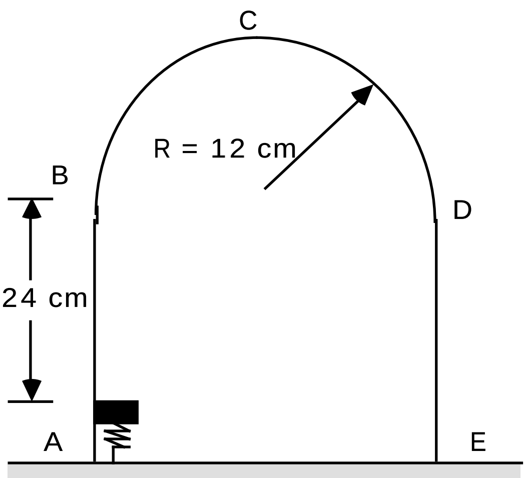
14.-Determinar la altura mínima desde donde una bola debiera empezar a caer de manera que pueda completar el movimiento circular alrededor de una circunferencia vertical de radio R, suponiendo que la bola resbala sin rodar y sin fricción.



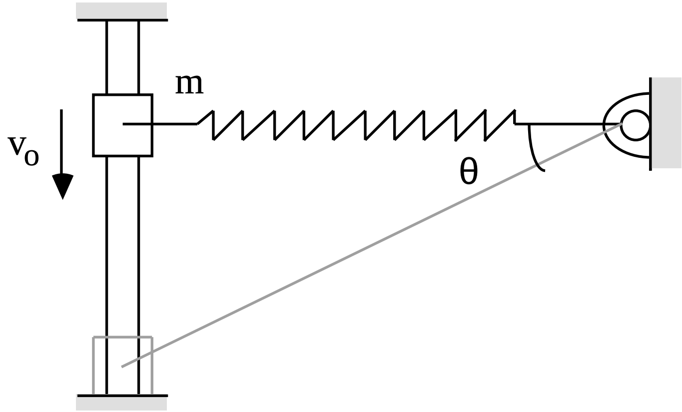
15.-Sobre los rieles de la figura puede deslizarse un pequeño vagón sin rozamiento. Los carriles son horizontales al principio pero después se curvan y forman un lazo circular de radio r = 1.5 m, terminando como indica la figura, donde h = 2 m y h' = 0.7 m. ¿Con qué velocidad mínima habrá que lanzar el vagoncillo en A para que llegue al punto C recorriendo el bucle en B y con qué velocidad llegará a C?



16.-Una masa de 0.25 kg se deja en reposo en A cuando el resorte está comprimido 6 cm, y es lanzada por el arco ABCDE. Calcular el mínimo valor de la constante elástica del resorte para que la masa recorra el arco y no lo abandone en momento alguno. Prescíndase de los rozamientos.



17.-El bloque de masa m de la figura está en libertad de deslizar sin rozamiento a lo largo de la barra vertical. Además, el bloque está sometido a la acción de un resorte de constante elástica k y longitud L no estando alargado. Si se da a la masa una velocidad v_O hacia abajo cuando el resorte está en posición horizontal, hallar su velocidad en función del ángulo θ.



18.-Dos carros A y B se empujan, uno hacia el otro. Inicialmente B está en reposo, mientras que A se mueve hacia la derecha a 0.5 m/s. Después del choque A rebota a 0.1 m/s, mientras que B se mueve a la derecha a 0.3 m/s. En un segundo experimento A está cargado con una masa de 1 kg y se dirige hacia B con velocidad de 0.5 m/s. Después de la colisión A permanece quieto mientras que B se desplaza hacia la derecha a 0.5 m/s. Encontrar la masa de cada uno.

19.-Calcular la pérdida de energía cinética de dos partículas en un choque totalmente inelástico.

20.-Una bolita de acero de masa m se deja caer desde una altura h_O sobre una placa del mismo metal. Al rebotar asciende hasta una nueva altura h_1 menor que h_O. Calcular con estos datos el coeficiente de restitución del acero contra el acero y expresar la pérdida de energía durante el choque en función de dicho coeficiente.